









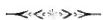




**Abhandlungen**  
der  
Königlichen  
**Akademie der Wissenschaften**  
zu Berlin.

---

1850.





# Abhandlungen

der

✓ Königlichen *preussische*

Akademie der Wissenschaften

11

zu Berlin.

~~~~~  
Aus dem Jahre

1850.  
~~~~~

*43*



Berlin.

Gedruckt in der Druckerei der Königlichen Akademie  
der Wissenschaften.

1852.

In Commission bei F. Dümmler's Buchhandlung.

AS 182  
B33



# Inhalt.



Historische Einleitung .....	Seite I
Verzeichniß der Mitglieder und Correspondenten der Akademie.....	- IX

## Physikalische Abhandlungen.

✓ RIESS über den elektrischen Entladungsstrom in einem dauernd unterbrochenen Schließungsbogen .....	Seite 1
✓ MÜLLER: Fortsetzung der Untersuchungen über die Metamorphose der Echinodermen. (Vierte Abhandlung.) .....	- 37

## Mathematische Abhandlungen.

✓ RICHELOT: Eine neue Lösung des Problems der Rotation eines festen Körpers um einen Punkt .....	Seite 1
✓ CRELLE: Zur Statik unfester Körper. An dem Beispiele des Drucks der Erde auf Futtermauern .....	- 61
✓ LEJEUNE DIRICHLET über einen neuen Ausdruck zur Bestimmung der Dichtigkeit einer unendlich dünnen Kugelschale, wenn der Werth des Potentials derselben in jedem Punkte ihrer Oberfläche gegeben ist .....	- 99

## Philologische und historische Abhandlungen.

✓ PANOFKA: Die griechischen Trinkhörner und ihre Verzierungen .....	Seite 1
✓ DIRKSEN über die Adressen der Constitutionen römischer Kaiser .....	- 39
✓ DIETERICI über die Vermehrung der Bevölkerung in Europa seit dem Ende oder der Mitte des siebenzehnten Jahrhunderts .....	- 73

PERTZ über die Denkwürdigkeiten der Markgräfin von Bayreuth .....	- 117
VON DER HAGEN: Handschriftengemälde und andere bildliche Denkmale der Deutschen Liederdichter des 12-14. Jahrhunderts .....	- 137
GERHARD über Ursprung, Wesen und Geltung des Poseidon .....	- 159



## J a h r 1850.

---

Am 25. Januar beging die Akademie den Jahrestag des Königs Friedrichs des Zweiten in einer öffentlichen Sitzung. Der vorsitzende Sekretar Herr Encke eröffnete dieselbe mit einer Einleitungsrede, welche in den Monatsberichten der Akademie bekannt gemacht ist. Er berichtete darauf nach Vorschrift der Statuten über die Personal-Veränderungen, welche im Laufe des Jahres 1849 statt gefunden hatten. Hierauf las Herr Jacob Grimm „über das Verbrennen der Leichen.“ Diese Abhandlung ist mittlerweile in den Schriften der Akademie vom Jahre 1849 bekannt gemacht worden.

Am 4. Juli wurde die öffentliche Sitzung zur Feier des Leibnizischen Jahrestages gehalten. Herr Böckh eröffnete dieselbe mit einer Gedächtnisrede, welche in den Monatsberichten der Akademie abgedruckt ist. Er erwähnte in diesem Vortrage, im Namen der Akademie, daß sie Herrn Alexander v. Humboldt nunmehr 50 Jahre unter ihre Mitglieder zähle, und die Ausführung seines Brustbildes in Marmor beschlossen habe, um es einst in ihrem Saale aufzustellen.

Herr Trendelenburg verlaß darauf, als Sekretar der philosophisch-historischen Klasse, folgendes Urtheil:

Aus dem von Herrn von Miloszewski gestifteten Legate für Preisfragen zur Untersuchung philosophischer Wahrheiten wurde am Leibnizischen Jahrestage 1847 eine Aufgabe öffentlich bekannt gemacht, welche auf der einen Seite in die historische Grundlage des letzten griechischen Systems, des Neu-Platonismus, und auf der andern in die großen Wirkungen der aristotelischen Lehre einging. Sie betraf das Verhältniß des Plotinus zum Aristoteles und lautete:

Wie faßt und beurtheilt Plotin den Aristoteles? und welche aristotelische oder peripatetische Elemente lassen sich in seiner

Lehre und in seiner Darstellung erkennen? Diese Fragen, hiefs es weiter, sind so zu beantworten, dafs Plotin in diesen Beziehungen zugleich einer Kritik unterworfen wird.

Es stand zu erwarten, dafs die Untersuchung auf die äufsern Beziehungen und den innern Zusammenhang der Lehre Plotins ein helleres Licht, als bisher, werfen würde. Diese Hoffnung ist zwar nicht in vollem Umfange erfüllt, aber auch nicht getäuscht worden. Es ist nämlich zu dem festgesetzten Termin eine Beantwortung eingegangen, welche das Motto aus Aristoteles Metaphysik trägt: καὶ γὰρ οὗτοι συμβάλλονται τι τὴν γὰρ ἔξιν προήστησαν ἡμῶν.

Nachdem der Verf. in der Einleitung die Bedeutung der Aufgabe mit historischer Einsicht erörtert hat, unterscheidet er zwischen dem äufsern ausgesprochenen Verhältnifs des Plotin zum Aristoteles und dem innern unausgesprochenen, und behandelt demnach im ersten Theile seiner Arbeit Plotins Urtheil über Aristoteles, und im zweiten das innere Verhältnifs seiner Philosophie zur aristotelischen. Endlich drängt er in übersichtliche Umrisse das Ergebnifs zusammen und fügt zwei Excurse hinzu, den einen über den Orientalismus der Neu-Platoniker, den andern über die neuern Arbeiten zum Plotin.

Die Schrift offenbart darin philosophischen Geist, dafs sie das Ganze durchmisst und abschließt und in den Theilen das Ganze sucht und darstellt. Sie isolirt nicht den zersetzenden Vorgang, der eine wesentliche Seite der Aufgabe bildet, sondern versteht es, durch ihn einen Blick in das Ganze des Systems zu thun und das positive Verhältnifs der in der Ausscheidung sich ergebenden fremden Elemente zu diesem Ganzen darzustellen.

Indessen bleibt in der Auffassung dieses Ganzen Wesentliches mehr als zweifelhaft, namentlich wenn Plotin (S. 35) den antiken Idealismus in seiner vollendetsten methodischen Durchbildung darstellen soll und zwar dergestalt, dafs Plotin, den Plato und den Aristoteles mit einander ergänzend, die Mittel zur Bewältigung der wirklichen Welt gefunden habe und mit der strengsten Consequenz von

der höchsten Idee herab bis zum kleinsten Naturprodukt überall das Concrete aus dem Abstracten, das Besondere aus dem Allgemeinen entfalte. In einem solchen Ergebniss wird die dem Ganzen zugesprochene ideale Nothwendigkeit mit dem Schein einer Symmetrie und einer die aristotelische Logik verschmähenden, voraussetzungsvollen und selbst bilderreichen Dialektik verwechselt. Das Urtheil greift weit über die Wirklichkeit hinaus und Plotin soll mehr sein, als er ist. Dies bezeichnet zugleich den Standpunkt der mit der Darstellung verflochtenen Kritik.

Die Schrift hat in der Lehre des Plotin die mitbildenden aristotelischen Elemente beleuchtet und aufgeklärt, insbesondere den Antheil der metaphysischen Begriffe *δύναμις* und *ἐνέργεια*. Aber es fragt sich, ob die verschmolzenen Elemente allenthalben richtig begriffen sind, wie z. B. wenn die Schrift (S. 39 ff.) auch in den aristotelischen Kategorien den Gegensatz von *δύναμις* und *ἐνέργεια* wiederfinden will, was den ausdrücklichen Andeutungen des Aristoteles widerstreitet. Es fragt sich, ob selbst Plotin in seinem obersten Princip, dem *ἓν*, richtig aufgefaßt ist, wenn das gegensatzlose und doch alle Gegensätze in sich tragende Eine dem Plotin nur ein rein logischer Gedanke, nichts als die reinste Abstraction der Ideenwelt sein soll.

Wenn die Stärke der Schrift in der Richtung auf die Darstellung des Ganzen liegt, so liegt ihre Schwäche da, wo es sich der Aufgabe gemäß darum gehandelt hätte, die aristotelischen Elemente des Plotin im Einzelnen zu beobachten und zu untersuchen, und auf diesem Wege das Ganze zu stützen und zu tragen. In dieser Beziehung hat sie dem künftigen Forscher noch reiches Material zu heben und zu benutzen übrig gelassen, mag man nun in Plotin auf den Ursprung einzelner philosophischer Motive und die Durchbildung einzelner aristotelischer Begriffe, oder auf einzelne eingestreute aristotelische Gedanken und auf den Ausdruck der wissenschaftlichen Sprache und die philosophischen Termini sehen. An fleissigen Citaten fehlt es der Schrift nicht, aber an ausführender Untersuchung

derselben, und daher wird es schwer, ihnen allenthalben nachzurechnen. Endlich ist der Stil der Schrift klar und gerundet, aber nicht ohne poetischen Schmuck.

Hiernach wünscht die philosophisch-historische Klasse die fleißige fördernde Arbeit anzuerkennen, aber sie darf ihr wegen der bezeichneten Mängel den Preis nicht ertheilen. Die Klasse hat daher dem Verf. das Accessit zuerkannt, welches nach den Statuten der Akademie (§. 64) auch dann ertheilt werden kann, wenn der Preis nicht gegeben wird, und sie hat zugleich beschlossen, ihm die volle Summe von 100 Ducaten, welche ausgesetzt waren, zuzusprechen, wie ihr dieses in Bezug auf eine Abhandlung zusteht, welche nicht gekrönt worden, weil sie nicht die vollständige Lösung der Aufgabe lieferte. Nach den Statuten der Akademie (§. 68) erlischt der Anspruch an diese Summe, wenn der Verf. die Eröffnung des zu seiner Abhandlung gehörigen Zettels nicht bis zum letzten März des Jahres 1851 verlangt hat.

An diese Entscheidung reihte sich die neue Preisfrage der philosophisch-historischen Klasse für das Jahr 1853, welche Herr Trendelenburg verlas. Sie lautet, wie folgt.

Die Untersuchungen über den Volkswohlstand, die Fragen über die Mittel und Wege, über die durch die Natur des Menschen und der Dinge gegebenen und bedingten Gesetze, nach denen ein Volk Wohlstand erwirbt und im Wohlstande fortschreitet, sind erst in den letzten Jahrhunderten in einem systematischen Zusammenhange wissenschaftlich behandelt worden. Es stehen aber die Untersuchungen über den Volkswohlstand in einem nahen und inneren Zusammenhang mit der Auffassung vom Staate selbst, mit richtiger Feststellung des Begriffes des Staats, mit Beantwortung der Frage, worin sein Wesen bestehe, was durch die Vereinigung der Menschen zu einem politischen Ganzen, zum Staate, erreicht werden könne und solle. Auf Länder und Völker, die noch keinen Staatsverband bil-



den, können die staatswirthschaftlichen Lehren keine nähere Anwendung finden.

Die Philosophen und die Staats- und Rechtslehrer alter und neuer Zeit sind bei der Feststellung des Begriffes vom Staate vielfach von sehr verschiedener Ansicht ausgegangen; und nicht immer ist bei ihren Entwicklungen auch der Gesichtspunkt gehörig festgehalten, daß die Menschen im Staate sollen Wohlstand erwerben und im Wohlstande fortschreiten können. Die national-öconomischen Schriftsteller haben in entgegengesetzter Weise bei ihren Untersuchungen über den Wohlstand der Völker den Begriff vom Staate oft ganz übersehen und vernachlässigt, während gerade eine richtige Auffassung der Natur und des eigentlichen Wesens des Staats allein die Grundlage gesunder staatswirthschaftlicher Lehren sein kann.

Die Akademie stellt hiernach folgende Preisaufgabe:

Welche philosophische Begriffsbestimmungen vom Staate sind von Bedeutung geworden für die Entwicklung staatswirthschaftlicher Lehren? In wie fern gehört zu einer richtigen Auffassung vom Staate in den Begriff desselben auch der Gesichtspunkt, daß neben allen übrigen im Staate zu verfolgenden Zwecken, in demselben die Menschen besser und leichter, als es ohne ihn möglich wäre, Wohlstand erwerben und im Wohlstande fortschreiten? Ist der Ausgangspunkt der Lehre Ad. Smiths, die Arbeit macht wohlhabend, mit einer richtigen Auffassung von dem Wesen des Staats übereinstimmend oder nicht? Bei Prüfung und Beantwortung dieser Fragen ist der ethische Standpunkt besonders festzuhalten, und sind von diesem aus auch die in neuester Zeit in Frankreich und Deutschland entstandenen und verbreiteten staatswirthschaftlichen Lehren und Theorien einer näheren Prüfung zu unterwerfen.

Die ausschließende Frist für die Einsendung der Beantwortungen dieser Aufgabe, welche nach der Wahl der Bewerber in deutscher, lateinischer oder französischer Sprache abgefaßt sein kön-

nen, ist der erste März 1853. Jede Bewerbungsschrift ist mit einem Motto zu versehen, und dieses auf dem Äußern des versiegelten Zettels, welcher den Namen des Verfassers enthält, zu wiederholen.

Die Entscheidung über die Zuerkennung des Preises von Einhundert Ducaten geschieht in der öffentlichen Sitzung am Leibnizischen Jahrestage im Monate Juli des Jahres 1853.

Hiernächst hielten nach akademischer Sitte die Herren Lepsius, Homeyer und Petermann ihre Antrittsreden, welche von Herrn Trendelenburg im Namen der Akademie beantwortet wurden. Sämtliche vier Vorträge sind in den Monatsberichten der Akademie veröffentlicht. Herr Pertz las zum Schluß die in dem vorliegenden Bande der akademischen Schriften enthaltene Abhandlung „über die Denkwürdigkeiten der Markgräfin von Bayreuth.“

Die öffentliche Sitzung zur Nachfeier des Geburtstages Sr. Majestät des Königs eröffnete Herr Ehrenberg mit einer Einleitungsrede, welche in den Monatsberichten der Akademie enthalten ist. Hierauf wurde von demselben den Statuten gemäß die Thätigkeit der Akademie im verflossenen Jahre in einer Übersicht dargestellt. Herr Dieterici trug die in dem gegenwärtigen Bande erscheinende Abhandlung „über die Vermehrung der Bevölkerung in Europa seit dem Ende oder der Mitte des 17. Jahrhunderts“ vor.

---

Zu wissenschaftlichen Zwecken hat die Akademie in diesem Jahre folgende Summen bewilligt:

- 400 Rthlr. an Herrn Prof. Dr. Franz für die Bearbeitung des  
*Corpus inscriptionum Graecarum.*
- 400 „ an Herrn Prof. Dr. Dieterici zur Herausgabe des Kom-  
mentars von Ibn Akil zu dem grammatisch-didaktischen  
Gedichte Alfijah.
- 200 „ an Herrn Prof. Dr. Hoefer in Greifswald zur Heraus-  
gabe der Prākrit-Grammatik des Vararutschi und  
des Gedichtes Satubandha.

- 600 Rthlr. an Hrn. Prof. Dr. Mommsen in Leipzig für die käufliche Überlassung seiner ganzen Sammlung lateinischer Inschriften.
- 120 „ an Hrn. Dr. Eisenstein hierselbst zur Herausgabe der von ihm ausgearbeiteten Zahlentabelle.
- 60 „ an Hrn. Dr. Weber hierselbst für 10 Exemplare der 2. Lieferung seiner kritischen Ausgabe des *White Yajurveda*.
- 250 „ an Hrn. Director Strehlke in Danzig zur Anschaffung eines Apparats zu akustischen Versuchen,
- 45 „ an Hrn. Dr. Gerhardt in Salzwedel für die Kosten einer Reise behufs der Untersuchung der Leibnizischen Handschriften.
- 175 „ an Hrn. Dr. Keil in Halle zu einer Reise nach Paris, Montpellier u. s. w., um die dortigen Handschriften des Cato und Varro und der lateinischen Grammatiker zu vergleichen.
- 

### Personal-Veränderungen im Jahre 1850.

Gestorben sind:

- Herr Dirksen, ordentliches Mitglied der physikalisch-mathematischen Klasse, am 16. Juli zu Paris.
- „ Kunth, desgl., am 22. März.
- „ Neander, ordentliches Mitglied der philosophisch-historischen Klasse, am 14. Juli.
- „ Gay-Lussac in Paris, auswärtiges Mitglied der physikalisch-mathematischen Klasse, am 9. Mai.
- „ Schumacher in Altona, correspond. Mitglied der physikalisch-mathematischen Klasse, den 29. December.
- „ Avellino in Neapel, correspond. Mitglied der philosophisch-historischen Klasse, am 9. Januar.
- „ Baron von Reiffenberg in Brüssel, desgl., am 18. April.

## Erwählt wurden:

Herr Lepsius zum ordentlichen Mitgliede der philosophisch-historischen Klasse am 25. April und bestätigt durch die Königliche Kabinets-Ordre vom 18. Mai.

„ Homeyer desgl. desgl.

„ Petermann desgl. desgl.

„ Biot in Paris zum auswärtigen Mitgliede der physikalisch-mathematischen Klasse am 7. Februar und bestätigt durch die Königliche Kabinets-Ordre vom 27. Februar.

„ Rawlinson in London zum auswärtigen Mitgliede der philosophisch-historischen Klasse am 25. April und bestätigt durch die Königliche Kabinets-Ordre vom 18. Mai.

„ Hase in Paris, desgl. desgl.

„ Principe di San Giorgio Domenico Spinelli in Neapel zum Ehrenmitgliede am 25. April und bestätigt durch die Königliche Kabinets-Ordre vom 18. Mai.

„ Jules Mohl in Paris zum correspond. Mitgliede der philosophisch-historischen Klasse am 25. April.

„ Lönnrot in Helsingfors desgl. desgl.

„ Wuk Stephanowitsch Karadschitsch in Wien, desgl. desgl.

„ Reinaud in Paris desgl. desgl.

„ Pott in Halle desgl. desgl.



# Verzeichniß

## der Mitglieder der Akademie

am Schlusse des Jahres 1850.

### I. Ordentliche Mitglieder.

#### Physikalisch-mathematische Klasse.

	Datum der Königl. Bestätigung.		Datum der Königl. Bestätigung.
<b>Herr Grison, Veteran</b> . .	1798 Febr. 22.	<b>Herr Dirichlet</b> . . . .	1832 Febr. 13.
- <i>A. v. Humboldt</i> . .	1800 Aug. 4.	- <i>H. Rose</i> . . . .	1832 Febr. 13.
- <i>v. Buch</i> . . . .	1806 März 27.	- <i>Müller</i> . . . .	1834 Juli 16.
- <i>Erman, Veteran</i> . .	1806 März 27.	- <i>G. Rose</i> . . . .	1834 Juli 16.
- <i>Lichtenstein, Veteran</i> .	1814 Mai 14.	- <i>Steiner</i> . . . .	1834 Juli 16.
- <i>Weiß</i> . . . .	1815 Mai 3.	- <i>Jacobi</i> . . . .	1836 April 5.
- <i>Link</i> . . . .	1815 Juli 15.	- <i>v. Olfers</i> . . . .	1837 Jan. 4.
- <i>Mitscherlich</i> . . .	1822 Febr. 7.	- <i>Dove</i> . . . .	1837 Jan. 4.
- <i>Karsten</i> . . . .	1822 April 18.	- <i>Poggendorff</i> . . .	1839 Febr. 4.
- <i>Encke, Sekretar</i> . .	1825 Juni 21.	- <i>Magnus</i> . . . .	1840 Jan. 27.
- <i>Ehrenberg, Sekretar</i> .	1827 Juni 18.	- <i>Hagen</i> . . . .	1842 Juni 28.
- <i>Crelle</i> . . . .	1827 Aug. 23.	- <i>Riefs</i> . . . .	1842 Juni 28.
- <i>Klug</i> . . . .	1830 Jan. 11.		

#### Philosophisch-historische Klasse.

<b>Herr v. Savigny, Veteran</b> .	1811 April 29.	<b>Herr Panofka</b> . . . .	1836 April 5.
- <i>Böckh, Veteran, Sekretar</i> .	1814 Mai 14.	- <i>von der Hagen</i> . .	1841 März 9.
- <i>Bekker, Veteran</i> . . .	1815 Mai 3.	- <i>Willh. Grimm</i> . .	1841 März 9.
- <i>Ritter</i> . . . .	1822 April 18.	- <i>Schott</i> . . . .	1841 März 9.
- <i>Bopp</i> . . . .	1822 April 18.	- <i>Dirksen</i> . . . .	1841 März 9.
- <i>Meincke</i> . . . .	1830 Juni 11.	- <i>Pertz</i> . . . .	1843 Jan. 23.
- <i>Lachmann</i> . . . .	1830 Juni 11.	- <i>Trendelenburg, Sekretar</i> .	1846 März 11.
- <i>Ranke</i> . . . .	1832 Febr. 13.	- <i>Dieterici</i> . . . .	1847 Jan. 20.
- <i>v. Schelling</i> . . .	1832 Mai 7.	- <i>Lepsius</i> . . . .	1850 Mai 18.
- <i>Jac. Grimm</i> . . .	1832 Mai 7.	- <i>Homeyer</i> . . . .	1850 Mai 18.
- <i>Gerhard</i> . . . .	1835 März 12.	- <i>Petermann</i> . . . .	1850 Mai 18.

## II. Auswärtige Mitglieder.

### Physikalisch-mathematische Klasse.

	Datum der Königl. Bestätigung.
Herr <i>Gauß</i> in Göttingen . . . . .	1810 Juli 18.
- <i>Arago</i> in Paris . . . . .	1828 Jan. 4.
- <i>Robert Brown</i> in London . . . . .	1834 März 20.
- <i>Cauchy</i> in Paris . . . . .	1836 April 5.
Sir <i>John Herschel</i> in Hawkhurst in der Grafschaft Kent .	1839 Febr. 4.
Herr <i>Faraday</i> in London . . . . .	1842 Juni 28.
Sir <i>David Brewster</i> in Edinburg . . . . .	1846 März 11.
Herr <i>Biot</i> in Paris . . . . .	1850 Febr. 27.

### Philosophisch-historische Klasse.

Herr <i>H. Ritter</i> in Göttingen . . . . .	1832 Febr. 13.
- <i>Eichhorn</i> in Ammerhof bei Tübingen . . . . .	1832 Febr. 13.
- <i>Cousin</i> in Paris . . . . .	1832 Mai 7.
- <i>Lobeck</i> in Königsberg . . . . .	1832 Mai 7.
- <i>H. H. Wilson</i> in Oxford . . . . .	1839 April 21.
- <i>Guizot</i> in Paris . . . . .	1840 Dec. 14.
- <i>Welcker</i> in Bonn . . . . .	1846 März 11.
- <i>Creuzer</i> in Heidelberg . . . . .	1846 März 11.
- <i>Rawlinson</i> in London . . . . .	1850 Mai 18.
- <i>Hase</i> in Paris . . . . .	1850 Mai 18.



### III. Ehren-Mitglieder.

	Datum der Königl. Bestätigung.
Herr <i>Imbert Delonnes</i> in Paris . . . . .	1801 Oct. 22.
- <i>William Hamilton</i> in London . . . . .	1815 Juni 22.
- <i>Leake</i> in London . . . . .	1815 Juni 22.
- General-Feldmarschall <i>Freiherr v. Müffling</i> in Erfurt	1823 Juni 23.
- <i>v. Hisinger</i> auf <i>Skinskatteberg</i> bei <i>Köping</i> in Schweden	1828 Jan. 4.
- <i>Freiherr v. Lindenau</i> in Altenburg . . . . .	1828 Jan. 4.
- <i>Bunsen</i> in London . . . . .	1835 Jan. 7.
- <i>Duca di Serradifalco</i> in Palermo . . . . .	1836 Juli 29.
- <i>Freiherr Prokesch von Osten</i> in Berlin . . . . .	1839 März 14.
- <i>Duc de Luynes</i> in Paris . . . . .	1840 Dec. 14.
- <i>Carl Lucian Bonaparte Prinz von Canino</i> in Rom .	1843 März 27.
- <i>Merian</i> in Basel . . . . .	1845 März 8.
- <i>Garabed Artin Davoud-Oghlou</i> in Wien . . . .	1847 Juli 24.
- <i>Principe di San Giorgio Domenico Spinelli</i> in Neapel	1850 Mai 18.

## IV. Correspondirende Mitglieder.

Physikalisch-mathematische Klasse.

	Datum der Wahl.
Herr <i>Agassiz</i> in Boston . . . . .	1836 März 24.
- <i>Biddell Airy</i> in Greenwich . . . . .	1834 Juni 5.
- <i>Amici</i> in Florenz . . . . .	1836 Dec. 1.
- <i>Argelander</i> in Bonn . . . . .	1836 März 24.
- <i>v. Baer</i> in St. Petersburg . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Bequerel</i> in Paris . . . . .	1835 Febr. 19.
- <i>P. Berthier</i> in Paris . . . . .	1829 Dec. 10.
- <i>Brandt</i> in St. Petersburg . . . . .	1839 Dec. 19.
- <i>Adolphe Brongniart</i> in Paris . . . . .	1835 Mai 7.
- <i>Bunsen</i> in Breslau . . . . .	1846 März 19.
- <i>Carlini</i> in Mailand . . . . .	1826 Juni 22.
- <i>Carus</i> in Dresden . . . . .	1827 Dec. 13.
- <i>Chevreur</i> in Paris . . . . .	1834 Juni 5.
- <i>v. Dechen</i> in Bonn . . . . .	1842 Febr. 3.
- <i>Dufrénoy</i> in Paris . . . . .	1835 Febr. 19.
- <i>Duhamel</i> in Paris . . . . .	1847 April 15.
- <i>J. B. Dumas</i> in Paris . . . . .	1834 Juni 5.
- <i>Élie de Beaumont</i> in Paris . . . . .	1827 Dec. 13.
- <i>Eschricht</i> in Kopenhagen . . . . .	1842 April 7.
- <i>Fechner</i> in Leipzig . . . . .	1841 März 25.
- <i>F. E. L. Fischer</i> in St. Petersburg . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Gotthelf Fischer</i> in Moskau . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Flauti</i> in Neapel . . . . .	1829 Dec. 10.
- <i>Fuchs</i> in München . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Gaudichaud</i> in Paris . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Gergonne</i> in Montpellier . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>C. G. Gmelin</i> in Tübingen . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>L. Gmelin</i> in Heidelberg . . . . .	1827 Dec. 13.
- <i>Göppert</i> in Breslau . . . . .	1839 Juni 6.
- <i>Thom. Graham</i> in London . . . . .	1835 Febr. 19.
- <i>Haidinger</i> in Wien . . . . .	1842 April 7.

	Datum der Wahl.
Sir <i>W. R. Hamilton</i> in Dublin . . . . .	1839 Juni 6.
Herr <i>Hansen</i> in Gotha . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Hansteen</i> in Christiania . . . . .	1827 Dec. 13.
- <i>Hausmann</i> in Göttingen . . . . .	1812
Sir <i>W. J. Hooker</i> in Kew . . . . .	1834 Febr. 13.
Herr <i>Jameson</i> in Edinburg . . . . .	1820 Juni 1.
- <i>Käntz</i> in Dorpat . . . . .	1841 März 25.
- <i>Kunmer</i> in Breslau . . . . .	1839 Juni 6.
- <i>Lamé</i> in Paris . . . . .	1838 Dec. 20.
- <i>v. Ledebour</i> in Heidelberg . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Le Verrier</i> in Paris . . . . .	1846 Dec. 17.
- Graf <i>Libri</i> in London . . . . .	1832 Jan. 19.
- Freiherr <i>v. Liebig</i> in Gießen . . . . .	1833 Juni 20.
- <i>Lindley</i> in London . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Liouville</i> in Paris . . . . .	1839 Dec. 19.
- <i>v. Martius</i> in München . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Melloni</i> in Neapel . . . . .	1836 März 24.
- <i>Milne Edwards</i> in Paris . . . . .	1847 April 15.
- <i>Möbius</i> in Leipzig . . . . .	1829 Dec. 10.
- <i>Hugo v. Mohl</i> in Tübingen . . . . .	1847 April 15.
- <i>Morin</i> in Metz . . . . .	1839 Juni 6.
- <i>Moser</i> in Königsberg . . . . .	1843 Febr. 16.
- <i>Mulder</i> in Utrecht . . . . .	1845 Jan. 23.
Sir <i>Roderick Impey Murchison</i> in London . . . . .	1847 April 15.
Herr <i>Naumann</i> in Leipzig . . . . .	1846 März 19.
- <i>F. E. Neumann</i> in Königsberg . . . . .	1833 Juni 20.
- <i>Oersted</i> in Kopenhagen . . . . .	1820 Nov. 23.
- <i>Ohm</i> in München . . . . .	1839 Juni 6.
- <i>R. Owen</i> in London . . . . .	1836 März 24.
- <i>de Pambour</i> in Paris . . . . .	1839 Juni 6.
- <i>Pfaff</i> in Kiel . . . . .	1812
- <i>Plana</i> in Turin . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Poncelet</i> in Paris . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>de Pontécoulant</i> in Paris . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Presl</i> in Prag . . . . .	1838 Mai 3.
- <i>Purkinje</i> in Prag . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Quetelet</i> in Brüssel . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Rathke</i> in Königsberg . . . . .	1834 Febr. 13.

	Datum der Wahl.
<b>Herr Regnault</b> in Paris . . . . .	1847 April 15.
- <i>Retzius</i> in Stockholm . . . . .	1842 Dec. 8.
- <i>Achille Richard</i> in Paris . . . . .	1835 Mai 7.
- <i>Richelot</i> in Königsberg . . . . .	1842 Dec. 8.
- <i>de la Rive</i> in Genf . . . . .	1835 Febr. 19.
- <i>Aug. de Saint-Hilaire</i> in Montpellier . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Jul. César de Savigny</i> in Paris . . . . .	1826 April 13.
- <i>v. Schlechtendal</i> in Halle . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Marcel de Serres</i> in Montpellier . . . . .	1826 April 13.
- <i>v. Siebold</i> in Breslau . . . . .	1841 März 25.
- <i>Struve</i> in St. Petersburg . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>Studer</i> in Bern . . . . .	1845 Jan. 23.
- <i>Sturm</i> in Paris . . . . .	1835 Febr. 19.
- <i>Tenore</i> in Neapel . . . . .	1812
- <i>Thénard</i> in Paris . . . . .	1812
- <i>Tiedemann</i> in Frankfurt a. M. . . . .	1812
- <i>Tilesius</i> in Leipzig . . . . .	1812
- <i>Treviranus</i> in Bonn . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Aug. Valenciennes</i> in Paris . . . . .	1836 März 24.
- <i>Rud. Wagner</i> in Göttingen . . . . .	1841 März 25.
- <i>Wahlenberg</i> in Upsala . . . . .	1814 März 17.
- <i>Wallich</i> in Calcutta . . . . .	1832 Jan. 19.
- <i>E. H. Weber</i> in Leipzig . . . . .	1827 Dec. 13.
- <i>W. Weber</i> in Göttingen . . . . .	1834 Febr. 13.
- <i>Wöhler</i> in Göttingen . . . . .	1833 Juni 20.

## Philosophisch-historische Klasse.

<b>Herr Bancroft</b> in New York . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Bartholmæss</i> in Paris . . . . .	1847 Juni 10.
- <i>Bergk</i> in Marburg . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Bernhardy</i> in Halle . . . . .	1846 März 19.
- <i>Böhmer</i> in Frankfurt a. M. . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Graf Borghesi</i> in St. Marino . . . . .	1836 Juni 23.
- <i>Brandis</i> in Bonn . . . . .	1832 April 12.
- <i>Braun</i> in Rom . . . . .	1843 Aug. 3.
- <i>Burnouf</i> in Paris . . . . .	1837 Febr. 16.
- <i>Cavedoni</i> in Modena . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Chmel</i> in Wien . . . . .	1846 März 19.

	Datum der Wahl.
Herr <i>Charl. Purton Cooper</i> in London . . .	1836 Febr. 18.
- <i>Dahlmann</i> in Bonn . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Diez</i> in Bonn . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>W. Dindorf</i> in Leipzig . . . . .	1846 Dec. 17.
- <i>Dureau de la Malle</i> in Paris . . . . .	1847 April 15.
- <i>v. Frähn</i> in St. Petersburg . . . . .	1834 Dec. 4.
- <i>Freitag</i> in Bonn . . . . .	1829 Dec. 10.
- <i>Del Furia</i> in Florenz . . . . .	1819 Febr. 4.
- <i>Geel</i> in Leyden . . . . .	1836 Juni 23.
- <i>Gervinus</i> in Heidelberg . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Götting</i> in Jena . . . . .	1844 Mai 9.
- <i>G. F. Grotefend</i> in Hannover . . . . .	1847 April 15.
- <i>Guérard</i> in Paris . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Freih. v. Hammer-Purgstall</i> in Wien . . .	1814 März 17.
- <i>Haupt</i> in Leipzig . . . . .	1846 März 19.
- <i>C. F. Hermann</i> in Göttingen . . . . .	1840 Nov. 5.
- <i>Hildebrand</i> in Stockholm . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Jomard</i> in Paris . . . . .	1821 Aug. 16.
- <i>Stanisl. Julien</i> in Paris . . . . .	1842 April 14.
- <i>Kemble</i> in London . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Kopp</i> in Luzern . . . . .	1846 März 19.
- <i>Kosegarten</i> in Greifswald . . . . .	1829 Dec. 10.
- <i>Labus</i> in Mailand . . . . .	1843 März 2.
- <i>Lajard</i> in Paris . . . . .	1846 Dec. 17.
- <i>Lappenberg</i> in Hamburg . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Lassen</i> in Bonn . . . . .	1846 Dec. 17.
- <i>Leemans</i> in Leyden . . . . .	1844 Mai 9.
- <i>Lehrs</i> in Königsberg . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Lenormant</i> in Paris . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Löbell</i> in Bonn . . . . .	1846 Dec. 17.
- <i>Lönnrot</i> in Helsingfors . . . . .	1850 April 25.
- <i>J. J. da Costa de Macedo</i> in Lissabon . .	1838 Febr. 15.
- <i>Madvig</i> in Kopenhagen . . . . .	1836 Juni 23.
- <i>Mai</i> in Rom . . . . .	1822 Febr. 28.
- <i>Graf della Marmora</i> in Genua . . . . .	1844 Mai 9.
- <i>Meier</i> in Halle . . . . .	1824 Juni 17.
- <i>Jul. Mohl</i> in Paris . . . . .	1850 April 25.
- <i>Molbech</i> in Kopenhagen . . . . .	1845 Febr. 27.

	Datum der Wahl.
Herr <i>Munch</i> in Christiania . . . . .	1847 Juni 10.
- <i>Mustoxides</i> in Corfu . . . . .	1815 Juni 22.
- <i>C. F. Neumann</i> in München . . . . .	1829 Dec. 10.
- <i>Constantinus Oeconomus</i> in Athen . . . . .	1832 Dec. 13.
- <i>Orti Manare</i> in Verona . . . . .	1842 Dec. 22.
- <i>Palachy</i> in Prag . . . . .	1845 Febr. 27.
Sir <i>Francis Palgrave</i> in London . . . . .	1836 Febr. 18.
Herr <i>Peyron</i> in Turin . . . . .	1836 Febr. 18.
Sir <i>Thomas Phillips</i> in Middlehill . . . . .	1845 Febr. 27.
Herr <i>Pott</i> in Halle . . . . .	1850 April 25.
- <i>Prescott</i> in Boston . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Et. Quatremère</i> in Paris . . . . .	1812
- <i>Rafn</i> in Kopenhagen . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Raoul-Rochette</i> in Paris . . . . .	1832 April 12.
- <i>Ravaisson</i> in Paris . . . . .	1847 Juni 10.
- <i>Reinaud</i> in Paris . . . . .	1850 April 25.
- <i>Ritschl</i> in Bonn . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Rofs</i> in Halle . . . . .	1836 Febr. 18.
- <i>de Santarem</i> in Paris . . . . .	1847 Juni 10.
- <i>Schaffarik</i> in Prag . . . . .	1840 Febr. 13.
- <i>Schmeller</i> in München . . . . .	1836 Febr. 18.
- <i>Schömann</i> in Greifswald . . . . .	1824 Juni 17.
- <i>Secchi</i> in Rom . . . . .	1846 März 19.
- <i>Sparks</i> in Cambridge bei Boston . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Spengel</i> in München . . . . .	1842 Dec. 22.
- <i>Stülin</i> in Stuttgart . . . . .	1846 Dec. 17.
- <i>Stenzel</i> in Breslau . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Thiersch</i> in München . . . . .	1825 Juni 9.
- <i>Uhland</i> in Tübingen . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Voigt</i> in Königsberg . . . . .	1846 Dec. 17.
- <i>Waltz</i> in Göttingen . . . . .	1842 April 14.
- <i>de Witte</i> in Paris . . . . .	1845 Febr. 27.
- <i>Wuk Stephanowitsch Karadschitsch</i> in Wien . . . . .	1850 April 25.







Physikalische  
A b h a n d l u n g e n

der

Königlichen

Akademie der Wissenschaften

zu Berlin.

---

Aus dem Jahre

1850.

---

Berlin.

Gedruckt in der Druckerei der Königlichen Akademie  
der Wissenschaften.

1852.

---

In Commission in F. Dümmler's Buchhandlung.



## I n h a l t.



RIESS über den elektrischen Entladungsstrom in einem dauernd unterbrochenen Schließungsbogen .....	Seite 1
MÜLLER: Fortsetzung der Untersuchungen über die Metamorphose der Echino- dermen. (Vierte Abhandlung.) .....	- 37





# Über den elektrischen Entladungsstrom in einem dauernd unterbrochenen Schließungsbogen.

H<sup>rn.</sup>  Von  
RIESS.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 18. April 1850.]

Bei meinen bisherigen Untersuchungen der elektrischen Entladung war der Schließungsbogen der Batterie entweder voll, das heißt: durchweg aus guten Leitern zusammengesetzt, oder er war an einer Stelle durch Luft oder einen anderen schlechten Leiter unterbrochen. Im zweiten Falle wurde die Entladung so eingerichtet, daß sie den ganzen Bogen durchlief, indem sie die Lücke des unterbrochenen Bogen unter Funkenerscheinung übersprang. Die Wirkungen der Entladung waren bei der einen und andern Beschaffenheit des Bogens sehr verschieden, man konnte aber auch, durch Steigerung der Dichtigkeit der entladenen Elektrizitätsmenge, alle Erscheinungen des unterbrochenen Bogens im vollen hervorbringen. Demnach habe ich zwei Entladungsweisen unterschieden, die im vollen Bogen vorkommen können, die continuirliche Entladung, welche von einem Querschnitte des Bogens zum nächstfolgenden stetig fortgeht, und die discontinuirliche, bei welcher die Elektrizität in einem Querschnitte stockt, auf einen entfernter liegenden Querschnitt durch Influenz wirkt und später die dazwischenliegende Masse des Bogens plötzlich durchbricht. Bei aller Verschiedenheit der Wirkung beider Entladungsarten traten aber einige unverkennbare Ähnlichkeiten ihrer Gesetze hervor, so die unveränderte Stärke des Entladungsstromes bei dem Glühen von Dräthen verschiedener Länge, und die Proportionalität des Stromes zum Quadrate des Querschnittes des glühenden Drathes, welche beide Beziehungen sich den einfachen Wärmeformeln anschließen. Es war hiernach geboten, die beiden Momente der discontinuirlichen Entladung experimentell von einander zu trennen, die Wirkung der Entladung in einem dauernd unterbrochenen Schließungsbogen.

*Phys. Kl. 1850.*

fsungsbogen zu untersuchen, in einem Bogen also, in dem die Entladung an einem bestimmten Querschnitte stockt, ohne später die Lücke durchbrechen zu können.

---

Strom in einem durch einen Condensator unterbrochenen  
Schließungsbogen.

§. 1.

Von der innern Belegung einer elektrischen Batterie wurde eine Metallverbindung, aus einem Entladungsapparat, einem Henleyschen Auslader und einem Kupferdrahte bestehend, isolirt zu der einen, 81 Linien breiten, Messingscheibe eines vertikal stehenden Condensators geführt. Diese Metallverbindung, die, wenn der Arm des Entladungsapparates niedergefallen war, die innere Belegung der Batterie mit der Condensatorscheibe verband, soll der innere Theil des Schließungsbogens, die Condensatorscheibe die innere Scheibe heißen. Von der zweiten Condensatorscheibe (der äußeren) ging eine ähnliche Metallverbindung, aus Drath, einem Henleyschen Auslader und einem breiten Kupferstreifen bestehend, zu der äußern Belegung der Batterie und soll als äußerer Theil des Schließungsbogens bezeichnet werden. Dieser Theil war isolirt oder nicht, je nachdem die äußere Belegung es war. Nachdem der Arm des Entladungsapparates in die Höhe gestellt und dadurch die Verbindung der inneren Batteriebelegung mit der inneren Condensatorscheibe aufgehoben war, wurde die Batterie, wie gewöhnlich, geladen, wobei die äußere Belegung von dem Schließungsbogen getrennt und mit einer Maafsflasche verbunden war, deren Kugeln  $\frac{1}{2}$  Linie von einander standen; danach wurde der äußere Schließungsbogen mit der äußeren Batteriebelegung verbunden, und der niederfallende Entladungsapparat stellte die Verbindung zwischen der innern Belegung und der inneren Scheibe her. Die Batterie wurde in der folgenden Untersuchung durchgängig mit positiver Elektrizität geladen.

§. 2.

Im ersten Versuche betrug die Entfernung der Condensatorscheiben von einander 3 Linien; in den Zwischenraum waren zur Vermeidung des



Durchbruches der Entladung zwei Guttapercha-Platten gestellt; die äußere Belegung der Batterie war isolirt, drei Flaschen der Batterie wurden mit der Elektrizitätsmenge 16 geladen. Als der Entladungsapparat niedergefallen und gleich darauf wieder aufgezogen worden war, zeigte sich der Condensator geladen, die innere Scheibe positiv, die äußere negativ und zwar so stark elektrisch, daß eine Verbindung beider Scheiben durch die Finger einer Hand eine fühlbare Erschütterung hervorbrachte. Es war also von der inneren Belegung der Batterie positive Elektrizität durch den inneren Schließungsbogen zur innern Condensatorscheibe, von der äußeren Belegung negative Elektrizität durch den äußern Schließungsbogen zur äußern Scheibe gegangen und zwar in derselben Richtung, als wenn der innere und äußere Schließungsbogen mit einander verbunden gewesen wären. Ich will diese Überführung der Elektrizitäten beider Batteriebelegungen, der Kürze des Ausdrucks wegen, mit Entladung der Batterie bezeichnen, wenn auch die übergeführte Menge nur einen kleinen Theil der in der Batterie angehäuften Elektrizitätsmenge beträgt. Es kann keine Undeutlichkeit dadurch entstehen, daß unter Entladung auch, und zwar gewöhnlich, die Fortführung des größten Theils der Elektrizitätsmenge der Batterie verstanden wird.

Um die Wirkung des durch die Entladung im unterbrochenen Schließungsbogen gebildeten Stromes zu untersuchen, wurde in den inneren Theil des Schließungsbogens ein sehr empfindliches elektrisches Luftthermometer eingeschaltet, in dessen Kugel ein Platindrath von 115 Linien Länge, 0,0185 Lin. Radius ausgespannt war. Die Elektrizitätsmenge 20 aus 3 Flaschen entladen, brachte keine Änderung im Stande des Thermometers hervor. Es wurde nun an die Stelle des Thermometers ein Zersetzungsapparat gesetzt, zwei Platinspitzen die auf einem mit Jodkaliumlösung genäßten Papiere standen. Die Entladung brachte eine deutliche Ausscheidung von Jod unter der mit dem Innern der Batterie verbundenen Platinspitze hervor. Als der Zersetzungsapparat in den äußeren Theil des Schließungsbogens eingeschaltet war, fand die Jodausscheidung unter der mit der äußeren Condensatorscheibe verbundenen Platinspitze statt. Es folgt hieraus: die Entladung der Batterie erzeugt in jedem Theile eines dauernd unterbrochenen Schließungsbogens einen Strom von derselben Richtung als ob die Unterbrechung nicht vorhanden wäre.

## §. 3.

Die Untersuchung der Schlagweite an einer Stelle des unterbrochenen Schließungsbogens mußte ergeben, ob, wie es im vollen Bogen der Fall ist, die Dichtigkeit der Elektrizität im Bogen ein constantes Verhältniß zu der in der Batterie bewahre. Da hier die Schlagweiten von strömender Elektrizität beobachtet werden, so mußte, wenn jenes Verhältniß statt findet, die Schlagweite mit dem Quadrate der in der Batterie vorhandenen elektrischen Dichtigkeit veränderlich sein. Ein Funkenmikrometer, dessen Kugeln auf bestimmte Entfernungen von einander eingestellt waren, wurde in den äußeren Theil des Schließungsbogens eingeschaltet und die kleinste Elektrizitätsmenge gesucht, mit der die Batterie geladen werden mußte, um bei der Entladung einen Funken im Mikrometer erscheinen zu lassen. Die Condensatorscheiben waren in der ersten Beobachtungsreihe 3 Linien von einander entfernt und durch eine Guttapercha-Platte von einander getrennt.

## Schlagweiten im äußern Theile des Schließungsbogens.

| Schlagweite.<br>$d$ | Elektricitätsmenge. |            | $(q = b \sqrt{V d})$<br>$b$ |
|---------------------|---------------------|------------|-----------------------------|
|                     | beobachtet. $q$     | berechnet. |                             |
| 0,2 Lin.            | 4,5                 | 4,6        |                             |
| 0,4                 | 6,5                 | 6,6        |                             |
| 0,8                 | 10                  | 9,4        |                             |
| 1,2                 | 15                  | 11,5       | 10,5                        |

## Entfernung der Condensatorscheiben 4 Lin., ohne Zwischenplatte.

|     |    |      |      |
|-----|----|------|------|
| 0,2 | 6  | 6,3  |      |
| 0,4 | 8  | 8,9  |      |
| 0,8 | 12 | 12,6 |      |
| 1,2 | 16 | 15,4 |      |
| 1,6 | 19 | 17,8 | 14,1 |

Die Rechnung ist nach der Formel  $d = b \left(\frac{r}{V}\right)^2$  geführt, worin die Flaschenzahl  $s$  constant gelassen wurde. In der ersten Reihe ist die Übereinstimmung der beobachteten Werthe mit den berechneten geringer als in der zweiten. Vor jedem Versuche mußte nämlich Batterie und Condensator durch metallische Verbindung der beiden Belegungen unelektrisch gemacht werden. Dies ließ sich aber in kurzer Zeit nicht ausführen und die zurückbleibende Ladung, die des Condensators zumeist, mußte die Beobachtungen stören. Als die zwischen den Condensatorscheiben ausgespannte Guttapercha-Platte entfernt und untersucht wurde, zeigte sie sich auf beiden Flä-

chen stark elektrisch. In der zweiten Reihe, wo nur eine Luftschicht die Condensatorscheiben trennte, konnte die Entladung derselben sogleich vollständig ausgeführt werden. Dafs allein die Dichtigkeit der in der Batterie befindlichen und der in den Schließungsbogen eintretenden Elektrizität, nicht aber deren Menge, die Schlagweite bestimme, zeigte die Beobachtung der Elektrizitätsmenge bei constanter Schlagweite und veränderlicher Zahl der Batteriefaschen.

|                          |     |     |     |     |     |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|-----|
| Flaschenzahl $s$ .       | 3   | 4   | 5   | 6   | 7   |
| Elektrizitätsmenge $q$ . | 6   | 9   | 11  | 13  | 14  |
| Dichtigkeit $\gamma$ .   | 2,0 | 2,2 | 2,2 | 2,1 | 2,0 |

Es gehörten hiernach zu constanten Schlagweiten im Schließungsbogen constante Dichtigkeiten der Elektrizität in der Batterie, obgleich, wie sich §. 5. zeigen wird, die in den Schließungsbogen tretende Elektrizitätsmenge keinesweges der in der Batterie befindlichen proportional war. Die Versuche wurden mit demselben Erfolge wiederholt, als die äufere Belegung der Batterie und damit der äufere Schließungsbogen eine vollkommene Ableitung zur Erde erhalten hatte. Wir können daher schliessen, dafs die Dichtigkeit der in der Batterie befindlichen Elektrizitätsmenge proportional der Dichtigkeit der in dem unterbrochenen Schließungsbogen bewegten Menge ist, was durch die folgenden Paragraphe vollkommen bestätigt wird.

---

#### Stärke des Stromes nach der Oberfläche des eingeschalteten Condensators.

##### §. 4.

Um die Stärke des elektrischen Stromes im unterbrochenen Schließungsbogen numerisch zu bestimmen, mußte die Erwärmung eines eingeschalteten constanten Drathes beobachtet und dazu die bisher in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge bedeutend vergrößert werden. Dies machte die Anwendung eines gröfseren Condensators nöthig, der in der bisher gebrauchten Plattenform und mit Luftzwischenlage nicht leicht in der erforderlichen Gröfse herzustellen ist. Man kommt leicht zum Zweck, wenn man zu der andern Form des Condensators übergeht, in welcher er den Namen der Leydener Flasche trägt, und also eine oder mehrere Flaschen in den

Schließungsbogen einschaltet. Dies hat zuerst Hr. Dove (Berichte der Akademie 1844. S. 354. 1846. S. 366.) gethan und die Wirksamkeit des hier betrachteten Entladungsstromes aufgezeigt. Er fand, daß dieser Strom, der vorzugsweise im äußern Theile untersucht wurde, fähig ist, einen Drath zu erwärmen, nahe gelegte Stahlnadeln zu magnetisiren, die Erschütterung zu geben; daß er durch eine Lücke mit einem Funken übergeht, eine dazwischengelegte Karte durchbohrt, in einem Nebendrathe den Nebenstrom erregt. Auch wurde die merkwürdige Erfahrung gemacht, daß der Strom im äußeren Drathe modificirt wird durch Einschaltung eines nassen Fadens in den innern Drath; der früher weiße Funke in einer Lücke des äußeren Drathes wurde bei dieser Einschaltung roth, die Erschütterung blieb aus, die Nadel eines Multiplicators konnte nun durch den Strom abgelenkt werden.

Ich bediente mich bei den folgenden Versuchen zur Einschaltung in den Schließungsbogen einer Batterie von 5 Flaschen, die auf einer isolirten Metallplatte standen und von welchen jede eine innere Belegung von nahe  $1\frac{1}{2}$  Quadr. Fufs besaß. Diese Batterie werde ich, der Deutlichkeit des Ausdrucks wegen, als Condensator, ihre Flaschen als Condensatorflaschen bezeichnen. Die durch die Elektrisirmaschine geladene Batterie bestand aus 7 Flaschen, jede von 2,6 Quadr. Fufs Belegung. Nachdem diese Batterie geladen war, wurde ihre äußere Belegung mit der Metallplatte verbunden, auf der die Condensatorflaschen standen, ihre innere Belegung durch den Entladungsapparat mit dem Innern der Condensatorflaschen in Verbindung gesetzt. Die Metallverbindung zwischen der inneren Belegung von Batterie und Condensator soll, wie früher, innerer Schließungsbogen, die Verbindung zwischen den äußeren Belegungen äußerer Bogen heißen. Der äußere Bogen wurde vollkommen zur Erde abgeleitet, weil bei seiner Isolirung weniger übereinstimmende Beobachtungen erhalten wurden.

#### §. 5.

Bei gleichbleibender Flaschenzahl der Batterie und des Condensators befolgt die Erwärmung im Schließungsbogen bei Änderung der Elektricitätsmenge und Dichtigkeit in der Batterie dasselbe Gesetz, das für den vollen Schließungsbogen gilt. Als 5 Flaschen der Batterie und des Condensators gebraucht wurden, gaben die Entladungen der mit den Mengen 10 12 14 geladenen Batterie an einem in den innern Bogen eingeschalteten Luft-

thermometer (§. 2.) die Erwärmungen 9,7 14,3 19,2 welche durch die Formel  $\theta = 0,49 \frac{q^2}{s}$  dargestellt werden, wenn  $q$  die Elektrizitätsmenge,  $s$  die Flaschenzahl der Batterie bezeichnet. Wird aber die Dichtigkeit in der Batterie unabhängig von der Elektrizitätsmenge geändert, oder bleibt die Flaschenzahl des Condensators nicht dieselbe, so kann die Formel auch mit veränderter Constante keine Geltung haben, wie die folgende Betrachtung lehrt. Die angeführte Formel ist eine Zusammenziehung des allgemeinen Ausdruckes  $\theta = \frac{aq^2}{\gamma s} = aq, \gamma$  wo  $\gamma$  die Dichtigkeit,  $q$  die Menge der Elektrizität bezeichnet, die aus der Batterie in den Schließungsbogen tritt und daselbst die Erwärmung  $\theta$  erregt.

Bei einem vollen Schließungsbogen wird stets derselbe aliquote Theil der in der Batterie befindlichen Elektrizitätsmenge entladen, wir waren daher berechtigt, da  $a$  in der Formel eine willkürliche Constante bezeichnet, für  $q$ , nicht die in den Bogen wirklich eintretende sondern die in der Batterie befindliche Elektrizitätsmenge ( $q$ ) zu setzen. Dies ist offenbar nicht erlaubt, wenn ein veränderlicher Condensator in den Schließungsbogen eingeschaltet, oder bei constantem Condensator die Batterie verändert wird, da die Elektrizitätsmenge, die ein Condensator von einem elektrischen Körper aufnimmt, abhängig ist von der relativen Größe der Oberfläche des Condensators. Diese aufgenommene Elektrizitätsmenge ist aber augenscheinlich die, welche in den Drath eintritt, der Batterie und Condensator verbindet und daselbst die Erwärmung hervorbringt. Um die Formel für diesen Fall geltend zu machen, müßte zu  $q$  ein von der Beschaffenheit der Batterie und des Condensators abhängiger Coefficient gesetzt werden. Dieser Coefficient ist im Allgemeinen, selbst wenn Form und Zwischenlage des Condensators unverändert bleiben, nicht anzugeben. Ich habe früher gezeigt, daß wenn ein kleiner Condensator durch einen größeren ersetzt, oder die Größe des angelegten elektrischen Körpers verändert wird, die aufgenommene Elektrizitätsmenge sich nicht nach dem Verhältnisse der Oberflächen verändert. Nur in dem hier vorliegenden Falle, wo Oberfläche von Batterie und Condensator nicht vergrößert und verkleinert, sondern durch identische Flaschen vermehrt und vermindert wird, hat die Erfahrung das Verhältniß der Oberflächen für das der Elektrizitätsmengen als nahe zutreffend aufgezeigt (§. 19.). Für diesen Fall läßt sich die neue Wärmeformel leicht zusammensetzen. Es bezeichne 1 die Größe der inneren

Belegung einer Batterieflasche,  $s$  die Zahl der Flaschen,  $f$  die Belegung einer Condensatorflasche,  $c$  die Anzahl dieser Flaschen, so geht nach dem angegebenen Verhältnisse von der in der Batterie befindlichen Elektrizitätsmenge  $q$  die Menge  $\frac{f c q}{s + f c}$  auf den Condensator über. Setzen wir diesen Werth für  $q$ , in den Ausdruck  $a q, \gamma$  und nehmen ferner nach §. 3. an, daß die Dichtigkeit  $\gamma$  der Elektrizität in der Batterie auch für die übergehende Elektrizität gilt, so kommt, wenn für die Gröfse  $\gamma$  ihr Werth  $\frac{q}{s}$  gesetzt wird.

$$\theta = \frac{a f q^2}{\left(\frac{s}{c} + f\right)^s}$$

als Ausdruck der Erwärmung durch die Entladung einer Batterie, deren Flaschenzahl  $s$  ist, in einem constanten Schließungsbogen, der durch einen Condensator unterbrochen ist, dessen Flaschenzahl  $= c$ . Bei der Prüfung dieser Formel kann  $f$  im Zähler fortgelassen werden, da die Constante  $a$  experimentell bestimmt wird. In den folgenden Versuchen hatte jede Batterieflasche eine Belegung von 2,6, jede Condensatorflasche eine Belegung von 1,5 Quadr. Fufs; es ist daher  $f = \frac{15}{26} = 0,577$  und die zu prüfende Formel

$$\theta = \frac{a q^2}{\left(\frac{s}{c} + 0,577\right)^s}.$$

### §. 6.

Das elektrische Thermometer (§. 2.) wurde in den innern Theil des Schließungsbogens eingeschaltet und daran die folgende Beobachtungsreihe angestellt.

#### Erwärmung im inneren Theile des Schließungsbogens.

| Zahl der Flaschen |                | Electricitäts-<br>Menge $q$ . | Erwärmung            |            |
|-------------------|----------------|-------------------------------|----------------------|------------|
| Condensator $c$ . | Batterie $s$ . |                               | beobachtet. $\theta$ | berechnet. |
| 5                 | 7              | 12                            | 7,2                  | 7,9        |
|                   |                | 14                            | 10,1                 | 10,8       |
|                   |                | 16                            | 15                   | 14,1       |
| 5                 | 5              | 10                            | 9,7                  | 9,7        |
|                   |                | 12                            | 14,3                 | 13,9       |
|                   |                | 14                            | 19,2                 | 18,9       |
| 5                 | 3              | 6                             | 8,2                  | 7,8        |
|                   |                | 8                             | 14                   | 13,8       |
|                   |                | 10                            | 21,5                 | 21,6       |
| 3                 | 3              | 8                             | 11                   | 10,3       |

| Zahl der Flaschen     |                   | Elektricitäts-<br>Menge $q$ . | Erwärmung            |            |
|-----------------------|-------------------|-------------------------------|----------------------|------------|
| d. Condensators $c$ . | d. Batterie $s$ . |                               | beobachtet. $\theta$ | berechnet. |
| 3                     | 3                 | 10                            | 15,8                 | 16,1       |
|                       |                   | 12                            | 22,5                 | 23,2       |
| 1                     | 3                 | 10                            | 8,2                  | 7,1        |
|                       |                   | 12                            | 10                   | 10,2       |
|                       |                   | 14                            | 13,8                 | 13,9       |

Die Erwärmungen sind nach der Formel berechnet  $\theta = \frac{0,7623 q^2}{\left(\frac{s}{c} + 0,577\right)^s}$

Dafs die Formel mit veränderter Constante auch für den äufseren Theil des Schließungsbogens gilt, zeigen die folgenden Beobachtungen, bei welchen das Thermometer sich in dem Verbindungsdrathe der äufseren Belegungen befand.

### §. 7.

#### Erwärmungen im äufseren Theile des Schließungsbogens.

| Zahl der Flaschen   |                 | Electricitäts-<br>Menge | Erwärmung           |           |
|---------------------|-----------------|-------------------------|---------------------|-----------|
| d. Condensators $c$ | d. Batterie $s$ |                         | beobachtet $\theta$ | berechnet |
| 5                   | 7               | 12                      | 7                   | 6,8       |
|                     |                 | 14                      | 9                   | 9,2       |
|                     |                 | 16                      | 12                  | 12        |
| 5                   | 5               | 10                      | 8,5                 | 8,2       |
|                     |                 | 12                      | 11,4                | 11,8      |
|                     |                 | 14                      | 15,3                | 16,1      |
| 5                   | 3               | 6                       | 6,6                 | 6,6       |
|                     |                 | 8                       | 11,7                | 11,7      |
|                     |                 | 10                      | 17,2                | 18,3      |
| 3                   | 3               | 8                       | 9,5                 | 8,8       |
|                     |                 | 10                      | 13,3                | 13,7      |
|                     |                 | 12                      | 19,3                | 19,7      |
| 1                   | 3               | 12                      | 9,3                 | 8,7       |
|                     |                 | 14                      | 12,3                | 11,9      |
|                     |                 | 16                      | 15,7                | 15,4      |

Die Rechnung ist nach  $\theta = \frac{0,649 q^2}{\left(\frac{s}{c} + 0,577\right)^s}$  geführt. Die folgende Beob-

achtungsweise giebt ebenfalls die Erwärmungen im äufseren Schließungsbogen, nachdem zum inneren Bogen ein dünner Platindrath hinzugesetzt war.

| Zahl der Flaschen      |                    | Elektricitäts-<br>Menge<br>$q$ | Erwärmung              |           |
|------------------------|--------------------|--------------------------------|------------------------|-----------|
| d. Condensators<br>$c$ | d. Batterie<br>$s$ |                                | beobachtet<br>$\theta$ | berechnet |
| 5                      | 7                  | 12                             | 4,7                    | 4,2       |
|                        |                    | 14                             | 6,1                    | 5,7       |
|                        |                    | 16                             | 7,7                    | 7,5       |
| 5                      | 5                  | 10                             | 5,3                    | 5,1       |
|                        |                    | 12                             | 7                      | 7,4       |
|                        |                    | 14                             | 10,1                   | 10,0      |
| 5                      | 3                  | 8                              | 7,6                    | 7,3       |
|                        |                    | 10                             | 11,7                   | 11,4      |
|                        |                    | 12                             | 14,0                   | 16,4      |
| 3                      | 3                  | 10                             | 8,2                    | 8,5       |
|                        |                    | 12                             | 11,7                   | 12,3      |
|                        |                    | 14                             | 15,1                   | 16,7      |
| 1                      | 3                  | 12                             | 6,4                    | 5,8       |
|                        |                    | 14                             | 7,5                    | 7,8       |
|                        |                    | 16                             | 10                     | 10,2      |

Die Beobachtungen werden durch  $\theta = \frac{0,4039 q^2}{\left(\frac{s}{c} + 0,577\right)^s}$  dargestellt.

### §. 8.

In den drei Beobachtungsreihen ist die Übereinstimmung der Rechnung mit den nur einmal beobachteten Werthen so genügend, daß ich Correctionen an den Constanten anzubringen nicht für nöthig fand. Für die Erwärmung an einer bestimmten Stelle eines constanten Schließungsbogens, der durch einen Condensator unterbrochen ist, gilt also die Formel

$$\theta = \frac{\alpha q^2}{\left(\frac{s}{c} + f\right)^s}$$

wo  $q$  die Elektricitätsmenge, mit der die Batterie geladen worden,  $s$  die Zahl der Batteriefaschen,  $c$  die Zahl der Condensatorflaschen und  $f$  das Verhältniß der innern Belegung einer Condensatorflasche zu der einer Batteriefasche bezeichnet. Aus der Herleitung der Formel (§. 5.) leuchtet ein, daß die unbestimmte Constante  $\alpha$  von  $f$  abhängt und daß daher, wenn  $\alpha$  bestimmt worden ist, die dabei angewandten Batterie- und Condensatorflaschen beibehalten werden müssen. Die Constante  $\frac{\alpha}{1+f}$  giebt die Erwärmung für die Elektricitätsmenge 1 an, in dem Falle, daß 1 Batteriefasche und 1 Condensatorflasche gebraucht werden, sie giebt daher einen Werth des Entladungsstromes unabhängig von der Größe der Batterie, der Ladung und des Con-



densators. Die Berechnung von  $a$  aus einer größeren Anzahl von Beobachtungen wird erleichtert, wenn man die Versuche so einrichtet, daß die Flaschenzahl von Batterie und Condensator in gleichem Verhältnisse geändert wird, indem man alsdann die bekannte Formel  $\theta = \frac{a' q^2}{s}$  gebrauchen kann. Das Verhältniß der neuen Constante  $a'$  zu  $a$  ist aus dem Werthe des Bruches  $\frac{s}{c}$  sogleich klar. Da ich in Batterie und Condensator nur eine geringe Anzahl von Flaschen zur Verfügung hatte, so nahm ich  $\frac{s}{c} = 1$  indem ich die beiderartigen Flaschen in gleicher Anzahl gebrauchte. Die in dem Folgenden ermittelten Werthe von  $a'$  gelten für sich als relatives Maafs der Entladungsströme. Sollen diese Werthe für die allgemeine Formel benutzt werden, so hat man  $a = 1,577 a'$  zu setzen.

### Abhängigkeit des Stromes von der Beschaffenheit des Schließungsbogens.

#### §. 9.

Der Entladungsstrom in einem vollen Schließungsbogen hängt von der Beschaffenheit des Bogens in der bekannten Weise ab, daß wenn zu dem Bogen ein Drath von der Länge  $l$ , dem Radius  $r$ , der spezifischen Verzögerungskraft  $\alpha$  hinzugesetzt wird, der Strom im Verhältnisse  $1 + \frac{b l x}{r^2}$  verringert wird. Der Quotient  $\frac{l x}{r^2}$  ist mit  $V$  bezeichnet und Verzögerungswerth genannt worden, so daß also der numerische Werth eines Entladungsstromes, durch  $1 + b V$  dividirt, den Werth des Stromes angibt, wenn ein Drath von dem Verzögerungswerthe  $V$  zu dem constanten Schließungsbogen hinzugesetzt ist. Die Gröfse  $b$  hängt von der Beschaffenheit dieses constanten Bogens ab und ist empirisch zu bestimmen. Würde dieselbe Abhängigkeit in einem dauernd unterbrochenen Bogen gelten, so hätte man für die Erwärmung an einer bestimmten Stelle dieses Bogens, also für die Stärke des Entladungsstromes die Formel

$$\theta = \frac{a q^2}{\left(\frac{s}{c} + f\right) (1 + b V)^s}$$

wo  $s$  die Zahl der Batterieflaschen,  $c$  die der Condensatorflaschen,  $f$  das Verhältniß der Belegung einer Condensator- zu der einer Batterieflasche und  $q$  die Elektrizitätsmenge der Batterie bedeutet. Die nach §. 8. vereinfachte Formel ist

$$\theta = \frac{a^4 q^2}{(1 + b r)^s}$$

wo  $s$  die Zahl sowol der Batterie - als der Condensatorflaschen angiebt.

Um diese Formel zu prüfen, war im inneren und äusseren Theil der Batterie ein Henleyscher Auslader angebracht, dessen Arme in federnde Klemmen aus Glockengut endigten. Die Klemmen wurden entweder durch kurze Kupferbleche mit einander verbunden, oder durch die in der Tafel bezeichneten Platindräthe. Diese Dräthe mußten sehr dünn gewählt werden, um bei dem grossen Verzögerungswerthe des Drathes im Thermometer genügende Unterschiede der Erwärmungen zu geben. Das Thermometer befand sich im äusseren Theile des Schliessungsbogens und seine Empfindlichkeit war durch Neigung der Skale gesteigert worden. Die äussere Belegung der Batterie war, wie überall, wo es nicht anders gesagt ist, zur Erde abgeleitet.

### §. 10.

#### Erwärmung im Schliessungsbogen bei Einschaltung von Dräthen in den äusseren Theil des Bogens.

| d. eingeschalteten Drathes |            | Flaschenzahl v.    | Elektricitäts- |            | Erwärmung |           |
|----------------------------|------------|--------------------|----------------|------------|-----------|-----------|
| Länge $l$                  | Radius $r$ | Batt. u. Cond. $s$ | Menge $q$      | beobachtet | $\theta$  | berechnet |
| 143,5 Lin                  | 0,04098    | 5                  | 8              | 7,3        |           | 7,5       |
|                            |            |                    | 10             | 11,6       |           | 11,8      |
|                            |            |                    | 12             | 16         |           | 17        |
|                            |            | 4                  | 6              | 5,6        |           | 5,3       |
|                            |            |                    | 8              | 9,2        |           | 9,5       |
|                            |            |                    | 10             | 15,2       |           | 14,8      |
|                            |            | 3                  | 6              | 7,6        |           | 7,1       |
|                            |            |                    | 8              | 12,7       |           | 12,7      |
|                            |            |                    | 10             | 19,7       |           | 19,7      |
|                            |            | 3                  | 8              | 11         |           | 10,6      |
|                            |            |                    | 10             | 17,2       |           | 16,6      |
|                            |            |                    | 12             | 24,        |           | 23,9      |
|                            |            | 4                  | 8              | 8,4        |           | 8,0       |
|                            |            |                    | 10             | 12,5       |           | 12,4      |
|                            |            |                    | 12             | 17,8       |           | 17,9      |
|                            |            | 5                  | 10             | 10,7       |           | 10,0      |
|                            |            |                    | 12             | 14         |           | 14,3      |
|                            |            |                    | 14             | 19,2       |           | 19,5      |

| d. eingeschalteten Drathes<br>Länge $l$ | Radius $r$ | Flaschenzahl v. Elektricitäts-<br>Batt. u. Cond. $s$ |    | Erwärmung<br>beobachtet $\theta$ berechnet |      |
|-----------------------------------------|------------|------------------------------------------------------|----|--------------------------------------------|------|
|                                         |            | Menge $q$                                            |    |                                            |      |
| 250                                     | 0,02382    | 5                                                    | 10 | 6,6                                        | 6,1  |
|                                         |            |                                                      | 12 | 8,8                                        | 8,7  |
|                                         |            |                                                      | 14 | 12,1                                       | 11,9 |
|                                         |            | 4                                                    | 10 | 8,2                                        | 7,6  |
|                                         |            |                                                      | 12 | 11,5                                       | 10,9 |
|                                         |            |                                                      | 14 | 13                                         | 14,8 |
|                                         |            | 3                                                    | 8  | 7,1                                        | 6,5  |
|                                         |            |                                                      | 10 | 10,2                                       | 10,1 |
|                                         |            |                                                      | 12 | 13,2                                       | 14,5 |
|                                         |            | 3                                                    | 12 | 9,2                                        | 9,6  |
|                                         |            |                                                      | 14 | 11,7                                       | 13,0 |
|                                         |            |                                                      | 16 | 15,7                                       | 16,9 |
| 313                                     | 0,0185     | 4                                                    | 12 | 7,0                                        | 7,2  |
|                                         |            |                                                      | 14 | 9,8                                        | 9,8  |
|                                         |            |                                                      | 16 | 11,8                                       | 12,7 |
|                                         |            | 5                                                    | 14 | 7,5                                        | 7,8  |
|                                         |            |                                                      | 16 | 9,1                                        | 10,2 |
|                                         |            |                                                      | 18 | 11,8                                       | 12,9 |

Aus der ersten Beobachtungsreihe wurde die Constante  $\alpha^1$  der Formel (§. 9.) bestimmt, für jede der übrigen Reihen  $\theta$  berechnet und aus diesen Werthen das Mittel genommen. Man hat daher

$$\theta = \frac{0,592 q^2}{\left(1 + 0,00000217 \frac{l}{r^2}\right) s.}$$

Die danach berechneten Werthe schlossen sich den beobachteten genügend an, um das Gesetz der Formel zu bestätigen. Es kann bei diesen Beobachtungen nicht die Genauigkeit früherer Versuche erwartet werden, weil theils die Annahme der Vertheilung der Elektricitätsmenge nach den Oberflächen nur annähernd richtig ist, theils die Condensatorflaschen nicht in so kurzer Zeit unelektrisch gemacht werden können, wie bei der Anstellung größerer Reihen nöthig ist. Es würden zwischen 2 Beobachtungen nicht, wie hier geschehen, einige Minuten, sondern Stunden verfließen müssen, wenn man das Glas des Condensators unelektrisch machen wollte. Eine elektrisirte Zwischenplatte im Condensator muß aber nothwendig den bei der Entladung der Batterie zuströmenden Theil von Elektricität verringern, und so habe ich auch stets gefunden, daß die späteren Beobachtungen einer Reihe, gegen die früheren gehalten, zu klein ausfielen.

## §. 11.

Während das Thermometer an seiner Stelle im äußeren Theile des Schließungsbogens blieb, wurden die verschiedenen Platindräthe in den Auslader im inneren Theile des Bogens gebracht, so daß also Thermometer und der veränderliche Theil des Schließungsbogens sich auf verschiedenen Seiten des Condensators befanden.

Erwärmung im Schließungsbogen bei Einschaltung von Dräthen in  
den inneren Theil desselben.

| d. eingeschalteten Drathes |            |                   | Flaschenzahl $s$ | Elektricitäts- | Erwärmung |           |      |
|----------------------------|------------|-------------------|------------------|----------------|-----------|-----------|------|
| Länge $l$                  | Radius $r$ | Batt. u. Condens. | Menge $q$        | beobachtet     | $\theta$  | berechnet |      |
| 143,5 Lin                  | 0,04098    | 3                 | 8                | 11             |           | 10,9      |      |
|                            |            |                   | 10               | 18,5           |           | 17        |      |
|                            |            |                   | 12               | 26             |           | 24,6      |      |
|                            |            | 4                 | 8                | 9,0            |           | 8,2       |      |
|                            |            |                   | 10               | 12,5           |           | 12,8      |      |
|                            |            |                   | 12               | 18             |           | 18,4      |      |
|                            | 0,02382    | 5                 | 10               | 10,5           |           | 10,2      |      |
|                            |            |                   | 12               | 14,2           |           | 14,7      |      |
|                            |            |                   | 14               | 19,3           |           | 20        |      |
|                            |            | 250               | 4                | 10             | 7,4       |           | 6,6  |
|                            |            |                   |                  | 12             | 8,5       |           | 9,4  |
|                            |            |                   |                  | 14             | 11,0      |           | 12,8 |
| 3                          | 10         |                   | 8,7              |                | 8,2       |           |      |
|                            | 12         |                   | 11,8             |                | 11,8      |           |      |
|                            | 14         |                   | 15,4             |                | 16        |           |      |
| 0,0185                     | 5          |                   | 8                | 7,4            |           | 7,0       |      |
|                            |            |                   | 10               | 10,9           |           | 10,9      |      |
|                            |            |                   | 12               | 14,9           |           | 15,7      |      |
|                            | 313        | 4                 | 14               | 8,3            |           | 8,7       |      |
|                            |            |                   | 16               | 11,4           |           | 11,3      |      |
|                            |            |                   | 18               | 13,5           |           | 14,3      |      |
| 3                          |            | 12                | 7,8              |                | 8,0       |           |      |
|                            |            | 14                | 10,4             |                | 10,9      |           |      |
|                            |            | 16                | 13,2             |                | 14,2      |           |      |
| 0,0185                     |            | 5                 | 12               | 10,2           |           | 10,6      |      |
|                            |            |                   | 14               | 13             |           | 14,5      |      |
|                            |            |                   | 16               | 17,5           |           | 18,9      |      |
|                            | 116        | 5                 | 10               | 7,8            |           | 7,3       |      |
|                            |            |                   | 12               | 10,3           |           | 10,5      |      |
|                            |            |                   | 14               | 14,2           |           | 14,3      |      |

| d. eingeschalteten<br>Länge $l$ | Flaschenzahl<br>Radius $r$ | Elektrocitäts-<br>Batt. u. Condens. | Erwärmung<br>Menge $q$ | Erwärmung  |                    |
|---------------------------------|----------------------------|-------------------------------------|------------------------|------------|--------------------|
|                                 |                            |                                     |                        | beobachtet | $\theta$ berechnet |
|                                 |                            | 4                                   | 10                     | 9,0        | 9,1                |
|                                 |                            |                                     | 12                     | 12,8       | 13,1               |
|                                 |                            |                                     | 14                     | 15,5       | 17,9               |
|                                 |                            | 3                                   | 8                      | 7,6        | 7,8                |
|                                 |                            |                                     | 10                     | 11,8       | 12,1               |
|                                 |                            |                                     | 12                     | 17,0       | 17,5               |

Die letzte Spalte ist nach der Formel  $\theta = \frac{0,592 q^2}{\left(1 + 0,0000183 \frac{l}{r^2}\right) s}$  berech-

net und zeigt, daß auch die im inneren Bogen eingeschalteten Dräthe den Entladungsstrom im Verhältnisse ihrer Verzögerungswerthe schwächen.

## §. 12.

Bemerkenswerth ist, daß der Werth der Constante  $b$  in der zweiten Beobachtungsreihe geringer ist als in der ersten, so daß also die Schwächung des Stromes kleiner war, wenn ein Drath in den inneren, als wenn er in den äußeren Theil des Schließungsbogens eingeschaltet wurde. Dies rührt nicht von dem zufälligen Umstande her, daß der Strom in dem äußeren Theile des Bogens beobachtet wurde; ich habe mich wiederholentlich überzeugt, daß dieselbe Verschiedenheit statt findet, wenn das Thermometer in dem inneren Bogen angebracht ist. So erhielt ich bei dieser Stellung des Thermometers die aus 9 Beobachtungen abgeleitete Erwärmung für die Einheit der Ladung = 0,182, wenn ein Platindrath im inneren Bogen eingeschaltet war, hingegen 0,17 bei Einschaltung desselben Drathes in den äußeren Bogen; mit einem anderen Drathe im ersten Falle 0,23, im zweiten 0,218. Ich habe darum die Beobachtungen im äußeren Drathe ausführlicher angestellt und mitgetheilt, weil sie geeignet sind, eine schädliche Vorstellung zu widerlegen, die sich dem Beobachter leicht aufdrängt. Wollte man nämlich den inneren und den äußeren Theil des Schließungsbogens, jeden für sich, als Ganzes betrachten, so würde derjenige Theil, in dem sich das Thermometer befindet, der bei Weitem am schlechtesten leitende sein. Der dünne und lange Platindrath in der Kugel des Thermometers hat einen Verzögerungswerth, welcher den des übrigen Theils des Schließungsbogens um Vieles übertrifft. Es wird also durch einen ferner hinzugesetzten Platindrath derjenige Theil des Schließungsbogens, in dem sich das Thermometer be-

findet, hinsichtlich seines Verzögerungswerthes weniger geändert, als der andere, und es müßte also die größere Schwächung des Stromes oder die geringere Erwärmung des Thermometers dann bemerkt werden, wenn Thermometer und eingeschalteter Drath durch den Condensator getrennt werden. In den ausführlich mitgetheilten Versuchen ist nun aber die geringere Erwärmung bemerkt worden, als Thermometer und zugesetzter Drath auf demselben Theile des Schließungsbogens lagen. Der, wenn auch kleine, doch sicher hervortretende, Unterschied im Werthe von  $b$  in den beiden Versuchsreihen bestätigt daher auf schlagende Weise die Ansicht, wonach der durch den Condensator in zwei Stücke getheilte Schließungsbogen als Ganzes den Entladungsstrom seiner Stärke nach bestimmt. Empirisch folgt aus den beigebrachten Versuchen: Jeder zum unterbrochenen Schließungsbogen irgendwo hinzugesetzte Drath verändert den Entladungsstrom nach dem bei dem vollen Bogen bekannten Gesetze, im Verhältnisse seines Verzögerungswerthes; nur ist der Faktor des Verhältnisses etwas größer, wenn der Drath im äußeren, als wenn er im inneren Theile der Bogens angebracht wird.

### §. 13.

Der Nenner der Wärmeformel (§. 9.) drückt die Zeit aus, in der die Entladung der Batterie ausgeführt wird, das so eben erhaltene Resultat giebt also an, daß bei Hinzusetzung eines Drathes zum inneren Theil des Schließungsbogens die Entladungszeit etwas geringer ist, als bei Hinzusetzung zum äußeren Bogen. Am vollen Schließungsbogen ist bekanntlich diese Zeit von der Lage des hinzugesetzten Drathes unabhängig. Es ist mir wahrscheinlich, daß dieser Unterschied der Entladung in beiden Arten des Bogens kein wesentlicher ist, sondern durch die Anordnung des Versuches bedingt wird. In den obigen Versuchen ist nämlich der innere Theil des Bogens isolirt, der äußere vollkommen abgeleitet gewesen. Nach einer früheren Untersuchung (Abbl. d. Akad. 1849. 23. Poggendorff Annalen 76. 480.) ist jede der Partialentladungen, deren Summe die Gesamtentladung ausmacht, aus drei verschiedenen Akten zusammengesetzt: aus einer Bewegung der beiden Elektrizitätsarten in der Masse des Schließungsbogens, aus einer Anordnung des Überschusses dieser Elektricitäten auf der Oberfläche des Bogens und endlich aus einer Entfernung des Überschusses, die aber nur auf einem nicht isolirten Bogen statt finden kann. Die Erwärmung ist Folge der ersten Bewe-

gung und ihrer Wiederholung. Fügt man einen Drath zum inneren, isolirten, Schließungsbogen, so verlängert man die Partialentladung allein dadurch, daß die Bewegung der Elektricitäten in diesem Bogen verzögert wird, ist er aber zum äußeren nicht isolirten Bogen hinzugesetzt, auch noch dadurch, daß die Ableitung der auf der Oberfläche befindlichen Elektricität erschwert wird. Daraus folgt, daß jede Partialentladung länger dauern müsse, wenn ein Drath zum äußeren als wenn er zum inneren Drath hinzugesetzt ist und daß daher im ersten Falle die Erwärmung geringer sein werde. Diese Erklärung des beobachteten Unterschiedes läßt sich experimentell prüfen durch vollkommene Isolirung des äußeren Theiles des Schließungsbogens, wodurch der Unterschied der Erwärmung nach der Stellung des zugesetzten Drathes fortfallen müßte. Ich habe diese Prüfung nicht vorgenommen, weil bei der Einrichtung meiner Batterie der äußere Theil des Schließungsbogens zwar von der Erde, aber nicht von der Maafflasche zu trennen ist, die eine Ableitung der auf der Oberfläche des Bogens befindlichen Elektricität gestattet. Einige vorläufige Versuche haben überdies gezeigt, daß durch vollkommene Isolirung des äußeren Bogens die Sicherheit der Beobachtung gefährdet wird.

Stromstärke im inneren und äußeren Theile des Schließungsbogens.

#### §. 14.

Zur Vergleichung des Entladungsstromes im inneren und äußeren Theile der Schließung genügt es nicht, das Thermometer von der einen Stelle an die andere zu versetzen, da wir gesehen haben, daß die Zusetzung eines Drathes nicht gleichgültig an jeder Stelle des Bogens geschehen kann. Es wurde eine Vorrichtung hergestellt, die mit dem Drathe des Thermometers und seinen Befestigungen nahe gleichen Verzögerungswerth besaß: zwei Doppelklemmen auf einer Guttapercha-Platte, durch einen 116 Linien langen Platindrath von 0,0185 Rad. mit einander verbunden. Diese Vorrichtung wurde im inneren Bogen angebracht, wenn das Thermometer in den äußeren Bogen eingeschaltet war, und umgekehrt. Der ganze Schließungsbogen konnte daher bei den beiden folgenden Beobachtungsreihen als gleich zusammengesetzt gelten und die verschiedenen Werthe des Stromes kommen ganz auf Rechnung seiner Elektricitätsmenge. Um 24 verschiedene Beobachtungen

zu gewinnen, sind die Flaschen der Batterie und des Condensators in verschiedener Anzahl gebraucht worden, so daß also wieder die Formel

$$\theta = \frac{a q^2}{\left(\frac{s}{c} + 0,577\right)^s}$$

zur Berechnung benutzt werden muß. Der für die Constante  $a$  aus allen Beobachtungen gezogene Mittelwerth ist in der letzten Spalte der Tafel angegeben.

### Erwärmung im äußeren Theile des Schließungsbogens.

| Flaschenzahl |          | Electricitätsmenge | Erwärmung           |           | Constante $\alpha$ |
|--------------|----------|--------------------|---------------------|-----------|--------------------|
| Condensat.   | Batterie |                    | beobachtet $\theta$ | berechnet |                    |
| $c$          | $s$      | $q$                |                     |           |                    |
| 5            | 5        | 10                 | 7,0                 | 6,5       | "                  |
|              |          | 12                 | 9,8                 | 9,3       |                    |
|              |          | 14                 | 12,0                | 12,7      |                    |
| 5            | 3        | 8                  | 9,0                 | 9,2       |                    |
|              |          | 10                 | 13,5                | 14,4      |                    |
|              |          | 12                 | 20,2                | 20,8      |                    |
| 5            | 7        | 12                 | 5,8                 | 5,3       |                    |
|              |          | 14                 | 8,0                 | 7,2       |                    |
|              |          | 16                 | 9,7                 | 9,4       |                    |
| 4            | 3        | 8                  | 8,2                 | 7,9       |                    |
|              |          | 10                 | 12,4                | 12,3      |                    |
|              |          | 12                 | 16,6                | 17,7      |                    |
| 4            | 4        | 10                 | 8,6                 | 8,1       |                    |
|              |          | 12                 | 11,2                | 11,6      |                    |
|              |          | 14                 | 15,0                | 15,9      |                    |
| 4            | 5        | 12                 | 7,9                 | 8,0       |                    |
|              |          | 14                 | 10,3                | 10,9      |                    |
|              |          | 16                 | 14,2                | 14,3      |                    |
| 3            | 3        | 8                  | 7,5                 | 6,9       |                    |
|              |          | 10                 | 10,8                | 10,7      |                    |
|              |          | 12                 | 15,0                | 15,5      |                    |
| 3            | 4        | 10                 | 7,3                 | 6,7       |                    |
|              |          | 12                 | 10,2                | 9,6       |                    |
|              |          | 14                 | 13,5                | 13,0      |                    |
|              |          |                    |                     |           | 0,509              |



## §. 15.

## Erwärmung im inneren Theile des Schließungsbogens.

| Flaschenzahl |          | Electricitätsmenge | Erwärmung           |           | Constante $a$ |
|--------------|----------|--------------------|---------------------|-----------|---------------|
| Condensat.   | Batterie |                    | beobachtet $\theta$ | berechnet |               |
| $c$          | $s$      | $q$                |                     |           |               |
| 3            | 4        | 10                 | 8                   | 7,3       | 0,559         |
|              |          | 12                 | 10,6                | 10,5      |               |
|              |          | 14                 | 13,8                | 14,3      |               |
| 3            | 3        | 8                  | 7,8                 | 7,6       |               |
|              |          | 10                 | 11,3                | 11,8      |               |
|              |          | 12                 | 16,9                | 17,0      |               |
| 4            | 5        | 12                 | 9,4                 | 8,8       |               |
|              |          | 14                 | 12,3                | 12,0      |               |
|              |          | 16                 | 15,2                | 15,7      |               |
| 4            | 4        | 10                 | 8,5                 | 8,9       |               |
|              |          | 12                 | 13                  | 12,7      |               |
|              |          | 14                 | 16,5                | 17,3      |               |
| 4            | 3        | 8                  | 8,9                 | 8,7       |               |
|              |          | 10                 | 13,8                | 13,5      |               |
|              |          | 12                 | 19,2                | 19,4      |               |
| 5            | 7        | 12                 | 6                   | 5,8       |               |
|              |          | 14                 | 8,0                 | 7,9       |               |
|              |          | 16                 | 10,8                | 10,3      |               |
| 5            | 5        | 10                 | 7,4                 | 7,1       |               |
|              |          | 12                 | 10,2                | 10,0      |               |
|              |          | 14                 | 13,3                | 13,9      |               |
| 5            | 3        | 8                  | 10,0                | 10,0      |               |
|              |          | 10                 | 15,3                | 15,8      |               |
|              |          | 12                 | 22,2                | 22,8      |               |

## §. 16.

Die Stärke des Entladungsstromes im inneren Theile des Schließungsbogens verhält sich zu der Stärke im äußeren wie 559 zu 509. Wenn demnach zwei Dräthe gleicher Beschaffenheit in den Schließungsbogen zu beiden Seiten des Condensators eingeschaltet sind, so erhält, durch eine beliebige Entladung, der im inneren Bogen eingeschaltete Drath eine Wärmemenge die sich zu der Wärme des im äußeren Bogen eingeschalteten wie 1 zu 0,91 verhält. Es ist klar, daß dieses Verhältniss abhängt von dem Glase und der Oberfläche der hier gebrauchten Batterie- und Condensatorflasche. Die Verminderung der Erwärmung hingegen, wenn man von dem inneren Theile des

Schließungsbogens zum äußeren übergeht, ist wesentlich und aus den Gesetzen der Influenz zu erklären. In jedem condensirenden Apparate ist die durch Influenz erregte Elektrizitätsmenge kleiner, als die erregende, und von einem abgeleiteten influencirten Körper geht eine eben so große Elektrizitätsmenge, nur entgegengesetzten Zeichens fort, als darin zurückbleibt. Es bezeichne für die Batterief flasche, wenn der einen Belegung die Elektrizitätsmenge 1 mitgetheilt wird,  $m$  die Menge der Influenzelektrizität auf der entgegenstehenden Belegung, und die gleiche Bedeutung habe  $\mu$  für die Condensatorflasche. Durch die Entladung sei von der inneren Belegung der Batterie die Menge  $+1$  fortgegangen, so verliert die äußere Belegung die Menge  $-m$ . Erhält nun die innere Belegung des Condensators die Menge  $+1$ , so geht von seiner äußeren Belegung  $+\mu$  fort, und ebenso muß, da seine äußere Belegung die Menge  $-m$  aufnimmt, von seiner inneren  $-m\mu$  fortgehen. Es sind daher auf dem inneren Theile des Schließungsbogens in Bewegung: die Elektrizitätsmengen  $+1$  und  $-m\mu$ , auf dem äußeren Theile: die Mengen  $+\mu$  und  $-m$ . Da nun  $(1+m\mu) - (m+\mu) = (1-\mu)(1-m)$  ferner  $\mu$  und  $m$  stets kleiner als 1 sein müssen, so ist  $1+m\mu$  stets größer als  $m+\mu$ , und es ist also in dem inneren Bogen eine größere Elektrizitätsmenge in Bewegung als in dem äußeren, der Strom an der ersten Stelle größer. Hierzu kommt noch, daß die Elektrizitätsmenge in dem äußeren Bogen zu groß angesetzt worden ist, da wir §. 22. sehen werden, daß nicht die ganze von dem Innern der Batterie ausgegangene Elektrizitätsmenge sich auf der inneren Belegung des Condensators anhäuft, sondern ein Theil davon auf dem inneren Bogen zur Ruhe kommt. Wird dieser Theil mit  $\frac{p-p_1}{p}$  bezeichnet, so ist der Unterschied der auf dem inneren und äußeren Bogen in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge

$$(1-m)(1-\mu) + \frac{p-p_1}{p} \mu.$$


---

Einschaltung zweier Condensatoren in den Schließungsbogen.

#### §. 17.

Es ist oben gezeigt worden, daß die Einschaltung eines Drathes in einen der beiden Theile des Schließungsbogens die Erwärmung im ganzen Bogen vermindert, was durch die Verlängerung der Entladungszeit erklär-

lich wird (§. 13.). Es ist von Wichtigkeit zu erfahren, ob ein Condensator, an die Stelle jenes Drathes in den Schließungsbogen eingeschaltet, ebenfalls eine Verminderung der Erwärmung zur Folge hat, die auf eine verlängerte Dauer des Stromes zurückzuführen ist. Bei dieser Einschaltung wird der Schließungsbogen an zwei Stellen durch einen Condensator unterbrochen und es sind drei von einander getrennte Metallverbindungen zu unterscheiden. Die erste führt von der inneren Belegung der Batterie zu der des ersten Condensators, die zweite von der äußeren Belegung des ersten Condensators zur inneren Belegung des zweiten, die dritte endlich verbindet die äußeren Belegungen des zweiten Condensators und der Batterie. Die erste Metallverbindung soll wieder innerer Bogen, die dritte äußerer Bogen heißen. Die zweite Metallstrecke, in den folgenden Versuchen aus einem  $22\frac{1}{2}$  Zoll langen  $\frac{1}{3}$  Linie dicken Kupferdrath und zwei Klemmen bestehend, wird hier nicht untersucht. Das Thermometer war in dem inneren Theile des Schließungsbogens angebracht; bei der ersten Beobachtungsreihe war nur Ein Condensator eingeschaltet, in der zweiten ein zweiter in der eben angegebenen Weise. Jeder Condensator enthielt 2 Flaschen. Die Berechnung der Erwärmungen geschieht nach der Formel

$$\theta = \frac{aq^2}{\left(\frac{s}{c} + 0,577\right)s}$$

worin für  $c$  die Zahl der Condensatorflaschen gesetzt wird, deren innere Belegung mit der Batterie verbunden ist.

Erwärmung im inneren Theile des Schließungsbogens.  
(Ein Condensator eingeschaltet.)

| Flaschenzahl       |                 | Elektricitäts-<br>menge $q$ | Erwärmung           |           | Constante $a$ |
|--------------------|-----------------|-----------------------------|---------------------|-----------|---------------|
| Condensator<br>$c$ | Batterie<br>$s$ |                             | beobachtet $\theta$ | berechnet |               |
| 2                  | 2               | 8                           | 9                   | 8,1       | 0,397         |
|                    |                 | 10                          | 12,4                | 12,9      |               |
|                    |                 | 12                          | 16,8                | 18,1      |               |
|                    | 3               | 10                          | 6,7                 | 6,4       |               |
|                    |                 | 12                          | 9,2                 | 9,2       |               |
|                    |                 | 14                          | 12,0                | 12,5      |               |
|                    | 4               | 12                          | 5,5                 | 5,6       |               |
|                    |                 | 14                          | 8                   | 7,6       |               |
|                    |                 | 16                          | 10,3                | 9,9       |               |
|                    |                 |                             |                     |           |               |

(zwei Condensatoren eingeschaltet.)

| Flaschenzahl       |                 | Elektricitäts-<br>menge $q$ | Erwärmung           |           | Constante $a$ |
|--------------------|-----------------|-----------------------------|---------------------|-----------|---------------|
| Condensator<br>$c$ | Batterie<br>$s$ |                             | beobachtet $\theta$ | berechnet |               |
| 2                  | 2               | 10                          | 7,5                 | 7,3       | 0,23          |
|                    |                 | 12                          | 10,7                | 10,5      |               |
|                    |                 | 14                          | 13,4                | 14,3      |               |
|                    | 3               | 14                          | 7,4                 | 7,2       |               |
|                    |                 | 16                          | 9,6                 | 9,5       |               |
|                    |                 | 18                          | 11,4                | 11,9      |               |
|                    |                 | 16                          | 5,5                 | 5,7       |               |
|                    | 4               | 18                          | 7,5                 | 7,2       |               |
|                    |                 | 20                          | 8,9                 | 8,9       |               |
|                    |                 |                             |                     |           |               |

Im inneren Theile des Schließungsbogens ist also die Erwärmung durch Einschaltung eines zweiten Condensators von 0,397 auf 0,23 gesunken oder im Verhältnisse 1 zu 0,579 vermindert worden. Es waren in dieser Reihe starke Ladungen der Batterie nöthig geworden, die bei Untersuchung der Wärme im äußeren Bogen noch hätten vermehrt werden müssen. Um diese zu vermeiden, wurde bei den folgenden Reihen die Leitung in beiden Theilen des Schließungsbogens durch Entfernung der Henleyschen Auslader verbessert.

## §. 18.

Erwärmung im äußeren Theile des Schließungsbogens.

(Ein Condensator eingeschaltet.)

| Flaschenzahl       |                 | Elektricitäts-<br>Menge $q$ | Erwärmung           |           | Constante $a$ |
|--------------------|-----------------|-----------------------------|---------------------|-----------|---------------|
| Condensator<br>$c$ | Batterie<br>$s$ |                             | beobachtet $\theta$ | berechnet |               |
| 2                  | 2               | 6                           | 8,1                 | 7,8       | 0,679         |
|                    |                 | 8                           | 14,2                | 13,8      |               |
|                    |                 | 10                          | 21                  | 21,5      |               |
|                    | 3               | 8                           | 7                   | 7         |               |
|                    |                 | 10                          | 11                  | 10,9      |               |
|                    |                 | 12                          | 15                  | 15,7      |               |
|                    | 4               | 10                          | 6,8                 | 6,6       |               |
|                    |                 | 12                          | 9,9                 | 9,5       |               |
|                    |                 | 14                          | 13,2                | 12,9      |               |
|                    |                 |                             |                     |           |               |

(zwei Condensatoren eingeschaltet.)

| Flaschenzahl    |              | Elektricitäts-<br>Menge $q$ | Erwärmung           |           | Constante $a$ |
|-----------------|--------------|-----------------------------|---------------------|-----------|---------------|
| Condensator $c$ | Batterie $s$ |                             | beobachtet $\theta$ | berechnet |               |
| 2               | 2            | 10                          | 12,6                | 12,2      | 0,384         |
|                 |              | 12                          | 17,4                | 17,5      |               |
|                 |              | 14                          | 22,8                | 23,8      |               |
|                 | 3            | 12                          | 9,3                 | 8,9       |               |
|                 |              | 14                          | 12                  | 12        |               |
|                 |              | 16                          | 15,3                | 15,7      |               |
|                 | 4            | 14                          | 7,8                 | 7,3       |               |
|                 |              | 16                          | 9,6                 | 9,5       |               |
|                 |              | 18                          | 11,8                | 12,0      |               |
|                 |              |                             |                     |           |               |

Im äußeren Theile des Schließungsbogens ist durch Einschaltung eines zweiten Condensators die Erwärmung im Verhältnisse 1 zu 0,565 vermindert worden. Für den inneren Theil war dies Verhältniß 0,579.

### §. 19.

Die bedeutende Verminderung des Entladungsstromes durch Einschaltung eines zweiten Condensators könnte zwei verschiedenen Ursachen zugeschrieben werden. Da der Strom proportional  $\frac{q_1 \gamma}{1 + b \gamma}$ , wo  $q_1$  und  $\gamma$  Menge und Dichtigkeit der in den Schließungsbogen eintretenden Elektricität,  $\gamma$  den Verzögerungswerth des Schließungsbogens bezeichnet, so blieb es ungewiß, ob der Condensator die eintretende Elektricitätsmenge vermindert oder den Verzögerungswerth des Schließungsbogens vermehrt habe. Die folgenden Versuche stellen die erste Annahme außer Zweifel.

Da die in den inneren Theil des Schließungsbogens aus der Batterie tretende Elektricitätsmenge zum größten Theile in der inneren Belegung des ersten Condensators zurückgehalten wird, so kam es darauf an, die Elektricitätsmenge dieses Condensators zu bestimmen. Hierzu wurde die Schlagweite dieses Condensators beobachtet, die bekanntlich proportional der darin angehäuften Elektricitätsmenge ist. Eine beobachtete Schlagweite  $d$  des Condensators giebt die darin befindliche Elektricitätsmenge  $q_1$  durch die Relation  $d = b q_1$  an. Ist  $q$  die Elektricitätsmenge, mit der die Batterie geladen ist, und theilt sich diese Menge unter Batterie und Condensator nach dem Verhältnisse der Oberflächen, so hat man, wenn  $c$  die Zahl der Condensatorflaschen,  $s$  die der Batteriefaschen bezeichnet  $q_1 = \frac{q}{\frac{s}{c} + 0,577}$  und da-

her für die Schlagweite  $d = \frac{bq}{\frac{s}{c} + 0,577}$ . Dieser Ausdruck dient dazu, eine

Reihe von, am Condensator beobachteten, Schlagweiten darzustellen und aus ihnen eine specielle Schlagweite, die Constante  $b$ , abzuleiten. — Die beiden Flaschen, welche in den vorigen Versuchen den ersten Condensator bildeten, wurden mit einem isolirten Funkenmikrometer durch zwei sehr dünne Neusilberdräthe verbunden, die von den Kugeln des Mikrometers zu den Belegungen der Flaschen geführt waren. Die Schlagweiten wurden bis 0,1 Lin. abgelesen und bis 0,05 geschätzt. Mein feineres Mikrometer konnte, seines kurzen Ganges wegen, nicht gebraucht werden, da es nöthig ist, die Kugeln während der Entladung der Batterie mindestens 1 Zoll von einander zu entfernen. Die Versuche wurden ganz in der Weise wie §. 17. angestellt, wo die Erwärmung im inneren Theile des Schließungsbogens bestimmt wurde. Nachdem die Entladung der Batterie geschehen war, wurde der Theil des inneren Drathes, der von dem Thermometer zur inneren Belegung des ersten Condensators ging, isolirt abgenommen, darauf die Batterie und, wenn ein zweiter Condensator vorhanden war, auch dieser vollständig entladen. Die Entladung des ersten Condensators wurde durch Annähern der Kugeln des Mikrometers herbeigeführt und so die Schlagweite ermittelt.

### §. 20.

Die folgende Tafel giebt die Schlagweiten des ersten Condensators für verschiedene Ladungen der Batterie, sowol wenn er allein als wenn hinter ihm ein zweiter Condensator den Schließungsbogen unterbrach. Aus diesen Schlagweiten ist für jede Reihe die Constante  $b$  der Formel

$$d = \frac{bq}{\left(\frac{s}{c} + 0,577\right)} \text{ abgeleitet und danach die Rechnung ausgeführt.}$$

### Schlagweiten des ersten Condensators.

Einschaltung: 1 Condensator.

| Flaschenzahl       |                 | Elektricitäts-<br>Menge $q$ | Schlagweite |               | Constante $b$ |
|--------------------|-----------------|-----------------------------|-------------|---------------|---------------|
| Condensator<br>$c$ | Batterie<br>$s$ |                             | beobachtet  | $d$ berechnet |               |
| 2                  | 2               | 8                           | 0,55 Lin    | 0,56          |               |
|                    |                 | 12                          | 0,85        | 0,83          |               |
|                    |                 | 16                          | 1,10        | 1,11          |               |

| Flaschenzahl       |                 | Elektricitäts-<br>Menge $q$ | Schlagweite    |           | Constante $b$ |
|--------------------|-----------------|-----------------------------|----------------|-----------|---------------|
| Condensator<br>$c$ | Batterie<br>$s$ |                             | beobachtet $d$ | berechnet |               |
| 2                  | 3               | 8                           | 0,40           | 0,42      | 0,1095        |
|                    |                 | 12                          | 0,65           | 0,63      |               |
|                    |                 | 16                          | 0,85           | 0,84      |               |
|                    |                 | 20                          | 1,05           | 1,05      |               |

Einschaltung: 2 Condensatoren.

|   |   |    |      |      |       |
|---|---|----|------|------|-------|
| 2 | 2 | 8  | 0,30 | 0,29 | 0,058 |
|   |   | 12 | 0,45 | 0,44 |       |
|   |   | 16 | 0,62 | 0,59 |       |
|   | 3 | 12 | 0,32 | 0,34 |       |
|   |   | 16 | 0,40 | 0,45 |       |
|   |   | 20 | 0,55 | 0,56 |       |
|   |   | 24 | 0,70 | 0,67 |       |
|   |   |    |      |      |       |

Bei derselben Entladung der Batterie wird also die Schlagweite des ersten Condensators 0,1095 oder 0,058 betragen, je nachdem dieser im Schließungsbogen allein steht, oder ein zweiter Condensator hinter ihm eingeschaltet worden ist. Das Verhältniß dieser Schlagweiten ist gleich dem Verhältnisse der in dem Condensator angehäuften, oder in dem Schließungsbogen in Bewegung gesetzten Elektricitätsmengen. Diese Elektricitätsmengen müssen, da ihre Dichtigkeit nicht verändert worden, im Schließungsbogen Erwärmungen hervorbringen, die im Verhältnisse 1 zu 0,53 stehen. Die früher beobachteten Erwärmungen waren 1 und 0,57, können also aus den verschiedenen Elektricitätsmengen des Entladungsstromes abgeleitet werden, ohne daß eine durch den zweiten Condensator entstandene Verzögerung des Stromes anzunehmen wäre. Es folgt daher aus diesen Versuchen: Im Allgemeinen wird in  $\frac{q_1 r}{1 + b F}$ , dem Werthe des Entladungsstromes in einem durch einen constanten Condensator unterbrochenen Schließungsbogen (§. 19.), der Zähler durch Änderung der Ladung der Batterie, der Nenner durch Änderung des Schließungsbogens verändert. Die Einschaltung eines zweiten Condensators in den Schließungsbogen hat das Eigenthümliche, daß durch sie nur  $q_1$  (die in den Bogen eintretende Elektricitätsmenge) verändert wird, so daß diese Einschaltung einer Änderung der Ladung der Batterie gleichzusetzen ist.

## Seitenentladung im unterbrochenen Schließungsbogen.

## §. 21.

Frühere Versuche (Abhandl. d. Akad. 1849 Poggendorff Annalen 76. 465.) haben gezeigt, daß wenn ein isolirter Drath (Ast) mit einem Ende an einem vollen Schließungsbogen befestigt und an einer beliebigen Stelle durch einen Zwischenraum unterbrochen ist, in diesem Zwischenraume bei der Entladung der Batterie ein Funke erscheint, dessen Länge dem Quadrate der Dichtigkeit der in der Batterie befindlichen Elektrizität proportional ist. Die Länge des Funkens, die Seitenschlagweite, ist desto kleiner, je entfernter vom Innern der Batterie der Astdrath am Schließungsbogen befestigt ist; das isolirte Stück dieses Drathes wird stets mit der Elektrizitätsart geladen, die im Innern der Batterie angehäuft ist. Es blieb zu untersuchen, ob diese Erfahrungen auch an einem durch einen Condensator unterbrochenen Schließungsbogen sich bestätigen würden. Am inneren Theile des Schließungsbogens hat die Untersuchung der Seitenentladung kein Interesse und ist unsicher, weil dieser Theil isolirt und elektrisirt, ein Überspringen der ruhenden Elektrizität auf den Seitendrath daher schwer zu vermeiden ist. Die Untersuchung wurde deshalb nur an dem äußeren, zur Erde vollkommen abgeleiteten, Theile des Schließungsbogens vorgenommen. Von dem Innern der Batterie wurde ein einfacher möglichst kurzer Drath zum Inneren des Condensators geführt; von der Metallplatte, auf dem die Condensatorflaschen standen, ging ein kurzer Drath zur äußeren Belegung der Batterie und weiter zu den Gasröhren des Hauses. An diesem Drathe, in verschiedener Entfernung vom Condensator, wurde der 53 Zoll lange Astdrath befestigt, der zu der einen Kugel des Funkenmikrometers ging, während an der anderen Kugel ein 149 Zoll langer Drath, der Seitendrath, befestigt war, der an dem Knopfe eines isolirten Goldblattelektroskopes endigte. Die Kugeln des Mikrometers wurden auf eine bestimmte Entfernung gestellt und die geringste Elektrizitätsmenge gesucht, mit der die Batterie geladen werden mußte, um einen Funken im Mikrometer hervorzubringen. Die Batterie bestand aus 3, der Condensator aus 5 Flaschen, die erstere wurde, wie früher, mit positiver Elektrizität geladen.



## Seitenentladung im äußeren Schließungsbogen.

| Entfernung des Astes<br>vom Condensator. | Seiten-<br>Schlagweite $x$ . | Electricitäts-Menge |           | $(q = b \sqrt{x})$<br>Constante $b$ |
|------------------------------------------|------------------------------|---------------------|-----------|-------------------------------------|
|                                          |                              | beobachtet $q$      | berechnet |                                     |
| $5\frac{1}{2}$ Zoll                      | 0,1 Lin.                     | 9,0                 | 8,5       | 26,9                                |
|                                          | 0,2                          | 12                  | 12        |                                     |
|                                          | 0,4                          | 17                  | 17        |                                     |
| 38                                       | 0,1                          | 11                  | 11,1      | 35,1                                |
|                                          | 0,2                          | 16                  | 15,7      |                                     |
|                                          | 0,4                          | 22                  | 22,2      |                                     |

Diese Versuche stimmen vollkommen mit den am vollen Schließungsbogen angestellten überein, auch hier ist die Seitenschlagweite proportional dem Quadrate der Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie und nimmt ab mit der Entfernung des Astdrathes von dem Innern der Batterie. Aber ein durchaus abweichendes Resultat fand sich am Elektroscope, das constant die Elektrisirung des Seitendrathes mit negativer Elektricität angab, während bei vollem Schließungsbogen stets eine Elektrisirung mit positiver Elektricität gefunden worden war. Wenn bei vollem Bogen der Seitenstrom durchweg vom Aste zum Seitendrath gegangen sein würde, so geht er von dem äußeren Theile des unterbrochenen Bogens vom Seitendrath zum Aste.

## §. 22.

Diese abweichende Erscheinung findet nicht nur bei den angewandten Condensatorflaschen statt, die kleiner waren als die Batteriefaschen und daher eine geringere Menge von Influenzelektricität erregten, als diese. Ich ersetzte die Condensatorflaschen durch einige von der Batterie genommene Flaschen, und fand gleichwol den Seitendrath nach der Seitenentladung stets negativ elektrisch. Nach der Erklärung, die ich von der Seitenentladung gegeben habe, zeigt dieser Versuch an, dafs im äußeren Theile des unterbrochenen Schließungsbogens der Überschufs der sich daselbst ausgleichenden Elektricitäten mit der Elektricität im Inneren der Batterie ungleichartig war, was einige Versuche am isolirten äußeren Drathe bestätigten. Hieraus läfst sich eine wichtige Folgerung ziehen. Es bezeichne  $m$  das Verhältnifs der Influenzelektricität zur erregenden auf den Belegungen der Batteriefasche,  $\mu$  dasselbe für die Condensatorflasche. Wenn aus der

Batterie die Elektrizitätsmenge  $+p$  entladen wird, so geht von der äußeren Belegung die Menge  $-mp$  fort. Die innere Belegung des Condensators erhalte die Menge  $+p$ , so wird auf der äußeren Belegung die Elektrizitätsmenge  $-\mu p$ , erregt und die Menge  $+\mu p$ , daraus entfernt. Es sind daher auf dem äußeren Bogen die Mengen  $+\mu p$ ,  $-mp$  vorhanden. Da diese Summe noch in dem Falle negativ gefunden worden ist, als Batterie- und Condensatorflasche von derselben Art und Größe, also  $m = \mu$  war, so muß  $p$ , kleiner als  $p$  sein. Von der aus dem Inneren der Batterie entladenen Elektrizitätsmenge geht also nur ein Theil in die innere Condensatorplatte über, während der übrige Theil auf dem inneren Bogen zurückbleibt. Die Abnahme der Seitenentladung mit zunehmender Entfernung des Astes vom Condensator steht im Einklange mit der für den vollen Bogen gegebenen Erklärung. Die Seitenentladung ist der plötzlich hervortretenden Anordnung des Elektrizitätsüberschusses auf der Oberfläche des Schließungsbogens zugeschrieben worden. Bei dem vollen Schließungsbogen muß sich der Überschuss von positiver Elektrizität so anordnen, daß die größte Dichtigkeit zunächst der inneren positiv elektrischen Belegung zu liegen kommt, die Seitenentladung mit positiver Elektrizität nimmt also ab, je näher der Astdrath der äußeren Belegung der Batterie kommt. An dem unterbrochenen Schließungsbogen ordnet sich der Überschuss negativer Elektrizität auf dem Drathe zwischen den äußeren Belegungen der Batterie und des Condensators, die größte Dichtigkeit wird nothwendig an der äußeren, negativ elektrischen, Belegung des Condensators statt finden, und die Seitenentladung, obgleich von negativer Elektrizität herrührend, wird ebenso wie im vorigen Falle abnehmen müssen, je näher der Astdrath der äußeren Belegung der Batterie gerückt wird.

#### Mechanismus der Entladung im unterbrochenen Schließungsbogen.

##### §. 23.

Die beobachteten Wirkungen der Entladung in dem von einem Condensator unterbrochenen Schließungsbogen sind, wie wir gesehen haben, unter Berücksichtigung der verschiedenen Bedingungen, so genügend aus den Wirkungen im vollen Bogen abzuleiten, daß sich derselbe Mechanismus der Entladung voraussetzen läßt, dessen Ausführung in den vorgelegten Versuchen ungehindert statt finden kann. Ich nehme also, im Einklange mit

einer früheren Betrachtung (Poggendorff Annalen 78. 433.), an daß jede der vielen Partialentladungen, aus welchen die Gesamtentladung besteht, das dem Innern der Batterie zunächst liegende Ende des Schließungsbogens elektrisch macht, daß der elektrische Zustand dieses Endes successiv nicht nur alle Querschnitte des Schließungsbogens bis zur inneren Belegung des Condensators, sondern auch (nur mit verminderter Elektricitätsmenge) die äufsere Belegung des Condensators und von da an alle Querschnitte des Schließungsbogens bis zur äufseren Batteriebelegung durchläuft. Ein gleicher Vorgang, nur in entgegengesetzter Richtung und mit entgegengesetzter Elektricitätsart, wird im Schließungsbogen von der äufseren bis zur inneren Batteriebelegung statt finden. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung hängt allein von der Dichtigkeit der Elektricität und der Materie des Schließungsbogens, die Dauer der Partialentladung von dieser Geschwindigkeit und ausserdem von der Länge und dem Querschnitte des Bogens ab. Jede Partialentladung beginnt erst nach Vollendung der vorangehenden. Eine Verzögerung der Fortschreitung der Entladung an irgend einer Stelle des Bogens muß die Dauer jeder einzelnen Partialentladung und damit auch die der Gesamtentladung verlängern. Damit wird die Abhängigkeit der Wirkung des Stromes in dem einen Theile des Schließungsbogens von der Beschaffenheit des anderen Theiles um Nichts auffallender, als die Abhängigkeit des Entladungsstromes von jeder Stelle eines vollen Schließungsbogens. Unabhängig von dem Fortschreiten der beiden Elektricitäten in der Masse des Schließungsbogens ist die Anordnung des Überschusses an Elektricität auf seiner Oberfläche. Dies tritt noch evident, als bei dem vollen Bogen, bei dem unterbrochenen hervor; obgleich der Entladungsstrom in allen Theilen vollkommen gleicher Art ist, haben wir im inneren Theile des Bogens eine dauernde Anordnung von positiver, im äufseren eine sogleich wieder verschwindende Anordnung von negativer Elektricität erkannt.

#### §. 24.

Werden mehrere Condensatoren hinter einander in den Schließungsbogen einschaltet, so durchläuft der Entladungsstrom alle einzelnen Dräthe, die entweder eine Belegung der Batterie mit einem Condensator, oder die Belegungen zweier Condensatoren mit einander verbinden; nur wird die Fortpflanzung in den auf einander folgenden Dräthen nach der einen Richtung mit abnehmender positiven, in der entgegengesetzten Richtung mit

abnehmender negativen Elektrizitätsmenge geschehen. Der an der einen Belegung der Batterie liegende Drath wird die kleinste Menge negativer und die größte positiver Elektrizität aufnehmen, in dem an der anderen Belegung liegenden Drathe das umgekehrte Verhalten statt finden. Die Abnahme der Elektrizitätsmengen ist indeß keine, der Vorstellung dieses Entladungsmechanismus wesentliche Bedingung. Sie hängt offenbar von der Größe und der Entfernung je zweier Condensatorscheiben ab, und wird fortfallen wenn wir uns diese Scheiben einander unendlich nahe gerückt denken. In diesem Falle giebt der beschriebene Vorgang eine anschauliche Vorstellung der von mir sogenannten *continuirlichen* Entladung. Lassen wir andererseits zwei Condensatorscheiben, wie in den oben ausgeführten Versuchen, eine endliche Entfernung von einander bewahren, steigern aber die Dichtigkeit der Elektrizität in der Batterie so weit, daß der Zwischenraum zwischen den Scheiben durch eine momentane Explosion durchbrochen wird, so erhält man den Vorgang bei einer Entladung, die ich als *discontinuirliche* bezeichnet habe. Es folgt daraus, daß jeder *discontinuirlichen* Entladung eine Entladung mit unterbrochener Schließung vorangeht, die, wie sich gezeigt hat, ähnliche Eigenschaften wie die *continuirliche* Entladung besitzt. Dieser Umstand erklärt die am Anfange dieser Abhandlung aufgeführten Erscheinungen, welche die *discontinuirliche* Entladung mit der *continuirlichen* gemein hat.

#### Von dem getrennten Entladungsstrome.

##### §. 25.

Wie wir in dem vorigen Paragraphen in der Vorstellung die Scheiben eines Condensators, der den Schließungsbogen unterbricht, einander so weit genähert haben, daß die influencirte Elektrizität der influencirenden an Menge gleich wurde, so können wir diese Scheiben, und zwar in der Wirklichkeit, so weit von einander entfernen, daß eine Influenz der Elektrizität einer Scheibe auf die andere gänzlich unmerklich wird. Es sei also die äußere Belegung einer Batterie durch einen isolirten Drath mit einer Metallscheibe verbunden, und eine andere davon weit entfernte Scheibe werde mit der inneren Belegung in Verbindung gesetzt, so wird thatsächlich jede Scheibe mit der Elektrizität der zu ihr gehörenden Belegung versehen und es hat in jedem der beiden Verbindungsdräthe eine Elektrizitätsbewe-

gung in bestimmter Richtung stattgefunden. Wird diese Bewegung dieselben Wirkungen hervorbringen, denselben Bedingungen unterliegen, wie der Entladungsstrom der Batterie? Diese Frage kommt darauf hinaus, ob ein elektrischer Entladungsstrom ohne Schließung der Batterie möglich sei. Wird eine Batterie durch einen vollen, von einer Belegung zur anderen reichenden, Bogen geschlossen, so strömen, wie zuletzt die Erscheinungen der Seitenentladung gezeigt haben, auch wenn der Bogen zur Erde vollkommen abgeleitet ist, die beiden Elektricitäten der Belegungen auf einander zu und heben sich im Bogen selbst auf. Aber dies Entgegenströmen und gegenseitige Aufheben der beiden Elektricitäten ist keine nothwendige Bedingung zur Hervorbringung der Erscheinungen des Stromes. In der ganzen vorangehenden Untersuchung ist schon der Fall gegeben, daß die beiden in Bewegung gesetzten Elektricitätsmengen nicht in einander übergehen und sich aufheben, da sie in den Condensatorscheiben zurückblieben, nachdem sie sich gegenseitig in Ruhe gesetzt hatten. Jetzt läßt sich zeigen, daß auch das Entgegenströmen der beiden Elektricitäten nicht unumgänglich nöthig ist.

#### §. 26.

Es sei die äußere Belegung der geladenen Batterie durch einen Drath mit einem isolirten Leiter verbunden; legt man einen isolirten mit einem Leiter verbundenen Drath an die innere Belegung an, so geht Elektricität auf diesen über und der Ladungszustand der Batterie, das heißt, das bestimmte Verhältniß der Elektricitätsmengen ihrer beiden Belegungen, ist aufgehoben. Dies Verhältniß stellt sich wieder her, indem von der äußeren Belegung Elektricität auf den mit ihr verbundenen Leiter übergeht. Die Dauer dieser beiden Elektricitätsbewegungen hängt von der Dichtigkeit der Elektricität in der Batterie, von der Materie, der Länge und dem Querschnitte der Dräthe, in welchen sie stattfinden, ganz nach denselben Gesetzen ab, die ich bei der Entladung im vollen Bogen angegeben habe. Erst wenn die beiden Bewegungen aufgehört haben, der anfängliche Zustand der Batterie und ihrer beiden Dräthe wieder hergestellt ist, kann ein zweites Übergehen der Elektricität von den beiden Belegungen aus geschehen, und dies wird sich so lange wiederholen, bis die ganze Elektricitätsmenge, die nach den Umständen des Versuches aus der Batterie entladen werden kann, auf die beiden Leiter übergegangen ist. Es werden also in jedem der bei-

den Dräthe eine Menge von Partialentladungen gleichzeitig ausgeführt, so aber, daß in dem einen Drathe die Zeit zwischen zwei Partialentladungen abhängig ist von der Dauer der gleichzeitig im anderen Drathe stattfindenden Partialentladung. Um ein Beispiel zu geben, wenn in den äußeren Drath eine Wassersäule eingeschaltet ist, so wird die zweite Partialentladung in dem inneren Drathe erst beginnen können, nachdem die, durch das Wasser verzögerte, erste Partialentladung im äußeren Drathe aufgehört hat. Die Leiter mit denen die Dräthe in Verbindung stehen, bestimmen nur die Menge der Elektrizität die aus der Batterie entladen wird, haben aber keinen Einfluß auf die Bewegung dieser Menge. Überschreiten beide Leiter eine gewisse Größe in Bezug zu den Belegungen der Batterie, so wird die ganze vorhandene Elektrizitätsmenge entladen und es kann kein Unterschied im Entladungsstrom bemerkt werden, wenn die beiden Drathenden von ihren Leitern gelöst werden, und, mit einander verknüpft, einen vollen Schließungsbogen bilden. — Es ist angenommen worden, daß mit jeder Belegung der Batterie ein Drath verbunden ist, dessen Beschaffenheit die Bewegung des Entladungstromes bestimmt, und mit jedem Drathe ein Leiter, der die Elektrizitätsmenge des Stromes bestimmt. Die Stelle, an welcher der Drath aufhört und der Leiter anfängt, ist nach den Bestimmungen des Mechanismus der Entladung überhaupt anzugeben. Es ist die Dauer der Partialentladung auf die Zeit zurückgeführt worden, die jeder Querschnitt des Schließungsbogens bedarf, um die Elektrizität des ihm in der Richtung der Entladung vorhergehenden Querschnittes aufzunehmen, und diese Zeit von der relativen Größe beider Querschnitte abhängig gedacht worden. Hiernach wird der mit dem Drathe verbundene Leiter da beginnen, wo sein auf der Bahn des Stromes senkrechter Querschnitt sehr groß in Bezug auf den Querschnitt des Drathes ist. An dieser Stelle muß der Drath augenblicklich seiner Elektrizität beraubt werden, und der weitere Gang der Elektrizität in der Masse des Leiters kann keinen Einfluß auf den Entladungsstrom ausüben.

### §. 27.

Um den in vollkommen getrennten Dräthen auftretenden Entladungsstrom zu erhalten, wurde das Innere der Batterie durch einen Drath mit dem Inneren der Condensatorflaschen verbunden, deren Außenseite isolirt blieb,

die äußere Belegung der Batterie hingegen vollkommen zur Erde abgeleitet. Die Belegungen der Batterie hatten demnach eine Ableitung zu zwei vollkommen getrennten Leitern; die innere Belegung zu einem begränzten Leiter (dem Condensator), die äußere zu einem dagegen sehr großen (der Erde). Das in den inneren Drath eingeschaltete Thermometer gab keine sichere Anzeige, als die Batterie aus 2 Flaschen bestand und mit der Elektrizitätsmenge 16 geladen war. Daß dieser fehlende Erfolg nicht auf den Mangel eines Stromes schließen lasse, zeigte der folgende Versuch. Die äußeren Belegungen von Batterie und Condensator wurden mit einander verbunden, also der frühere Versuch angestellt. Die Entladung der Menge 16 aus 2 Flaschen gab im Thermometer eine Anzeige von 58 Linien; die Schlagweite des Condensators wurde danach 1,1 Linien gefunden. Als hingegen die äußere Belegung des Condensators ohne Verbindung mit der Batterie blieb, betrug die Schlagweite des Condensators nach der Entladung der Batterie kaum 0,01 Linien. Diese Schlagweiten geben das Verhältniß der in den beiden Versuchen in den Condensator übergegangenen Elektrizitätsmengen an, im zweiten Versuche konnte daher nur im Thermometer eine Anzeige von  $\frac{1}{2}$  Linie erwartet werden. Das Vorhandensein des Stromes in diesem Falle liefs sich leicht am Zersetzungsapparate (§. 2.) darthun, der an die Stelle des Thermometers in den inneren Drath eingeschaltet wurde; es entstand bei der Entladung unter der, dem Innern der Batterie zunächst liegenden, Platinspitze ein deutlicher Jodfleck. Der Condensator wurde entfernt und der Drath, in dem sich der Zersetzungsapparat befand, isolirt zu einer Spiritusflamme geführt; die äußere Belegung der Batterie blieb zur Erde abgeleitet. Als die Batterie geladen und der isolirte Drath an das Innere der Batterie angelegt war, erfolgte eine stärkere Jodausscheidung als früher unter der angegebenen Platinspitze. In beiden Fällen hat man die gesetzmäßige elektrolytische Wirkung der Entladung, obgleich die Bewegung der Elektricitäten der Belegungen der Batterie in völlig von einander getrennten Dräthen statt fand. Eine thermische Wirkung konnte auch bei Anwendung der Flamme nicht erwartet werden, da die Flamme, wie sonst schon bekannt ist, die Elektrizität sehr schnell, aber nicht augenblicklich, ableitet.

## §. 28.

Um die thermische Wirkung zu erhalten, verlängerte ich den Drath am Inneren der Batterie, der das Thermometer enthielt, durch einen  $\frac{1}{4}$  Li-  
*Phys. Kl.* 1850. E

nie dicken, etwa 90 Fufs langen Kupferdrath, der isolirt zum Fenster hinaus auf den Hof des Hauses geführt und dort mit seinem Ende in den Erdboden versenkt wurde. Die äufsere Belegung der Batterie stand durch einen Kupferdrath mit den Gasröhren des Hauses in Verbindung, und diese gingen, nachdem sie in einer Länge von etwa 120 Fufs den Wänden entlang geleitet waren, an der Strafsenseite des Hauses in die Erde, wo sie in die Gasröhren der Stadt mündeten. Es wurden folgende Erwärmungen des Thermometers beobachtet.

| Zahl der<br>Batteriefasschen $s$ | Elektricitäts-<br>Menge $q$ | Erwärmung           |                                               |
|----------------------------------|-----------------------------|---------------------|-----------------------------------------------|
|                                  |                             | beobachtet $\theta$ | berechnet nach $\theta = 0,021 \frac{q^2}{s}$ |
| 4                                | 18                          | 2,5                 | 1,7                                           |
|                                  | 30                          | 4,3                 | 4,7                                           |
|                                  | 40                          | 8,5                 | 8,4                                           |
| 5                                | 30                          | 4                   | 3,8                                           |
|                                  | 40                          | 6,8                 | 6,7                                           |
|                                  | 50                          | 10,2                | 10,5                                          |

Es sind hier also Erwärmungen gefunden worden, die sich vollkommen gesetzmässig mit der Elektricitätsmenge in der Batterie und ihrer Dichtigkeit ändern. Der Verzögerungswerth der beiden Ableitungskörper, (des langen Drathes und der Röhrenleitung) konnte hier nicht numerisch bestimmt werden, doch ist nicht zu übersehen, dass die beobachtete grosse Schwächung des Stromes auch durch die Endflächen verursacht worden, mit welchen die metallischen Ableiter (oder auch einer derselben) die Erde berührten. Ob diese Berührung in kleinerer oder gröfserer Ausdehnung geschieht, ob sie trockenes oder feuchtes Erdreich trifft, kann für den Strom nicht gleichgültig sein, da Erfahrungen vorliegen, dass selbst bei metallischen Verbindungen das Anziehen einer Kontaktschraube den Übergang der Elektricität und damit die Stromstärke zu befördern vermag.

### §. 29.

Das im vorigen §. gegebene Beispiel der Wirkung des getrennten Entladungsstromes könnte beanstandet und dafür eine andere Erklärung versucht werden, die ich schliesslich mit einigen Worten berühren mufs. Man könnte die einige 50 Fufs lange Erdschicht zwischen den Gasröhren und dem Drathe als Verbindungsmittel beider, und die Batterie daher als geschlossen betrachten wollen. Aber hiermit würde die beobachtete Erwär-



mung in den Dräthen nicht erklärt werden. Die Betrachtung der Wirkungen der Entladung haben darauf geführt anzunehmen, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Entladung nicht von den Dimensionen, sondern von der Materie des Schließungsbogens abhängt. Nun aber leitet das Erdreich auch unter den günstigsten Verhältnissen so schlecht, daß eine geraume Zeit verfließen muß, während Elektrizität der oben angewandten Dichtigkeit durch 50 Fufs Erde geht. Von dieser Zeit hängt die Dauer jeder Partialentladung und damit die ganze Entladungszeit der Batterie ab, der die Erwärmung im Schließungsbogen umgekehrt proportional ist. Die frühere Erklärung verlangt von der eingeschalteten Erdschicht nur, daß sie von beiden sie berührenden Metallenden des Schließungsbogens fortwährend die Elektrizität aufnehme, ohne von der ferneren Verbreitung dieser Elektrizität in der Erdmasse selbst den Entladungsstrom abhängig zu machen.

Die beiden erwähnten Annahmen sind auch für den Voltaischen Strom bei Gelegenheit der elektrischen Telegraphen gemacht worden und man hat die Erdmasse zwischen den Enden eines ausgespannten viele Meilen langen Drathes, in den eine Voltaische Batterie eingeschalt war, theils als eine, die Batterie schließende, Verbindung angesehen, theils als eine Ableitung für die Elektrizität beider Pole, was man durch die Bezeichnung des Erdkörpers als *réservoir commun* auszudrücken scheint. Wurde die Erde als verbindender Leiter angesehen, so mußte ihr Widerstand bestimmt, das heißt die Länge eines bekannten Drathes angegeben werden, dessen Einschaltung den Strom ebenso verringert, wie die Einschaltung der Erde. Dieser Widerstand ist verschieden angegeben und zuletzt auf eine Gröfse formulirt worden, die nur von der Gröfse der Berührung zwischen Metallleiter und Erdreich abhängig und von der Entfernung der Enden der Metallleiter unabhängig ist. Daneben hat man durch telegraphische Versuche die Zeit der Fortpflanzung der Entladung in der Erde zu bestimmen gesucht und von der Entfernung der Drathenden abhängig zu finden geglaubt, und den Versuch ausgeführt, von der Erde einen Zweigstrom in Dräthen zu erhalten. Dieser letzte Versuch, dessen Thatsächlichkeit nicht zu bezweifeln ist, widerspricht aber nach den Gesetzen der Zweigströme der Annahme, daß die Erde ein die Batterie schließender Leiter sei, während er die entgegengesetzte Ansicht zwar nicht unterstützt, ihr aber auch nicht widerstreitet. Diese mehrfachen Widersprüche dürften schon für sich der Meinung den Vorzug

geben lassen, daß auch bei dem voltaischen Strome keine Leitung von einem Drathende zu dem anderen durch die Erde stattfindet, und die hier beigebrachten Versuche mit der Reibungselektricität die richtige Erklärung des Vorganges an die Hand geben. Hiernach ist der voltaische Strom im elektrischen Telegraphendrath als ein getrennter Strom, und die Erdschichten an den beiden Enden des Drathes sind als zwei für sich wirkende Ableitungen anzusehen, bei denen es gleichgültig ist, daß sie Theile des zusammenhängenden Erdkörpers sind.



# Fortsetzung der Untersuchungen über die Metamorphose der Echinodermen.

Von  
H<sup>rn</sup>. MÜLLER.

---

## V i e r t e   A b h a n d l u n g .

---

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 7. Nov. 1850, 28. April und 10. Nov. 1851.]

Zur Fortsetzung der Untersuchungen über die niederen Thiere wurde diesmal Triest <sup>(1)</sup> gewählt. Im Herbst 1850 verweilte ich zwei Monate dort in Gemeinschaft mit Herrn Dr. Busch und den Studirenden Herren Thaer und M. Müller. Obgleich viele und die mehrsten der vorgekommenen Gegenstände von Mehreren beobachtet sind, so entstand doch bald eine Theilung der Arbeit. Meine Genossen wandten sich vorzugsweise dem Studium der Acalephen, Würmer und Entozoen zu; ich fand ein reiches Material zur Fortsetzung und zum Abschlufs der Beobachtungen über die Metamorphose der Echinodermen, namentlich die Lösung einiger Probleme, die sich bei den letzten Untersuchungen gestellt haben. Im Frühling und Herbst 1851, als ich mit meinem Sohn wieder in Triest arbeitete, hatte ich Gelegenheit, noch einiges nachzutragen und zu verbessern. Was in den fünf Monaten, die ich in den Jahren 1850 und 1851 im Ganzen in Triest zubrachte, für die Entwicklungsgeschichte der Echinodermen geschehen konnte, ist theils in der gegenwärtigen Abhandlung, theils in der noch folgenden (über Ophiuren) niedergelegt. Der gegenwärtigen Abhandlung habe ich auch meine älteren Beobachtungen über die Seeigellarven des Mittelmeers von Marseille

---

(1) Das adriatische Meer erwies sich für unsern Zweck so reich als einer der früher besuchten Orte. Die Excursionen konnten mit wenigen Ausnahmen täglich geschehen, und waren bald in der einen bald in der andern Richtung, sowohl westlich als gegen Barcola oder im Busen von Servola und Muggia oder näher auf der Rhede und selbst im Hafen ergiebig. Zugleich wurde uns das zoologische Museum zu Triest und seine Bibliothek sehr nützlich, gegen dessen Director Herrn Koch wir uns zu besonderm Dank verpflichtet fühlen.

und Nizza angeschlossen. Es sind in Triest im Ganzen 14 Arten von Echinodermen im Zustande der Larven und der Metamorphose vorgekommen, von welchen 6 schon in den früheren Abhandlungen besprochen sind <sup>(1)</sup>.

### I. Holothurien.

Die Geschlechtsreife der mehrsten bei Triest vorkommenden Holothurien scheint in den Sommer zu fallen und gegen den Herbst hin aufzuhören. Die künstliche Befruchtung bei *Holothuria tubulosa* in dem Zeitraum vom 11. August bis 9. October von Zeit zu Zeit versucht, gelang auch diesmal nicht. Im August und Anfangs September wurden zum Theil noch Eier in den Eierstöcken der *Holothuria tubulosa* vorgefunden; in späterer Zeit waren diese meist leer und nur die Genitalien der Männchen enthielten noch Zoospermien. *Pentacta doliolum* war im Herbst völlig unreif. Im Frühling, nämlich im März und April waren die Genitalien der *Holothuria tubulosa* unentwickelt. Dagegen waren die Genitalien der *Pentacta doliolum* und anderer Pentacten, ferner einer der *Holothuria fusus* sehr verwandten von Delle Chiaje und Grube nicht beschriebenen Art der Gattung *Thyone* v. D. et K. oder *Anaperus* Trosch. strotzend, aber der Samen in den Hoden der Männchen enthielt in allen noch keine sich bewegenden und in der Form ausgebildeten Zoospermien. Die Eier mehrerer Holothurien sind verhältnißmäfsig grofs, von *Pentacta doliolum* und *Thyone* gegen  $\frac{2}{10}'''$ . In den frisch untersuchten Exemplaren von *Synapta digitata* (*Holothuria digitata* Montagu) enthielten die Genitalschläuche Eier, welche, im Frühling am gröfsten, eine Gröfse von  $\frac{1}{17}'''$  hatten und eine innere Lage aus gleichförmigen, zellenförmigen Körnchen von  $\frac{1}{400} - \frac{1}{200}'''$  bestehend, welches nach Quatrefages der unreife Samen sein wird. In einer überaus grofsen Zahl von *Synapta*, welche ich im Frühling und Herbst täglich untersuchte <sup>(2)</sup>, habe ich nie ein Männchen angetroffen.

Die beiden Holothurienlarven des Mittelmeers kamen auch in Triest

<sup>(1)</sup> Ein Auszug dieser Abhandlung befindet sich im Bericht über die Verhandlungen der Königl. Preufs. Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Jahr 1850, S. 403. Die Nachträge im Monatsbericht vom April und November 1851.

<sup>(2)</sup> Diese zwischen Zaole und Muggia vorkommenden Thiere wurden mir, so oft ich es wollte, lebend gebracht.

vor in allen Stadien der Entwicklung bis dahin, wo die junge Holothurie ihre kreisförmigen Wimperorgane verloren hatte und nicht mehr schwamm oder kriesete, sondern kroch, indem sie die 5 Tentakeln zum Ansaugen benutzte. Diese Thierchen hatten noch dieselbe Gröfse und Form wie diejenigen, welche noch mit thätigen Wimperorganen versehen waren und waren noch ohne Füfschen.

#### 1) *Auricularia* und *Holothuria* mit Kugeln.

Am häufigsten war die Art mit den 11 Kugeln oder blasenförmigen Körpern in den Körperwänden. In meiner zweiten Abhandlung, als ich diese Thiere unter dem Namen der Auricularien zuerst beschrieb, nannte ich die 11 runden Körperchen Kugeln. In der dritten Abhandlung gebrauchte ich den Ausdruck blasenförmige Körper; ich konnte mich aber jetzt überzeugen, dafs sie nicht hohl, sondern solide Kugeln von einer zähen elastischen Masse sind, an der ich keine Structur wahrnehmen konnte, sie lassen sich schwer zerdrücken und sind die Ursache, dafs diese zarten Thierchen einen verhältnismäfsig starken Druck aushalten. In der Auricularienform kamen diese Larven im Herbst in allen Stadien der Entwicklung vor, die kleinsten hatten nur 0,13''' Gröfse; diese konnten nur einige Tage alt sein.

In der letzten Abhandlung war die Röhre wichtig geworden, welche von einer wie eine Öffnung aussehenden Stelle am Rücken der *Auricularia* ausgeht und an deren innerem Ende sich ein Bläschen befindet, das sich in den Tentakelstern der künftigen Holothurie entwickelt. Diese Röhre war an beiden Arten von *Auricularia* beobachtet; sie hatte sich in gleicher Weise an der Larve einer Asteride, der *Tornaria* gefunden. Es wurde damals die Vermuthung ausgesprochen, dafs diese Röhre dem Steincanal der Asterien entspreche. Der Steincanal ist von mir schon an dem Stern der *Bipinnaria asterigera* beobachtet, er geht dort von einer nabelförmigen Stelle, der künftigen Madreporenplatte, aus (Monatsbericht April 1850. Über die Larven und die Metamorphose der Holothurien und Asterien, Berlin 1850. S. 29. Taf. VII. fig. 5. 6). Es wurde damals die Vermuthung ausgesprochen, dafs der Steincanal als Stamm des Wassergefäßsystems der Tentakeln das erste sei, was sich von dem künftigen Echinoderm in der Larve bildet. Vor den weiteren Mittheilungen mufs ich auf einen Punkt in der Anatomie der erwachsenen Holothurien aufmerksam ma-

chen, durch welchen erst ein Verständniß der neuen Beobachtungen an den Larven möglich wird. Krohn <sup>(1)</sup> hatte 1841 bewiesen, daß der Canal des kalkigen Sacks der Holothurien in den Cirkelcanal des Tentakelsystems einmündet. Ich habe sodann in den anatomischen Studien über die Echinodermen (Archiv für Anat. und Physiol. 1850. S. 117) gezeigt, daß der Kalksack der Holothurien ebenso durchlöchert ist, wie die Madreporenplatte der Asterien und Seeigel, und oft sogar genau dieselbe madreporenförmige Gestalt hat, nämlich bei *Synapta*, *Chirodota*, *Molpadia*. Die von Mehreren ausgesprochene Analogie zwischen der Madreporenplatte und dem Steincanal der Asterien und Seeigel einerseits und dem Kalksack der Holothurien anderseits muß daher als richtig angesehen werden. Der Steincanal der Asterien und Seeigel mündet durch die Poren der Madreporenplatte direct nach außen, und sein Inhalt steht mit dem äußeren Medium direct in Communication. Der Steincanal der Holothurien mündet dagegen mit den Poren des Kalksacks in die Bauchhöhle, und steht hier mit dem salzigen Wasser der Bauchhöhle in offener Verbindung.

Hierdurch war ich auf die erneuerte Untersuchung der Holothurienlarven erst recht vorbereitet; ich stellte mir die Aufgabe, auszumitteln, was aus jener am Rücken der Auricularia befestigten, mit einer Öffnung beginnenden und inwendig am Tentakelstern endigenden Röhre werde, ob und wie sich daraus der Kalksack der erwachsenen Holothurie entwickeln werde. Der Kalksack selbst war von mir schon in der Beobachtungsreihe von Nizza in der jungen noch mit Wimperreifen versehenen Holothurie, ja schon in der Puppe erkannt: es ist das, was ich die Kalkkrone nannte, die ich geradezu als künftigen Kalksack deutete. Zur Fortsetzung dieser Beobachtungen konnte nur die eine Art von Holothurienlarven mit den 11 Kugeln dienen, weil nur bei dieser frühe die Kalkkrone ausgebildet ist. Als Resultat meiner neueren Beobachtungen hat sich nun Folgendes ergeben. Die Kalkkrone entsteht schon oder fängt an zu entstehen, wenn die Auricularia noch ganz ihre erste bilaterale Larvenform besitzt und noch nicht die walzenförmige spätere Gestalt und die kreisförmigen Wimperorgane erhalten; ihre Entstehung beginnt, wenn die Auricularien die 11 kugelförmigen weichen Körper erhalten, zu einer Zeit, wenn die an dem Nabel des Rückens befestigte

---

(<sup>1</sup>) Froriep's Notizen. 1841. N. 356. S. 53.

Röhre inwendig noch in einem einfachen Bläschen endigt und ehe sich der Kranz von Blinddärmchen oder die Tentakeln aus jenem Bläschen gestalten. Taf. I. fig. 9-13.

Die vom Rücken der Larve abgehende Röhre dringt senkrecht nach innen; sie scheint sich zwar in die Wände des Bläschens fortzusetzen, an diesem unterscheidet man aber dickere Wände, welche sich in den doppelten Conturen des Bläschens zu erkennen geben. Das Bläschen ist länglich und bildet mit der Röhre rechte Winkel, so daß man daran einen vordern und hintern Theil unterscheiden kann. Die Kalkkrone erscheint zuerst als ein Kranz von Kalkleisten mit Ästen, wie eine Dornenkrone frei um die Röhre herum, nicht in der Wand der Röhre, und zwar um die Mitte der Röhre zwischen dem äußern und innern Ende derselben. Bei diesem Kranze liegen einige sehr kleine Zellen ohne Kerne, welche sich auch bei den jüngsten Seeigellarven an den Stellen zeigen, wo Absätze von Kalk stattfinden. Hieraus erklärt sich, warum die Madreporenplatte der Holothurien oder ihr Kalksack nicht an das Skelet angewachsen ist, wie bei den Asterien und Seeigeln. Die Communication des der Madreporenplatte analogen Organs mit dem Perisom oder der Körperwand wird bei der Holothurienlarve nur durch einen häutig bleibenden Canal erhalten, der selbst noch später verloren geht, so daß der Kalksack zuletzt frei der Bauchhöhle zugewendet bleibt.

Bei Auricularien, welche auf dem Übergang in die Walzenform begriffen waren, aber noch nicht die kreisförmigen Wimperorgane besaßen, liefs sich das ganze Verhältniß völlig ausgebildet wieder erkennen. Taf. I. fig. 6. 7. Der Schlund der Larve war nicht mehr zu erkennen. Dagegen war auf das vordere Ende des Magens ein Cirkelcanal aufgelagert, von dem 10 längliche Blinddärmchen und ein stärkeres, die Polische Blase, abgingen. In denselben Ringcanal mündete ein Canal, der von der Kalkkrone umgeben war und sich dann noch eine kurze Strecke bis gegen die Mitte der Länge des Thiers fortsetzte, wo er plötzlich aufhörte. Die Kalkkrone ist der spätere Kalksack; der innere Theil des Canals, der in den Ringcanal einmündet, ist der spätere Canal des Kalksacks der erwachsenen Holothurie, der äußere Theil des Canals jenseits der Krone ist der Rest der Röhre, die am Rücken der Auricularia befestigt war an der nabelförmigen Stelle, welche sich jetzt nicht mehr sicher erkennen läßt.

Der Canal, woran die Kalkkrone, ist von mir früher auf den Genital-  
*Phys. Kl.* 1850.

gang gedeutet worden, in dessen unmittelbarer Nähe sich der Kalksack der erwachsenen Holothurie zu befinden pflegt. Dafs der Canal der Kalkkrone mit dem Ringcanal der Tentakeln zusammenhänge, glaubte ich schon in der früheren Beobachtungsreihe zu erkennen und führte es an; damit konnte ich nicht vereinen, dafs ich den Canal einmal über den Ringcanal eine kurze Strecke weggehen sah, wie auch abgebildet ist. Wenn man aber bedenkt, dafs er an dem comprimierten Thier nur über die eine klar gesehene Hälfte des Ringes weggehend gesehen worden, so konnte er ganz gut mit der andern Hälfte des Ringes, die weiter vorn hin gedrückt war, verbunden sein. Es soll hiermit nicht behauptet werden, dafs der Genitalgang zu jener Zeit, nämlich in der jungen mit Wimperreifen versehenen Holothurie noch nicht existire. Denn da beide Canäle in der erwachsenen Holothurie ganz nahe bei einander liegen, so könnte es, sobald sie beide schon existiren, schwer sein, sie zu unterscheiden. Von dem Canal des Kalksacks weifs man aber nunmehr aus den zuletzt beschriebenen Larven gewifs, dafs er schon besteht und dafs er mit dem Ringcanal zusammenhängt, zu einer Zeit, wo andere Canäle, wie die Längscanäle des Wassergefäßsystems an den Körperwänden noch nicht hingehen und noch weniger der Genitalgang gebildet ist. Einige Zeit später, wenn in der jungen mit Wimperreifen versehenen Holothurie die Längscanäle an den Körperwänden vorhanden sind, kann einer der Canäle, wenn er von dem Canal der Kalkkrone gedeckt wird, für das Auge mit dem Canal der Kalkkrone zusammenfallen.

Die 10 vom Ringcanal abgehenden Blinddärme hatten in der zuletzt beschriebenen Larve eine ziemlich gleiche Länge und Stärke. Da bei weiterer Entwicklung und Metamorphose nur 5 Tentakeln zum Vorschein kommen, so sind 5 der Blinddärme auf die Anlage der 5 Tentakeln, die andern 5 mit Wahrscheinlichkeit auf die erste Anlage der 5 Längscanäle der Körperwände zu beziehen. Die Vermehrung der Tentakeln scheint erst in einer spätern Zeit vor sich zu gehen: jetzt aber sind die 10 Blinddärmchen zu gleichmäfsig grofs, als dafs die Hälfte derselben auf die später auszubildenden Tentakeln bezogen werden könnte.

In einer jungen Holothurie mit Wimperreifen und hervorgebrochenen Tentakeln, Taf. I. fig. 8, war der Canal der Kalkkrone noch eben so beschaffen, wie in der zuletzt beschriebenen Auricularia; er mündete deutlich in den Ringcanal und hinter der Kalkkrone setzte sich der Canal noch bis



gegen die Mitte der Länge des Thiers fort, wo er plötzlich aufhörte. Die Längscanäle waren schon vorhanden, wenigstens theilweise zu erkennen. Von den Tentakeln waren nur 5 vorhanden, welche sich tastend ausstreckten und einzogen.

Über die weitere Veränderung des Endes des Canals der Kalkkrone liegen keine Beobachtungen vor. Dieser häutige röhrlige Anhang wird entweder resorbirt oder die Kalkkrone setzt sich allmählig über den Anhang fort und wird dadurch in die Form des spätern länglichen Kalksackes verwandelt, wie er den Gattungen *Holothuria*, *Sporadipus*, *Bohadschia* u. a. eigen ist.

Die gewundenen und ästigen Kalkleisten der Kalkkrone der Larven und jungen Holothurien stimmen sehr genau mit der Lagerung und Form der Kalkfasern in dem Kalksack der erwachsenen Holothurien. Die Beobachtungen über die Poren dieses Sackes sind an frischen Holothurien wiederholt und bestätigt. Die Poren sind häutige Röhrchen von  $\frac{1}{60}$  Durchmesser, welche von der äußern zur innern Haut durch die Maschen des Kalkfaserlagers durchführen und auswendig mit einem wimpernden Ringe beginnen. An abgeschnittenen Stücken des Kalksackes kann man unter dem Mikroskop durch die Röhrchen durchsehen. Im Wasser schwebende Theilchen fahren hastig auf die Poren zu und großentheils auch wieder ab.

In denjenigen Fällen, wo ausnahmsweise mehrere Kalksäcke vorkommen, wie bei *Holothuria tubulosa*, *Synapta Beselii*, *Synapta serpentina* Nob. mögen diese später entweder als Auswüchse des ursprünglichen Canals entstehen, wie bei *Synapta Beselii*, wo die Madreporenplatten die Enden der Zweige eines Canals einnehmen, oder als Auswüchse aus dem Ringcanal selbst entspringen, wie bei *Synapta serpentina*, wo viele Madreporenplatten am Ringcanal anhängen. Siehe Anat. Stud. über die Echinodermen. Archiv 1850. S. 134.

## 2) *Auricularia* und *Holothuria* mit Kalkrädchen.

Die *Auricularia* mit den 11 Kugeln, von der ich vorher handelte, war im August und September in Triest in allen Entwicklungsstufen vorgekommen; im Frühling habe ich sie in Triest nicht wiedergesehen, in welcher Jahreszeit ich sie in Marseille zuerst kennen gelernt hatte.

Dagegen war die Auricularia mit Kalkrädchen in Triest im Frühling ganz außerordentlich häufig und nächst der Larve des *Echinus lividus* die häufigste der sporadisch vorkommenden Echinodermenlarven. Ich sah sie in allen Entwicklungsstufen bis zur Verwandlung in die Walzenform, und zurück bis in die jüngsten Zustände, ehe noch die Rädchen gebildet sind, wo die Thierchen nur erst  $\frac{1}{13} - \frac{1}{10}'''$  groß waren und erst kurze Zeit das Ei verlassen haben konnten. Sie waren zu dieser Zeit platt oval, an dem einen Ende breiter; ihr Verdauungsorgan war jetzt von dem in der Mitte der Länge gelegenen Mund bis zu dem jetzt fast terminalen After noch ohne Abtheilungen. Taf. II. fig. 1. Bald aber erkennt man die erste noch sehr einfache Anlage der Wimperschnüre. Im Innern dieser jungen Larven zwischen Haut und Darm bemerkte man hin und wieder Zellen, von welchen Fortsätze und Fäden nach verschiedenen Richtungen abgingen, welche eine Art von Balkenwerk in dem zarten Körper bildeten. Fig. 2. 3. Diese Bildungen sind schon von Krohn in den noch jungen Seeigellarven bemerkt. Den Rückenporus und die davon abgehende blind endigende Röhre bemerkt man schon bei einer Größe der Larve von  $\frac{1}{8}'''$ , wenn kaum erst der Schlund und Magen sich zu sondern beginnen. Nun tritt aber die Verwandlung der Larve erst ein, wenn sie  $\frac{3}{10} - \frac{4}{10}'''$  erreicht hat. Von den länglichen Körpern, welche man in älteren Auricularien zu den Seiten des Magens erblickt, ist jetzt noch nichts zu erblicken. In den zahlreich vorgekommenen älteren Larven mit schon entwickelten Kalkrädchen sind diese Körper immer vorhanden. Ihre Gestalt ist sich bei der Ansicht der Larven nicht ganz gleich. Auf der Rücken- und Bauchseite der Larve gesehen erscheinen sie immer länglich, bei der Ansicht der Larve von der Seite sind sie breiter und nähern sich der ovalen und selbst runden Gestalt. Hieraus ergibt sich, daß es Ablagerungen von Bildungsmasse von platter Gestalt sind, welche dem Magen ihre flachen Seiten zukehren, bei der Ansicht der Larve von der Bauch- oder Rückenseite nur die schmalere Seite dem Beschauer zukehren.

An den reiferen Larven, wo die dorsale Röhre am innern Ende schon den Stern der Tentakelanlage entwickelt hat, sind auch schon wieder die Zellen vorhanden, frei um die Röhre herum gruppiert, wo in der andern Auricularia die Bildung der Kalkkrone beobachtet ist. Ich glaube hieher auch die in der dritten Abhandlung Taf. I. fig. 11 abgebildeten, bei starker Vergrößerung bemerkten Kalkrudimente und Zellen ziehen zu müssen.

Krohn hat die Auricularia mit Rädchen im Frühling bei Neapel wiedergesehen und auch ähnliche junge Auricularien, wie die eben erwähnten, beschrieben und abgebildet, nach dem Zustande des Verdauungsorganes sogar aus noch jüngerm Stadium. Archiv für Anat. u. Physiol. 1851. S. 344. Da die jungen Auricularien ohne Rädchen aber viel größer als unsere jungen Auricularien ohne Rädchen sind, nämlich im jüngsten Zustande  $\frac{3}{5}$  Millim. hatten, so mögen die einen und andern doch verschiedenen Arten angehören.

Larven aus dem Stadium der Verwandlung selbst kamen einigemal im Herbst vor. Dahin gehört die Taf. II. fig. 4 abgebildete Larve, an welcher man noch einen Theil der Windungen der bilateralen Wimperschnur auf dem walzig gewordenen Körper übersieht, gleichsam wie wenn die Continuität der Windungen unterbrochen wäre und der quere Theil der Schleifen zur Ausbildung der spätern Wimperkreise benutzt würde. An dieser Larve ist um die Tentakeln bereits die Vorhöhle ausgebildet, welche sich nach oben gegen das frühere pyramidale Ende des Thiers in einen Canal fortsetzt aber zuletzt blind geschlossen ist, da wo später die Vorhöhle sich öffnen wird.

Bei den Taf. IX abgebildeten Larven war schön das Verhältniß des Ringcanals zu den davon abgehenden Zweigen zu erkennen. In fig. 1 sieht man vom Ringcanal einen Zweig an die Seitenwandung gehen; es ist ohne Zweifel einer der 5 Längscanäle der Körperwandungen. Von diesem Canal geht ein Theil nach vorwärts, der andere nach rückwärts. Die fig. 2 abgebildeten Tentakeln einer ähnlichen Larve waren unter dem Deckplättchen glücklicherweise so gelegen, daß man den Abgang der 5 Äste aus dem Ringcanal zu den 5 Tentakeln und zwischen je zwei Tentakeln die 5 Äste aus dem Ringcanal zu den runden Bläschen zugleich sieht, in welchen sich die Doppelkörner zitternd bewegen. Die letztgenannten Canäle theilen sich dann wieder in 2 Äste für je 2 Bläschen. Daraus folgt, daß die runden Bläschen mit den Doppelkörnern nicht die blasigen Enden der Tentakeln selbst seyn können, mit denen sie auch in der Zahl nicht überein stimmen. Dermalen sind außer den 5 Tentakeln keine weiteren Rudimente von Tentakeln zu sehen. *c'''* ist die polische Blase.

Von besonderm Interesse sind die neuen Ergebnisse, die ich über gewisse rosettenförmige Organe am vordern Theil des Körpers in der Nähe des Kalkringes der jungen Holothurie mit Rädchen erhalten habe. Diese Organe sind in der dritten Abhandlung über Echinodermenlarven S. 15 also

angeführt: „Einigemal nahm ich an den fraglichen jungen Holothurien am vordern Theil des Körpers hinter dem Kalkring rosettenartige Körperchen wahr, deren Sitz die Haut zu seyn schien; sie glichen im Allgemeinen ganz den Kalkrosetten am hintern Theil des Körpers, waren aber etwas ( $\frac{1}{3}$  -  $\frac{1}{2}$ ) kleiner, und obwohl die Mitte und die Radien bereits angedeutet waren, fehlte noch die Verkalkung. Sie lagen 3 oder 4 in einer einzigen Querreihe, auf die Breite des Körpers vertheilt.“ Die Ähnlichkeit mit den Kalkrädchen am Hinterende des Körperende ist in der Abbildung Taf. III. fig. 4. *k* jener Abhandlung viel zu stark ausgedrückt. In den fraglichen Rosetten erreichen die Radien den Umfang nicht, und sie sind, wie es mir neulich gelungen ist zu ermitteln, ohne tiefere Analogie mit den Kalkrädchen, vielmehr contractile Organe, welche ich im Herbst 1851 an mehreren Larven sich bewegen sah. Dafs sie in der unmittelbaren Nähe der Körperwände liegen, beweist nicht blofs die Einstellung des Focus des Mikroskops, sondern auch der Umstand, dafs sie mit der Bewegung der Muskeln der Körperwandungen, ein wenig von der Stelle rücken. Aber diese Bewegung ist sicher von ihrer Eigenbewegung zu unterscheiden. Diese letztere besteht darin, dafs die 4 Organe sich von Zeit zu Zeit rasch und wie pulsirend zusammenziehen, wobei sie allseitig kleiner werden. Die neue Abbildung, Taf. IX. fig. 1. *k* und fig. 1<sup>+</sup>, giebt eine richtigere Vorstellung von diesen Rosetten.

Zu den Abtheilungen der Körperwände, wie sie durch die Wimperreifen entstehen, haben die contractilen Rosetten keine feste Stellung; ihre Lage in dieser Beziehung ist in meinen verschiedenen sowohl älteren als neueren Zeichnungen verschieden, sie befinden sich immer hinter dem Kalkring, mag dieser unter dem Deckplättchen bald weit nach vorn geschoben seyn oder weit zurück stehen. Dieser Umstand spricht dagegen, dafs die contractilen Rosetten in der äufsern Haut gelegen seyn können.

Wenn die Anatomie der verwandelten Auricularia in allen Puncten so genau mit dem Bau der Holothurien übereinstimmte, so setzt es in einige Verlegenheit, dafs wir hier Structurverhältnisse kennen lernen, von welchen in der Anatomie der Holothurien nichts bekannt zu seyn scheint. Erst sehr spät ist mir eingefallen, was diese contractilen Figuren wohl seyn könnten, wenn die Angaben von Quatrefages über gewisse sehr kleine Öffnungen der Körperwandungen am Kopfe seiner *Synapta Duvernoia* richtig sind. Ich habe diese Öffnungen an den Synapten weder an gro-

fsen in Weingeist aufbewahrten Arten, noch an der lebenden *Synapta digitata* von Triest finden können und ich war geneigt, die Angabe von Quatrefages über die wimpernden Spiracula, welche eine Communication der Bauchhöhlenflüssigkeit mit dem äußern Medium unterhalten sollen, daraus zu erklären, daß Quatrefages den dicht am Kalkring abgeschnittenen Kopf unter dem Compressorium mikroskopisch untersuchte, wobei die durchschnittenen 5 Längscanäle der Körperwandungen, welche im Innern wimpern, eine Täuschung herbeiführen konnten. Nun ist es aber auffallend und zutreffend, daß Quatrefages die Zahl dieser Spiracula auf 4-5 angiebt und daß sowohl meine älteren als neueren Beobachtungen die Zahl jener sogenannten Rosetten auch auf 3-4 (in der Regel 4) bestimmen.

Wenn jene pulsirenden Rosetten in der That Öffnungen seyn sollten, so würden die von der hellern Mitte ausgehenden dunkeln den Umfang nicht erreichenden Radien, als Runzeln der Öffnung zu deuten seyn.

Damit übrigens die Vergleichung meiner Beobachtung mit derjenigen von Quatrefages nicht missverstanden werde, ist es nöthig zu bemerken, daß sowohl *Synapta Duvernaea* als *Synapta digitata* 12 Kalkstücke des Mundrings, unsere junge Holothurie mit Kalkrädchen nur 10 Kalkstücke, wovon zwei größer, besitzen.

Die *Synapta digitata* ist übrigens zur Wiederholung der Beobachtungen von Quatrefages über seine Spiracula vielleicht wenig geeignet, weil dieses Thier durchaus nicht so sehr durchsichtig ist, wie die *Synapta Duvernaea*.

## II. Seeigel.

Aus den Gattungen *Echinus* und *Echinocidaris* kommen im Mittelmeer folgende Arten von Seeigeln vor:

1. *Echinus lividus* Lam.

*E. saxatilis* Tiedem. *E. purpureus* Risso. *E. saxatilis* Delle Chiaje.

2. *Echinus brevispinosus* Risso.

*E. esculentus* Lam. Edwards le règne animal. Zoophytes pl. 11. De Blainville actinol. T. XIX. *E. ventricosus* Delle Chiaje anim. senza vert. Tab. 119. fig. 8. 11.

Dieser Art des mittelländischen Meers ist der *E. granularis* Lam. der Westküste Frankreichs sehr verwandt und ich halte letztern mit Agassiz für eine Varietät des erstern zufolge Vergleichung der Exemplare, die Hr. Dr. Ewald von der Küste des Morbihan mitgebracht hat.

3. *Echinus melo* Lam.

*E. melo* De Blainv. actinol. p. 226. Atlas pl. 20. fig. 3. Philippi Wieg. Arch. III. p. 241. Taf. V. fig. 1-3. Agassiz bei Valentin anat. du genre Echinus p. III.

4. *Echinus pseudomelo* De Blainv. Dict. d. sc. nat. T. 37. p. 77.

*E. sardicus* Lam. von Blainv. *E. sardicus* Risso hist. nat. p. 276. *E. sardicus* Delle Chiaje anim. senza vert. Tab. 119. fig. 7.

Diese Art ist noch nicht hinreichend genau gekannt. Ich habe nur eine Schale gesehen, welche Hr. Dr. Ewald von Toulon mitgebracht hat. Delle Chiaje beschreibt ihn also: Corpo emisferico-conoideo, ventricoso giù, roseo-porporino; fascie porose biancastre come le due serie di piedi; aculei porpureo-gialli, lunghi, puntuti, striati, rarissimi. Dieser Form des Mittelmeers scheint mir der *E. Flemingii* Forb. der Nordsee zu entsprechen, wovon ich Exemplare aus Falmouth und Bergen mit der vorhergenannten Schale von Toulon verglichen habe. Die Form der Schale, die Tuberkeln sind ganz ähnlich. Die Stacheln sind an der Basis purpurroth, sonst gelb, übereinstimmend mit der Angabe von Delle Chiaje.

5. *Echinus pulchellus* Agassiz.

*E. miliaris* Risso, Delle Chiaje, Grube. *E. decoratus et pulchellus* Ag. bei Valentin anat. du genre Echinus. *E. microtuberculatus* Ag. Des. ann. des sc. nat. 3. sér. VI. p. 368. Delle Chiaje a. a. O. Tab. 120. fig. 10.

Diese kleine Art hat jung eine rothe ins Grünliche spielende Grundfarbe mit weißen Porenbinden (*E. decoratus* Ag.), wird später uniform grünlich. Die Stacheln haben jung helle und dunkle Binden oder Ringel, später sind sie uniform grünlich, die Enden verbläßt ins Graugelbe. Die Farbe des Seeigels variirt im Allgemeinen aus dem Schmutziggrünen ins Gelblichgrüne und Graugelbe. Ich habe den Namen *E. pulchellus* Ag. wiederhergestellt, statt des nicht hieher gehörenden *E. microtuberculatus* Blainv., von welchem ausdrücklich gesagt ist, daß er 6 Paar Poren hat und dessen Vaterland zugleich unbekannt ist. *E. pulchellus* hat constant 3 Paar Poren. Mit dieser Art hat die kleine grüne Art des Nordens *E. virens* v. Düb. et Kor. Vet. Acad. Handl. 1844. p. 274. tab. 10. fig. 43-45 Ähnlichkeit in der Schale und den Tuberkeln, aber die Stacheln sind nicht so schlank; sie sind zwar grün, aber am Ende purpurroth; dann ist die Grundfarbe des Körpers und der Stacheln entschiedener grün. Agassiz und Desor ziehen den *virens* zu *miliaris* Leske, Lam., ich finde aber zwischen

unseren Exemplaren des *miliaris* von Lissabon und den norwegischen Exemplaren des *virens* keine hinreichende Übereinstimmung und vielmehr bei ersterem die Tuberkeln größer, und vermuthe, daß der nordische *E. Korenii* Desor, von dem es heißt, daß er dem mittelländischen *E. microtuberculatus* verwandt sei, eben der *E. virens* v. Düb. et Kor. ist.

6. *Echinocidaris aequituberculata* Des Moulins.

*E. neapolitanus* Delle Chiaje anim. senza vert. Tab. 118. fig. 11. Philippi Wieg. Arch. III. Taf. V. fig. 8. Grube Actinien cet. p. 31.

In Marseille als man im Februar und März, als ich dort war, nur den *E. lividus*; den *brevispinosus* konnte ich jedoch bei den Fischern bestellen. Außer diesen ist an der französischen Küste und bei Nizza auch *E. pulchellus* heimisch. Ich erwähne dieses in Bezug auf die Orte, wo ich Beobachtungen über Seeigellarven angestellt habe.

In der Nähe von Triest sind die gemeinsten Arten *Echinus lividus* Lam. und *E. pulchellus* Ag.; in schon größerer Entfernung kommt *E. brevispinosus* Risso vor und erscheint daher nur selten auf dem Fischmarkt im Frühling, wo ich ihn nur einmal und nur ein Exemplar gesehen. Der kleine *E. pulchellus* wird gar nicht auf den Markt gebracht, ist aber überall in der Umgegend von Triest, zumal in der Bucht von Servola verbreitet. An der dalmatischen Küste ist auch *E. melo* und *Echinocidaris aequituberculata*. Formen von *Cidaris* kommen in der Nordsee sowohl als im mittelländischen und adriatischen Meere vor, eine Art von *Diadema* ist bis jetzt nur in Sicilien beobachtet. Die *Echinocyamus* sind in beiderlei Meeren repräsentirt. Im adriatischen Meer ist der *Schizaster canaliferus* Ag. so verbreitet als im mittelländischen und bei Triest sehr häufig.

Ich komme nun zu den im Mittelmeer und adriatischen Meer vorgekommenen Arten der Seeigellarven.

1. Larve des *ECHINUS LIVIDUS* Lam. Taf. VI. fig. 7-14. Taf. VII.

Von den Seeigellarven des adriatischen Meers und Mittelmeers habe ich am häufigsten und vollständigsten diese Art beobachtet. Es ist dieselbe Larve, welche Krohn <sup>(1)</sup> durch künstliche Befruchtung des *E. lividus* erzielt hat und vielleicht auch dieselbe mit der von Derbès in Marseille be-

(1) A. Krohn Beitrag zur Entwicklungsgeschichte der Seeigellarven. Heidelberg 1849. Phys. Kl. 1850. G

obachteten, von der er aber sagt, daß sie von der Befruchtung des *E. esculentus* stamme, welches nach der Synonymie *E. brevispinosus* Risso sein würde. Die Larven von Derbès und Krohn und diejenigen von denen ich jetzt handeln werde, stimmen auf das vollkommenste mit einander überein.

Schon in Marseille, im Februar und März 1849, hatte ich eine grofse Anzahl dieser Larven, die frei im Meere in allen Entwicklungsstufen vorkamen, beobachtet. Ich konnte mich überzeugen, daß diese Larve, die immer leicht an ihrem hohen pyramidalen Scheitel, an den keulenförmigen oft gekreuzten Enden der Kalkstäbe im Scheitel, und an dem Mangel des Gitterwerks der Kalkstäbe erkennbar ist, von Derbès und Krohn nur in ihrer jüngern Form mit 4 Fortsätzen gesehen ist, daß sie später ebenso viele Fortsätze wie die Larve mit Wimperepauletten von Helgoland, nämlich 8 Fortsätze, auch die Wimperepauletten selbst erhält und ich habe sie auch mit der Anlage der Seeigelscheibe gesehen. Taf. VI. fig. 14. Die Helgoländische Larve ist von ihr aber durch den gewölbten Scheitel und die Endigung der Kalkstäbe verschieden und daher auf den bei Helgoland sehr gemeinen *E. sphaera* oder eine andere nordische Art zu beziehen.

Die Zeichnungen über die in Marseille an dieser und andern Seeigellarven angestellten Beobachtungen sind der Akademie am 12. Juli 1849 vorgelegt und es ist eine Notiz über die spätere Ausbildung der Larve von Derbès und Krohn von mir im Archiv f. Anat. u. Physiol. 1849. S. 112 gegeben.

Das häufige Vorkommen dieser Larven in Marseille und wieder in Nizza, hat mir auch schon Gelegenheit gegeben, mich von der Gegenwart des Afters bei den Seeigellarven zu überzeugen. An den helgoländischen Larven war es mir nicht gelungen und ich glaubte den Anschein eines Afters bei einzelnen Seeigellarven durch eine Täuschung zu erklären, von der ich eine Auslegung versuchte. Derbès und Krohn haben dagegen den After an den jungen Larven deutlich als solchen wahrgenommen und Krohn erklärt den scheinbaren Mangel desselben in einzelnen Larven durch die zeitweilige Zusammenziehung der Öffnung bis zum völligen Verschwinden. Nach vielseitiger Prüfung des Gegenstandes an recht vielen Larven, muß ich die Beobachtung von Derbès und Krohn als richtig anerkennen<sup>(1)</sup>. Die

---

(<sup>1</sup>) Auch an den Ophiurenlarven mündet der Darm in einen After aus. Ich beziehe



Stelle des Afters ist übrigens Taf. V. fig. 6 meiner ersten Abhandlung zu erkennen.

Die Larve von Derbès und Krohn kam auch ziemlich oft sporadisch bei Triest vor. Die beste Gelegenheit, diese Larve zu beobachten, erhielt ich jedoch dadurch, daß die künstliche Befruchtung bei *Echinus lividus*, um die Mitte Septembers von Dr. Busch versucht, anschlug und einige Tage später von Hrn. Thaer mit demselben Erfolge wiederholt wurde. Dies ist die einzige Art von Echinodermen, bei der um diese Jahreszeit die Befruchtung gelang. Denn sie war wie bei *Holothuria tubulosa*, so bei *Astropecten aurantiacus*, *Ophiothrix fragilis*, *Echinus pulchellus* wegen mangelhafter Entwicklung der Genitalien entweder unausführbar oder ohne Erfolg <sup>(1)</sup>.

Die Larven, welche Derbès untersucht hatte, waren nach der Entwicklung stehen geblieben und später monströs geworden. Krohn hat dies bereits bemerkt, aber die Larven Krohns haben sich auch nicht über die Ausbildung der 4 Arme entwickelt. Die ältesten waren nicht über  $\frac{1}{2}$  Millim. oder 0,22 P. Lin. Länge gekommen. In diesem Zustand ist das Kalkskelet so weit entwickelt, daß die Bogen der Kalkleisten, welche von den Hauptkalkstäben der Körperseiten in die Ränder und Arme des Mundschirms auslaufen, aus ihrer Krümmung einen Ast in entgegengesetzter Richtung aufwärts in den Körper ausschicken. Jedoch die am weitesten entwickelte Larve dieser Art (Krohn fig. 19) entfernt sich in der Form des gedunsenen Scheitels wieder von dem pyramidalen Typus und scheint hydropisch geworden zu seyn. Nach meinen Beobachtungen behält die Pyramide oder der Scheitel dieser Larve auch nach vollendetem Wachsthum der Kalkstäbe durchaus ihre spitze Form. Hievon hat sich Krohn selbst später überzeugt.

Die durch künstliche Befruchtung erzielte Brut des *E. lividus* wurde fast bis zu unserer Abreise lebend erhalten; sie entwickelte sich unter täglicher Erneuerung des Wassers viel rascher und weiter, als in den Beobachtungsreihen von Derbès und Krohn, und gedieh in der Zeit von 16-18

---

mich auf die Abbildungen, welche die Abhandlung über die adriatischen Ophiurenlarven begleiten werden.

<sup>(1)</sup> Im folgenden Jahre gelang die künstliche Befruchtung des *E. lividus* im April wohl, aber nicht im September.

Tagen schon bis dahin, daß sie um diese Zeit statt 4 Fortsätze eben die Anlagen von noch 4 Fortsätzen erhalten; es waren nämlich die Anfänge der hintern Seitenfortsätze des Körpers und des zweiten Paares der Fortsätze des Mundgestells mit der Anlage der Kalkstäbe hervorgesproßt. Eine von diesen Larven zeigte sogar schon die erste Andeutung der Wimperepauletten mit rothen Pigmentpunkten.

Obgleich ich die Entwicklung des *E. lividus* vom Ei aus verfolgt habe, so übergehe ich doch Alles, was von dem Bau der Seeigellarven schon bekannt ist und namentlich die jüngern Stadien, bei denen sich die Beobachtungen von Derbès und Krohn bestätigten; meine Darstellung beginnt vielmehr erst da wo jene Beobachtungsreihen aufhören und mit den Figuren 8. 9 meiner VI<sup>ten</sup> Tafel, welche Larven des *E. lividus* vom 11<sup>ten</sup> Tag nach der künstlichen Befruchtung von 0,2<sup>mm</sup> Größe darstellen und sich an die ältesten normalen Larven von Derbès und Krohn zunächst anschließen. In diesem Zustande gehen von den beiden Seiten-Kalkstäben des Körpers, welche bis in die Pyramide angeschwollen hinaufreichen, die in gleicher Richtung verlängerten Fortsetzungen in die Arme des Markisen-förmigen Schirms, ein Ast jener Hauptstäbe unter rechtem Winkel abgehend theilt sich sogleich nach dem Abgang in eine quere Leiste, die unter dem Darm derjenigen der andern Seite kreuzweise entgegenght und eine gebogene Leiste, welche in den der Markise entgegengesetzten Mundschirm, nämlich dessen Rand und Arm ausläuft. Von diesem Bogen entwickelt sich bald auch ein aufsteigender Ast in der Richtung nach der Pyramide, welcher in Taf. VI fig. 10 und in den Abbildungen der Taf. VII sichtbar ist. Eine Verbindung der Kalkstäbe von rechts nach links scheint in normalen Larven bis zur Erzielung der bestimmten Dimensionen nicht zu erfolgen. Damit hängt auch das bisherige Wachsthum der Pyramide zusammen.

Beim Wachsthum des Pluteus erfolgt die Vergrößerung am stärksten in der Längsrichtung durch Verlängerung der Arme. Die Pyramide des Körpers nimmt aber sowohl in der Länge als Breite zu; die darin aufgestellten Kalkstäbe können sich zwar nicht ausdehnen, setzen aber an den in den Scheitel gerichteten Enden neue Masse an. Daher nimmt die Länge dieser Stäbe in der Pyramide, von deren Spitze bis zur Stelle des Abgangs der Äste der Kalkstäbe zu. Das Skelet hindert die Ausdehnung der Pyramide in der Breite nicht, weil die Queräste der Kalkstäbe, welche unter dem Darm sich

von beiden Seiten begegnen, sich nicht von rechts nach links vereinigen, sondern meist getrennt bleiben, so lange das Wachsthum dauert.

Bei der Seitenansicht der Larven erblickt man die concave Unterseite des Körpers, welche von der Larvenhaut ausgekleidet ist, als eine Wölbung, welche durch eine von der Markise nach dem Mundschirm verlaufende gebogene Linie im Profil erscheint und mit ihrem hintern Schenkel gegen den Schlund herabsteigt. Taf. VI. fig. 8.  $\alpha$ . Dieselbe Linie erblickt man auch bei der Ansicht der Larve von vorn, fig. 9.  $\alpha$ ; es ist dasjenige, was Krohn für Bänder des Schlundes gehalten hat, und worin ich nur eine faltenartige Ausspannung der Gewölbhaut zu erkennen glaube. Bei der Ansicht von vorn erblickt man eine zweite gebogene Linie der Gewölbseite, fig. 9. 11.  $\gamma$ ; sie kommt von außen her und läuft gegen das untere Ende des Magens aus. Sie scheint auch nur für eine Profilan sicht eines Theils der gewölbten Unterseite genommen werden zu können. Ähnliche Linien, durch faltige Ausspannungen verursacht, kommen auch bei den Bipinnarien und Auricularien an der Aushöhlung, die zum Mund und Schlund führt, vor und sind von mir abgebildet und erläutert.

An Larven, welche  $\frac{1}{3}$ ''' groß geworden und die Anfänge der bisher noch fehlenden hintern Seitenarme erhalten haben, erscheinen zum ersten mal die 2 wurstförmigen Körper oder Ablagerungen von Bildungsmasse an den Seiten des Magens. Taf. VI. fig. 11.  $z$ . Es sind dieselben Körper, welche ich schon bei den Ophiurenlarven und Auricularien beschrieben und abgebildet habe und welche auch zu einer gewissen Zeit bei den Bipinnarien auftreten. Sie sind nicht früher bei den Seeigellarven vorhanden als in dem vorher bezeichneten Stadium. In den von Krohn beobachteten Seeigellarven konnten sie wegen ihrer Jugend noch nicht vorhanden seyn. Mit den sogenannten Bändern des Schlundes, mit welchen sie Krohn zusammengestellt hat, haben sie keine Ähnlichkeit und Beziehung, sie liegen viel höher an den Seiten des Magens. Ich glaube nur auf Taf. VI. fig. 11 verweisen zu dürfen. Man würde diese Körper, welche in den Larven aller Echinodermen zu einer bestimmten Zeit ihrer Entwicklung auftreten und wieder verschwinden, sobald das Echinoderm angelegt wird, auf die künftige Entwicklung des Echinodermen-Körpers als Blastem beziehen können, wenn sie nicht auch bei den Auricularien vorkämen, bei denen doch die ganze Larve in das Echinoderm umgewandelt wird.

Was mich am meisten und dermalen fast allein interessirte, war einmal die Altersbestimmungen im Verhältniß zu den Größen kennen zu lernen, zur Vergleichung mit den sporadisch in Marseille, Nizza und Triest vorgekommenen Larven dieser Art und noch mehr zu erfahren, ob sich bei den Seeigellarven zuerst, wie ich es längst bei den Auricularien und bei der Tornaria und nun auch bei der Bipinnaria gesehen, ein Porus mit einer Röhre für das Tentakelsystem des künftigen Seeigels entwickelt und ob diese Anlage wie dort noch vor der Anlage der Seeigelform, d. h. vor Anlage der Seeigelscheibe auftritt.

Am 16<sup>ten</sup>, 17<sup>ten</sup>, 18<sup>ten</sup> Tage nach der Befruchtung hatten die meisten Seeigellarven bereits ein gutes Stück der hintern Seitenfortsätze des Körpers und das zweite Paar der Fortsätze des Mundgestells, im Ganzen also 8 Fortsätze und eine Länge des ganzen Thiers von  $\frac{1}{3}$  oder  $\frac{7}{10}$ ''' . Durch die Entwicklung der hintern Seitenfortsätze aus dem Schirm hat die Basis der Pyramide etwas an Breite gewonnen. Die Wimperschnur zieht sich zugleich auf die neuen Fortsätze aus. Der Kalkstab des hintern Seitenfortsatzes hängt jetzt nicht mit dem übrigen Kalkskelet zusammen und endigt vielmehr nach oben mit einigen Zweigen, welche nach der Rückseite gerichtet sind. Taf. VI. fig. 10. Taf. VII. fig. 1. Der neu entstandene Nebenfortsatz jederseits am Mundgestell enthält einen Kalkstab, der in der Rückseite des Körpers mit dem der andern Seite zusammen kommt; aus diesem Bogen läuft noch ein Zweig nach aufwärts, ganz so wie in der Helgoländischen Larve mit Wimperpauletten. Taf. VI. fig. 10. 13. Taf. VII. fig. 1. 2. Diese Nebenarme des Mundgestells bleiben nur kleiner als in andern Arten von Seeigellarven. Der Bogen der Wimperschnur an der Seite der Pyramide steigt bei diesen Larven viel höher auf als früher, so daß er selbst höher liegt als die Concavität oder das Gewölbe der Pyramide, während er früher tiefer lag. An allen Exemplaren dieses Alters bemerkte ich einen bis jetzt an diesen Larven noch nicht gesehenen Umbo, der mit einem nach innen abgehenden Bläschen zusammenhängt. Der ringförmige gelblich gefärbte Wulst liegt auf der einen Seite des Körpers der Larve und in allen Larven auf derselben Seite und an derselben Stelle. Er befindet sich nämlich an der ausgehöhlten Seite der Körperpyramide unterhalb der seitlichen Arkade der Wimperschnur nach innen, und zwar, wenn man die Rückseite der Pyramide vor sich hat und der Scheitel aufwärts gekehrt ist, so ist der Umbo immer unter der rechten seitlichen Arkade. Taf.

VII. fig. 2. 3. c. Es ist dieses die Seite und die Stelle, auf der in weiter vorgeschrittenen Larven in der Pyramide die Anlage der Seeigelscheibe auftritt. Auf der entgegen gesetzten Seite, Taf. VII. fig. 1, sieht man nichts Ähnliches, weder Umbo noch Säckchen. Man sieht den Umbo und das Säckchen am besten, wenn man der Larve im Wasser eine solche Stellung giebt, daß man auf die betreffende Seite sieht, doch kann der Umbo und das Säckchen auch durch die Rückseite durchscheinend gesehen werden; der Umbo erscheint dann rechts vom Magen, gegenüber dem Eintritt des Schlundes in den Magen. Gegen diese Stelle ist auch das Ende des birnförmigen Bläschens gerichtet. Weiter reicht diese Beobachtungsreihe in Folge künstlicher Befruchtung nicht.

Noch ältere Larven dieser Species mit bereits entwickelter Seeigelscheibe waren mir aber schon in Marseille sporadisch vorgekommen und dort gezeichnet worden. Taf. VI. fig. 14.

An Larven des *E. lividus*, welche  $\frac{1}{3}$  Gröfse erreicht haben und bei denen die hintern Seitenfortsätze sich zu entwickeln beginnen, ist der Bogen der Wimperschnur an der Seite der Pyramide schon hoch hinauf gerückt, aber er liegt noch am Rande der seitlichen Arkade des Schirms, und die Haut der Larve geht hier unter dem Flimmersaum von der äußern Oberfläche auf die untere Seite der Pyramide über. Auf der nach innen geeigneten Fläche dieses Überganges liegt der Umbo. Sobald aber die hintern Seitenarme ganz ausgebildet sind, ist die Haut noch unter dem seitlichen Bogen der Wimperschnur in eine Arkade ausgespannt, welche mit dem Wachsthum des neuen Arms an Höhe zunimmt, so daß dann später der seitliche Bogen der Wimperschnur beträchtlich über dem bogenförmigen Rande des Schirms liegt. Hier zwischen dem Schirmrande und dem Bogen der Wimperschnur liegt hernach die Seeigelscheibe unter der Haut, wie bei der Helgoländischen Larve mit Wimperepauletten. Die Gestalt der Seeigelscheibe ist genau eben so wie bei der Helgoländischen Larve, nämlich eine runde Scheibe, in welcher sich eine fünfteilige sternförmige Figur auszeichnet. Es entstand nun die Frage, ob die Seeigelscheibe nicht eine weitere Entwicklung desselben nabelartigen Ringes ist oder ob dieser dem dorsalen Porus entspricht, den ich in den Auricularien und in der Tornaria schon beschrieben und abgebildet und den ich auch an den Bipinnarien in Triest aufgefunden habe. Ich konnte diese Ansicht nicht direct widerlegen und eben so wenig gutheifsen, da es mir an den Zwischenbeobachtungen fehlte.

Mit der Hoffnung, diese Lücke durch Beobachtungen auszufüllen, begab ich mich im Frühling 1851 wieder nach Triest. Die künstliche Befruchtung gelang zwar beim *E. lividus* sogleich wieder, aber die Entwicklung war im April viel langsamer als im September und ich brachte die Thierchen nicht über den 10<sup>ten</sup> Tag. Dagegen hatte ich innerhalb 5 Wochen Gelegenheit, an sporadisch vorgekommenen Seeigellarven die Frage vollständig zu lösen. Die Larven des *E. lividus* waren zu dieser Jahreszeit überhaupt ungemein häufig und allmählig kamen reifere vor. An solchen, welche ihre 8 Fortsätze und schon die Wimperepauletten erhalten hatten, habe ich mich auf das bestimmteste überzeugen können, daß der Umbo der erste Anfang der Seeigelscheibe selbst ist; daß aber von dem damit verbundenen Säckchen ein Canal nach der Rückseite der Larve dringt, seitwärts vom obern Theil des Schlundes zwischen dem Schlund und hintern Kalkstab, und sich auf dem Rücken der Larve etwas seitlich von der Mittellinie öffnet. Taf. VII. fig. 4. 5. 6 c<sup>+</sup>. Die Öffnung befindet sich über der Insertion des Schlundes in den Magen, ihr Rand scheint gezackt oder gekerbt zu seyn. Diese Beobachtung ist an mehreren Larven dieses Stadiums wiederholt und völlig sicher. Auch an solchen Larven, bei denen die Seeigelscheibe schon die sternförmige Figur im Innern entwickelt hat, konnte der Canal beobachtet werden, der von diesem Stern nach unten und hinten abgeht. Taf. VII. fig. 7. Bei den Asterienlarven werden wir denselben Canal und die gleiche Ausmündung desselben am Rücken der Larve wiedersehen, und es wird dort zur Gewißheit werden, daß dieser Canal der Steincanal, der Porus aber die erste Erscheinung der Madreporenplatte ist (<sup>1</sup>).

Die Größe der Larven gleicher Entwicklung variirt etwas wegen der Ungleichheiten in der Länge der Arme bei verschiedenen Individuen. Bei der Larve des *E. lividus* tritt die erste Anzeige zur Verwandlung ein, wenn sie gegen  $\frac{1}{3}$  bis  $\frac{2}{5}$ ''' erreicht hat; indem sich die Uralage des Tentakelsystems mit dem Anfang der Seeigelscheibe bildet. Indem diese Scheibe an Durchmesser zunimmt, die letzt entstandenen hintern Seitenarme aber ihre ganze Ausbildung erreicht haben, zieht sich der häutige Rand des Schirms, der früher zwischen dem vordern und hintern Arm der Larve un-

---

(<sup>1</sup>) Von dieser Beobachtungsreihe ist im Monatsbericht der Akademie, April 1851, S. 235 Kenntniß gegeben.

ter dem seitlichen Bogen der Wimperschnur ausgespannt war, jetzt noch tiefer herab, und bildet jetzt einen zwischen dem Arm der Markise und dem hintern Seitenarm ausgespannten Bogen, dessen Rand jetzt viel tiefer liegt als der seitliche Bogen der Wimperschnur. Zwischen dem Seitenrand des Schirms und dem seitlichen Bogen der Wimperschnur ist die Lage der Seeigelscheibe zur Seite des Magens, völlig wie bei der Helgoländischen Larve. Die Ausbildung der Pedicellarien habe ich bei dieser Art neulich auch beobachtet, wie auch bei einer andern Art des Mittelländischen Meers, bei der ich auch die Ausbildung der Tentakeln und der Stacheln des Seeigels an der Larve gesehen. Es hat also nicht an Gelegenheit gefehlt zu sehen, daß die Seeigel des Mittelmeers und Adriatischen Meers in der Verwandlung es ganz den Seeigeln der Nordsee und des Sundes gleich thun.

Die Gegenwart des Afters in den Seeigellarven bringt eine neue Schwierigkeit, auf die ich schon in meiner ersten Abhandlung über die Seeigellarven (Nachtrag) aufmerksam gemacht habe und welche mir damals dazu diente, den After zweifelhaft zu machen. Der After liegt nämlich auf einer ganz andern Seite der vierseitigen Larve als die Seeigelscheibe. Der After befindet sich auf der Vorderseite des Schirms, die Seeigelscheibe aber in der Larve des *E. lividus* sowohl wie in der Helgoländischen Larve auf der lateralen Seite des vierseitigen Larvenkörpers.

Nimmt man an, daß die Seeigelscheibe, auf und aus welcher hernach die Stacheln und Tentakeln sich ausbilden, dem dorsalen Feld des Seeigels entspreche, wie ich es aus der Lage der späteren Zahnrudimente wahrscheinlich zu machen suchte, so paßt die Lage des Larvenafters durchaus nicht hierzu, denn der After des erwachsenen Seeigels nimmt eine subcentrale Stelle ganz nahe beim dorsalen Pol ein. Will man voraussetzen, der Larvenafter verschwinde und es bilde sich an dem jungen Seeigel ein neuer After, so wie es von dem Munde feststeht, so stimmt dies wenigstens nicht mit den Asterien, bei denen der After der Larve in den Seesternen mit hinüber genommen wird, während der Mund des Seesterns sich neu bildet. Die andere Voraussetzung, daß die Seeigelscheibe gar nicht dem Polarfelde des Seeigels, sondern einem Stück aus der Peripherie desselben entspreche, paßt durchaus nicht zu der ganzen Reihe der Beobachtungen und Abbildungen von Helgoland und Helsingör, in welchen sich überall anfangs ein polares Feld mit 5 radialen Abtheilungen, und später, wenn die Tentakeln und Sta-

cheln hervorgebrochen sind und das Feld sich zur Form einer Hemisphäre erweitert hat, immer noch sehr deutlich die freiere Mitte mit bestimmter Zeichnung innerhalb der stark bestachelten Peripherie zu erkennen giebt. Dieselbe Mitte zeichnet sich auch noch in den jungen frei gewordenen Seeigeln aus und die in jenen nachgewiesenen radial gestellten Zahnanlagen beweisen zumal, daß die Mitte und also die frühere Seeigelscheibe einem der beiden Polarfelder, dem dorsalen oder ventralen Polarfeld des Seeigels entsprechen muß.

Entspricht die Mitte der Seeigelscheibe dem ventralen Pol des erwachsenen Seeigels, so werden der Steincanal und das Darmende durch das Wachstum der Scheibe zur Sphäre gleichsam vorgeschoben, bis sie sich einander nähern und bis Madreporenplatte und After ihre bleibende Stelle einnehmen.

Bei der ersten Mittheilung der Helgoländischen Beobachtungen über die Seeigel in der Akademie und im Monatsbericht, October 1846, S. 305 mußte ich es zweifelhaft lassen, „ob die bestachelte Scheibe, um welche es sich handelt, dem mittlern ventralen Theil mit dem Zahngestell entspricht, wie es den Anschein hat, oder ob sie der dorsale Theil des spätern Seeigels ist“. Für die Ansicht, die mir damals mehr Anschein hatte, hätte ich schon anführen können, daß wie der erwachsene Seeigel den Mund nach der Fläche gerichtet kriecht, welche er mit den Füßchen festhält, ebenso die an der Seeigellarve ausgebildete und mit Füßchen kriechende Seeigelscheibe sich so verhält wie ein ventraler Abschnitt des Seeigels. Durch die Beobachtung der ersten Zahnanlagen in den jüngsten Seeigeln im folgenden Jahre in Hel-singör wurde ich indeß über die Deutung der Seeigelscheibe als ventrales oder dorsales Feld des Seeigels irre, und ich fand in jener Lage der Zahnrudimente einen Grund dafür, daß es das dorsale Feld sei.

Krohn hat die von mir beschriebenen und abgebildeten Stadien der Seeigellarven! und ihrer Metamorphose bei Neapel vollständig wiedergefunden (Archiv f. Anat. u. Physiol. 1851. S. 344), und wie er sagt, meine Beobachtungen fast bis in die kleinsten Details bestätigt gefunden. In dem Punkte weicht er aber von mir ab, daß er die relative Lage der Zahnrudimente in den jüngsten Seeigeln, welche die letzten Spuren der Larve noch an sich tragen, für nicht geeignet hält, um danach zu entscheiden, ob die Uranlage des Seeigels in der Larve in Form der Seeigelscheibe dem dorsalen



oder ventralen Pol des vollendeten Seeigels entspricht und er schließt aus seinen Beobachtungen an jüngsten Seeigeln, daß die primitive Seeigelscheibe nicht dem dorsalen, sondern ventralen Polarfeld entspreche. Ich weiß jetzt, daß Krohn Recht hat, in Folge neuer Beobachtungen über das Tentakelsystem der Seeigelscheibe, welche nicht bloß jene Ansicht bestätigen, sondern auch unseren Kenntnissen über den Bau der primitiven Seeigelscheibe einige wichtige Details hinzufügen. Monatsbericht 1851. Nov.

In der zweiten Beobachtungsreihe von Triest vom Frühling 1851 (Monatsbericht der Akademie, 1851 April, S. 235) wurde der Rückenporus der Seeigellarven aus der Zeit der Entwicklung der Seeigelscheibe und der von diesem Porus zur Seeigelscheibe führende Canal bekannt, die Analogie mit dem gleichen an den Bipinnarien nachgewiesenen Bau dargelegt und der Porus als Madreporenplatte des künftigen Seeigels an der Seeigellarve, der Canal aber als Steincanal erklärt. In der dritten Beobachtungsreihe von Triest, Herbst 1851, gelangte ich endlich zu dem letzten und lange ersehnten Schritt. Es handelt sich um die auf Taf. IX. fig. 3 abgebildete Seeigellarve aus dem Stadium der Entwicklung des Seeigels. Sie ist bereits mit zwei dreiarmligen sessilen Pedicellarien auf der der Seeigelscheibe entgegengesetzten Seite des Scheitelgewölbes versehen. Die aus der Seeigelscheibe entspringende Röhre öffnet sich, indem sie erst schief nach hinten herabsteigt, dann geradezu nach hinten umbiegt, am Rücken seitlich zwischen Schlund und Magen mit einem Porus. Aber die Art ihres Verhaltens an der Seeigelscheibe interessirt uns jetzt am meisten. Auf der Scheibe sind 5 grofse Öffnungen, bis in diese Öffnungen reichen die Enden von 5 radial gestellten Canälen als Tentakeln mit deutlicher Höhlung. Diese sind um die Mitte durch einen Cirkelcanal verbunden und in diesen Cirkelcanal inserirt sich der vom Rückenporus der Larve kommende Canal. Der Canal um die Mitte ist offenbar der Cirkelcanal um den Oesophagus des spätern Seeigels, die 5 daraus entspringenden Canäle sind die Ambulacralcanäle, aus welchen die ersten 5 Tentakeln oder Füfschen hervorbrechen. Der Canal zum Rückenporus ist der Canal im Seeigel von der Madreporenplatte zum Ringcanal, das Analogon des Steincanals der Asterien. Siehe die Anatom. Studien über die Echinodermen, Archiv 1850. Die Seeigelscheibe ist zwischen den 5 Ambulacren gelb gefleckt. Offenbar besteht sie aus zwei verschiedenen Elementen, der äußern gelbgefleckten Schicht, welche die Uranlage des Perisoms

ist, worauf und woraus sich auch die Stacheln entwickeln (Helgoländische Beobachtungen), und dem Ambulacralsystem, welches von der Perisomenanlage bedeckt wird. Die Stelle innerhalb des Ringcanals ist die Mitte der Bauchseite des spätern Seeigels; denn auf der Dorsalseite des Seeigels giebt es keine Vereinigung der Ambulacralcanäle und sie laufen getrennt aus.

Ich hatte Gelegenheit, Professor R. Wagner sowohl diese Seeigellarve aus dem wichtigsten Moment der Metamorphose als auch die Larven der Holothurien und Opbiuren zu zeigen.

## 2. Larve des *ECHINUS PULCHELLUS* Ag. Taf. VI. fig. 1-6.

Im Herbste war diese Art unreif und ich mußte es bei der Vermuthung belassen, daß die bei Triest im Herbst und im Frühling bei Marseille häufig gesehene Larve mit gegitterten Kalkstäben diesem bei Triest so häufigen Seeigel angehören werde. Diese Vermuthung hat sich aber nicht bestätigt. Im Frühling gelang nämlich mit dem Anfang des April die künstliche Befruchtung beim *Echinus pulchellus* und ich erhielt die Brut 16 Tage am Leben. Die Larven hatten aber nur einfache Kalkstäbe und keine Ähnlichkeit mit jenen sowohl in der Nordsee als im Mittelmeer und im Adriatischen Meer beobachteten sehr eigenthümlichen Seeigellarven. Ich gab davon Kenntniss im Monatsbericht der Akademie, April 1851, S. 235.

Ich werde auch hier nicht wiederholen, was durch v. Baer, Derbès und Krohn über die erste Entwicklung der Seeigel aus dem Ei und den jüngern Larvenzustand bekannt ist. Die Entwicklung ist völlig übereinstimmend mit derjenigen des *E. lividus* und das Junge hat dieselbe Gestalt. Ich muß aber auf die Rolle aufmerksam machen, welche die Zellen bei Ablagerung des Kalkes in diesen zarten Larven zu spielen scheinen. 44 Stunden nach der Befruchtung hatte das Junge die in Taf. VI. fig. 1. 2 abgebildete Form. Man sah die erste Anlage des Verdauungsorganes und die Öffnung auf der flachen Seite des Körpers, wo sich die aus Zellen bestehende Rindenschicht des Embryo in die gleichfalls aus Zellen bestehenden Wände des Verdauungsschlauches umschlägt. Nach Krohn entspricht dieser Eingang dem spätern After und in der That stimmt mit dieser Ansicht die spätere Lagerung der Kalkleisten. Um diese Zeit sieht man rechts und links die erste Erscheinung des Kalkabsatzes in der Form einer aus dreien Schenkeln bestehenden Kalkleiste. Von diesen Schenkeln sind an

beiden Figuren zwei gegeneinander gestreckt, es sind diejenigen, welche sich hernach unter dem Darm quer begegnen. Zwei sind aufwärts dahin gekehrt, wo der Gipfel der Pyramide, zwei nach abwärts gekehrt und für das hernach sich ausbildende Mundgestell bestimmt. Um diese Kalkleisten sind eine Anzahl Zellen gruppiert, welche sich von der übrigen Structur stark auszeichnen. Diese Zellen sind aber über die Kalkleisten hinaus verbreitet da, wohin sich die Kalkleisten demnächst vergrößern und man sieht die fernere Ablagerung des Kalks schon durch die Verbreitung dieser Zellen vorbereitet. Dieselbigen Zellen habe ich in beiden Arten von Auricularien um die Röhre gesehen, die dem Steincanal analog ist und an der Stelle, wo sich die Kalkkrone bildet. Siehe Taf. I. fig. 9<sup>t</sup>. 10<sup>t</sup>. Man sieht sie hier an den Kalkleisten der sich bildenden Kalkkrone anhängen, aber sie sind schon vor der Ablagerung des Kalkes vorhanden. Die genannten Zellen haben ein bläschenartiges Aussehen, aber ich habe darin niemals einen Kern wahrnehmen können. In der That werden sie auch von Krohn Kerne genannt, und es bezieht sich darauf die Bemerkung Krohns, daß die Kerne die Kalkleisten unlagern. Daraus geht aber hervor, daß Krohn die Beziehung der fraglichen Zellen zu den Kalkleisten nicht entgangen ist. Ohne Zweifel bilden sich aus diesen bläschenförmigen Körpern die fadenartigen, von Krohn beschriebenen Ausläufer aus, welche die Leibeshöhle der Seeigellarve später durchziehen und welche Krohn als Verlängerungen seiner „Kerne“ betrachtete.

Bei weiterer Entwicklung (Taf. VI. fig. 4-6) erhält die junge Larve ganz die pyramidale Gestalt, wie der *E. lividus*, und es bilden sich am untern Rande zwei vordere Ecken aus und ein hinterer Schirm mit zwei hinteren Ecken, woraus das Mundgestell wird. Mund, Magen, Darm und After sind wie in den andern Arten der Seeigel; die Kalkstäbe verhalten sich ganz wie bei *E. lividus*, ihr in die Pyramide aufstrebender Theil ist keulenförmig dicker, später bilden sich daran in der Spitze der Pyramide Zacken aus. Jetzt sind diese Larven nicht von denen des *E. lividus* zu unterscheiden, auch ebenso mit rothen Puncten gesprenkelt; doch sind sie weniger schlank und hoch, die Fortsätze weniger lang und gegen den 14-16<sup>ten</sup> Tag, wenn die Larven noch nicht  $\frac{2}{10}$  Gröfse erreicht haben, sind die zackigen Äste der Stäbe im Gipfel, welche meist ungekreuzt gegenüber liegen, viel stärker und so stark geworden, daß sie dem Hirschgeweihe gleichen. Diese Äste sind theils aufwärts, theils und zwar die stärksten abwärts rückwärts gerichtet.

Diese Art habe ich nicht verfolgt bis dahin, daß sich die noch übrigen Fortsätze ausbilden, und reichen die Beobachtungen nur so weit, als sie Derbès und Krohn bei der andern Larve geführt hatten.

### 3. Seeigel-Larven mit gegitterten Kalkstäben. Taf. VIII.

Diese in Marseille und Triest von mir sporadisch beobachtete Larve stimmt in der großen Zahl ihrer Fortsätze, in dem hohen Scheitelfortsatz mit seinem gegitterten Kalkstab, in der gegitterten Form der Kalkstäbe in den entgegengesetzten Fortsätzen oder Hauptarmen des Körpers ganz mit der einen in Helgoland beobachteten Larve ohne Wimperepauletten überein. Sie war 1849 in Marseille im Februar und März in allen, auch den jüngsten Stadien ihrer Entwicklung bis zum Stadium der vollendeten Larve vorgekommen; es waren in dieser Jahreszeit noch keine Anzeigen zur Anlage der Seeigelscheibe vorhanden. Dagegen kam die Larve in Triest gegen Ende August 1850 sehr zahlreich in dem Stadium der Verwandlung in den Seeigel vor. Später war sie nicht wieder vorgekommen, und auch im Frühling 1851 habe ich sie in Triest nicht wieder gesehen.

Da die vielen Fortsätze dieser Larve erst successiv sich entwickeln und die Scheitelstäbe erst zuletzt sich bilden, so würde es schwer sein, die verschiedenen Entwicklungszustände unter derselben Speciesform zu vereinigen, wenn wir nicht in der gegitterten Form der Kalkstäbe der Hauptarme ein sicheres Kennzeichen für diese Art besäßen. Schon in den jüngsten Larven sind diejenigen Stäbe, welche ich meine, gegittert, sobald überhaupt nur die Stäbe sichtbar geworden sind.

Die jüngsten Formen dieser Larven, Taf. VIII. fig. 1, 2, gleichen im Allgemeinen ganz denjenigen der Larve des *E. lividus*. Es sind dreiseitige Pyramiden, deren unterer Rand in 3 Fortsätze verlängert ist. Der After ist jetzt sehr groß. Die hintere Verlängerung ist breiter und schirmartig, sie enthält den Mund *a*. Diese Verlängerung erhält bald zwei Ecken am Rande, diese verlängern sich hernach in 2 Zapfen. Die Larve stellt dann eine Kuppel dar, die nach unten eine vierseitige Gestalt annimmt und an ihren Kanten in 4 Zapfen ausläuft. Taf. VIII. fig. 3-7. Von diesen 4 Zapfen sind 2 die vordern unteren Seitenarme des Körpers, 2 die Arme des Mundgestells; die hintern unteren Seitenarme fehlen noch wie an den Larven des *E. livi-*

aus der jüngeren Zeit der Entwicklung, oder denjenigen, welche Derbès und Krohn beobachtet hatten.

Entsprechend den vordern untern Zapfen befindet sich auf beiden Seiten des Körpers ein Kalkstab, der bis in den Gipfel der Kuppel läuft. An der Vorderseite des Körpers geben diese beiden Stäbe Querleisten ab, die sich begegnen; von da ab bis an die Kuppel sind die Stäbe einfach, von derselben Stelle bis an's untere Ende der vordern Zapfen sind die Kalkstäbe gegittert, in der Weise wie es von den gleichen, aber ältern Helgoländischen Larven abgebildet ist. Wo die Querleiste abgeht, geht ein einfacher Kalkstab auf jeder Seite hinterwärts nach dem Rande des Schirms, von diesem Bogen läuft ein Kalkstab aufwärts in den Körper nach der Kuppel. Es sind die hintern Stäbe des Körpers, welche, sobald die Fortsätze des Mundsegels entwickelt sind, in diese auslaufen. Am Gipfel sind die vordern und hintern Stäbe durch Querleisten mehr oder weniger vollständig verbunden.

Größere Larven, Taf. VIII. fig. 10-12, mit schon verlängerten Fortsätzen der Basis haben einen gerade aufwärts stehenden Gipfelarm mit gegittertem Kalkstab entwickelt, dessen Basis bald zwei bogenförmige Schenkel in der Kuppel entwickelt; es sind diejenigen Kalkbogen, welche später Äste in die jetzt noch nicht vorhandenen dieser Larve eigenthümlichen Seitenarme des Scheitels entwickeln. Vergl. Taf. III der ersten Abhandlung.

Die Größe des Gipfelarmes scheint zu variiren und zuweilen scheint die Ausbildung dieses Armes ganz zurück zu bleiben. Taf. VIII. fig. 9. Ähnliche auf Altersunterschiede nicht wohl zu beziehende Variationen kamen auch in der Nordsee und im Sunde vor. Ich wage es nicht, sie als Unterschiede von Arten anzusehen. Die Larven mit 4 Fortsätzen des Körpers und dem fünften Fortsatz des Gipfels hatten  $\frac{2}{3}$  incl. des Gipfelarms.

Der nächste Fortschritt ist, daß die untern hinteren Seitenarme sich bilden, welche, wie bei *E. lividus*, lange fehlen, wenn das Mundgestell und selbst der Gipfelarm schon vorhanden sind. Diese Stäbe sind gegittert gleich den Stäben der vordern unteren Arme. Taf. VIII. fig. 13. Aber das Mundgestell erhält noch 2 Arme mehr, deren Kalkstäbe einfach sind und sich so verhalten, wie es in der ersten Abhandlung abgebildet ist.

Die Verdauungsorgane verhalten sich in den jüngern und spätern Stadien ganz so wie bei der Larve des *E. lividus*. Hinsichtlich der Verbindung der Stäbe im Gipfel der Kuppel kommen einige Variationen vor, welche

durch die Abbildungen erläutert werden. Die in Triest vielfach vorgekommene Stufe der Larve aus der Zeit der Verwandlung in das bestachelte Echinoderm hat mir nur Wiederholungen der Beobachtungen von Helgoland geliefert.

Ob die Larve mit der völlig ähnlichen in Helgoland beobachteten identisch ist, ist dermalen nicht gewiß zu beantworten. Der Körper der Larven war zur Zeit der Metamorphose an den Adriatischen immer stark ins Braune und Rothbraune gefärbt und undurchsichtiger als an den Helgoländischen, und es schienen mir ihre Fortsätze im reifen Zustande der Larve etwas länger zu seyn. Beide in der Form und Structur so völlig übereinstimmende Larven sind sich ohne Zweifel sehr verwandt. Dennoch könnte dieselbe Larvenform auch verschiedenen Arten der Nordsee und des Mittelmeers zukommen, gleichwie dieselbe Larvenform dem *E. lividus* und *pulchellus* eigen ist.

Auf eine Echinocidaris ist nicht zu denken. Dr. Busch hat bei *Echinocidaris aequituberculata* an der Spanischen Küste die künstliche Befruchtung ausgeführt. Siehe dessen Beobachtungen über Anatomie und Entwicklung einer wirbellosen Seethiere. Berlin 1851. Taf. XIII. fig. 7-11.

An einen Spatangus, wie etwa Schizaster, ist deswegen nicht gut zu denken, weil der junge Seeigel aus der Verwandlung der Larve, den ich in Helgoland und Helsingör beobachtete, sowohl in der Form des Körpers als in der Gestalt der Stacheln mit den andern jungen aus ihren Larven hervorgehenden Seeigeln übereinstimmte, und zumal, weil ich gerade an den jungen Seeigeln, die von den Larven mit Gitterstäben hervorgegangen waren, die ersten Rudimente der Zähne auffand. Erste Abhandlung, Taf. VII. fig. 9. Diese Beobachtung ist völlig sicher; denn die jungen Seeigel hatten noch die Reste der gegitterten Stäbe an sich. Dafs aber die Zahnrudimente, zuerst vorhanden, hernach wieder verschwinden könnten, halte ich für höchst unwahrscheinlich.

Über Cidaris fehlt es uns an Beobachtungen. Die Form der Zahnrudimente spricht aber gegen diese Möglichkeit. Denn die Zähne der Cidaris <sup>(1)</sup>

---

(<sup>1</sup>) Dieselbe Zahnform wie Cidaris besitzen auch die Gattungen *Astropyga* und *Diadema*, deren Definition in der trefflichen Arbeit von Agassiz und Desor, Ann. d. sc. nat. III. Sér. T. VI. p. 345 u. 346 in dieser Hinsicht einer Berichtigung bedarf.

sind an der Unterseite ohne Kiel und ausgehöhlt. Auch mit den Zähnen der Seeigel aus der Familie der Clypeaster, z. B. der Echinoeyamus, welche in der Nordsee sowohl als im Mittelmeer und Adriatischen Meer vorkommen, haben jene Zahnrudimente keine Ähnlichkeit. Es bleibt daher noch ein Problem, die Art oder die Arten für die Seeigellarven mit gegitterten Kalkstäben zu bestimmen.

#### 4. Vierte Seeigellarve.

Eine nur einmal in Triest im Frühling vorgekommene und von meinem Sohn beobachtete und gezeichnete Seeigellarve zeichnet sich durch ihre ganz niedrige helmartige Gestalt aus. Sie gleicht einem Helm ohne Crista, mit vorderm und hinterm Schirm, deren jeder in zwei Ecken ausläuft. Die Kalkstäbe sind einfach ohne Gitter, in der Kuppel begegnen sich die beiden großen Kalkleisten, sind verdickt und stark ästig. Die Eingeweide wie gewöhnlich.

#### 5. Eine fünfte Art

von Seeigellarven ist mir nur einmal in Marseille vorgekommen. Sie hat eine niedrige runde Kuppel und eben so viel Fortsätze und auch die Wimperepauletten wie die Larve mit Wimperepauletten von Helgoland. Von der Larve des *E. lividus* und andern unterscheidet sie sich sowohl durch die Kuppel wie dadurch, daß die Kalkstäbe nicht angeschwollen sind. Die Kalkstäbe der Arme sind einfach, nicht gegittert. Ich sah diese Larve im Zustand der Verwandlung in das bestachelte und mit Tentakeln versehene Echinoderm; die Tentakel am Ende mit Kalkreifen wie bei dem Thierchen von Helgoland. Auf der Kuppel waren Pedicellarien, nicht sessil wie bei der Helgoländischen Larve, sondern auf weichen Stielen. Taf. VII. fig. 9. Auf der Oberfläche des Körpers sind kleine rothe Pigmentflecke.

Die frei im Meere bei Triest und Nizza vorgekommenen jüngsten Seeigel ohne Larvenfortsätze waren so klein und eben so beschaffen wie diejenigen in den Beobachtungen von Helgoland und Helsingör. Die größten Individuen, welche ich sahe, hatten mit den Stacheln gegen  $\frac{3}{10}$  Durchmesser.

### III. Asterien.

In Triest kamen von Arten der Seesterne vor: *Astropecten aurantiacus*, *Astropecten bispinosus*, *Astropecten pentacanthus*, *Asteriscus palmipes*. Sowohl im Herbst als im Frühling waren die von uns untersuchten Individuen der *Astropecten*-Arten unreif, insbesondere die Zoospermien nicht ausgebildet. Die Eier des *Astropecten aurantiacus* schienen indeß im April von der Reife nicht sehr entfernt, sie hatten  $\frac{1}{31}'''$  im Durchmesser.

Von Asterienlarven kamen in Triest 4 Formen vor, die häufigste war im Herbst 1850 eine Art *Bipinnaria*, deren Metamorphose ich vollständig zu beobachten Gelegenheit hatte, bis zu dem Punkte wo meine älteren Mittheilungen über die *Bipinnaria asterigera* beginnen, so daß wir dadurch eine vollständige Geschichte der Bipinnarien und ihrer Metamorphose in Asterien erhalten. Die zweite seltenere Form war die in der vorigen Abhandlung beschriebene und abgebildete wurmförmige Asterienlarve; die dritte ist eine nur einmal vorgekommene völlig undurchsichtige zinnoberrothe Larve, die sich nach dem von Sars beschriebenen Typus der Echinaster und Asteracanthion entwickelte. Hr. Busch hat sie bis zur Verwandlung in die Seesternform und bis zur Entwicklung der Tentakeln beobachtet. Sie kam frei im Meere vor; ihre Haut war uniform mit Wimpern besetzt und ohne die Wimperschnüre der Bipinnarien; ihre 4 kolbigen Arme, welche sie eigenmächtig bewegte, dienten ihr zur Befestigung an festen Körpern, sei es durch Ansaugen oder Ankleben der abgerundeten Enden; sie waren ganz so wie bei den von Sars beschriebenen Larven gestaltet, aber mitten zwischen den 4 Armen war eine vertiefte Stelle gleich einer Öffnung. Busch a. a. O. Taf. XII. Die Larve hing mit den abgerundeten Enden der Kolben an senkrechten Glaswänden oder an Algen fest bis zur Entwicklung der Füßchen. Es ist ohne Zweifel die Larve des zinnoberrothen im Mittelmeer häufigen *Echinaster sepositus*. Die vierte Art von Asterienlarven war *Tornaria*, welche im Herbst 1851 einigemal, aber sehr selten erschien.



1) *BIPINNARIA*.

Die bei Triest sehr häufige und eine Zeitlang täglich in vielen Exemplaren beobachtete Bipinnaria ist eine eigene Art, verschieden von der *Bipinnaria asterigera* sowohl als von derjenigen, die bei Helsingör, Marseille und Ostende beobachtet worden. Sie zeichnet sich aus durch die Kürze und geringe Zahl der Wimper, durch die Kürze oder vielmehr den Mangel der beiden Flossen, welche bloß durch die Umbiegungen der dorsalen und ventralen Wimperschnur von einer zur andern Seite des schmälern Körperendes repräsentirt sind, so daß sich zwischen der Vorder- und Hinterseite des Körpers am Ende nicht einmal eine Bucht oder Furche befindet, vielmehr beide unter rechten Winkeln durch eine gerade Linie verbunden sind. Taf. II. fig. 7-13. Die Bipinnaria von Triest ist auch durch ihre baldige Verwandlung ausgezeichnet, die schon bei einer Größe von  $\frac{2}{10}$ ''' beginnt und bei einer Größe von  $\frac{4}{10}$ ''' schon den Seestern großentheils ausgebildet hat. Die jüngsten Bipinnarien hatten nur  $\frac{1}{15}$ ''' im größten Durchmesser, diese und auch solche, die schon  $\frac{2}{15}$ ''' groß, sind noch ohne Wimper und Lappen des Randes, die Wimperschnüre laufen mit geringen Biegungen an den Rändern hin, so wie es nach der in einer früheren Abhandlung gegebenen Beschreibung der Gattung Bipinnaria eigen ist; allmählig entwickeln sich an den dorsalen Seitenrändern einige kurze Lappen, mit welchen sich die Wimperschnur mit auszieht. Ähnliche noch kürzere Lappen entwickeln sich auf der Bauchseite an den ventralen Seitenrändern. Diese Verlängerungen sind nicht größer als bei den Auricularen, denen das Thier auf den ersten Blick ähnlich sieht, von denen es aber sogleich durch den der Bipinnaria eigenen Lauf der Wimperschnüre sich unterscheiden läßt. Die Wimperschnüre sind nicht mit Pigment gezeichnet. Mund, Schlund, Magen, Darm, After verhalten sich genau so wie in der Bipinnaria von Helsingör und Marseille. Gewisse Linien, welche ich bei den Auricularen beschrieben und abgebildet und welche die Tiefe der Seitenfurchen und der Querschnitte des Körpers ausdrücken, erscheinen auch bei unserer Bipinnaria an denselben Stellen bei der Ansicht auf die Vorder- und Hinterseite des Körpers. Siehe die Abbildung Taf. II. fig. 5. z, z'.

Die Thierchen bewegen zuweilen ihren glasartig durchsichtigen Körper, indem sie sich stark nach der Rückseite krümmen, ohne daß es wegen

der Durchsichtigkeit die Muskeln zu erkennen gelingt. Am stärksten und häufigsten scheinen diese Bewegungen an Larven einzutreten, die während der Beobachtung gelitten hatten und hier kurze Zeit dem Tode vorauszu-gehen, der sich durch Trübewerden des Körpers und ein runzeliges Ansehen desselben zu erkennen giebt. Die heftige und gewöhnlich lange anhaltende Krümmung der Rückseite, ist daher gewissermaßen als ein Starrkrampf der kleinen Wesen zu betrachten. Die Larven wurden dann in der Mitte des Rückens verkürzt und eingeknickt.

Zu den Seiten des Magens sieht man an den jüngeren Larven jederseits eine längliche Ablagerung von Bildungsmasse (Taf. II. fig. 6. *e*), welche auch in den Larven der Ophiuren, Seeigel und Holothurien zu einer bestimmten Zeit auftritt und später verschwindet. Diese Körper dürfen nicht mit einem bald zu erwähnenden wimpernden Schlauche und dessen gabeliger Theilung verwechselt werden, der vielmehr eine Zeitlang gleichzeitig mit jenen Ablagerungen gesehen wird.

Überraschend war wiederum der bisher noch nicht an den Bipinnarien, wohl aber an der verwandten Tornaria beobachtete Porus, der ähnlich gelegen wie in der Auricularia und Tornaria ist. Taf. II. fig. 6. 7. 8. *g*. Die mit einem Ring umgebene Öffnung befindet sich auf dem Rücken der Larve über dem Magen. Bei Larven, die noch nicht 0,15''' erreicht haben, ist dieser Porus und die davon ausgehende Röhre schon zu bemerken. Die Röhre geht in einen länglichen Sack über, in welchem man wie in der Röhre ein Kreisen von sehr kleinen Körnchen bemerkt. Der Sack liegt hinter dem Schlund und seitwärts desselben. Wenn die Larve auf den Rücken angesehen wird und das breitere Ende aufwärts gerichtet ist, so liegt der mit dem Porus zusammenhängende Sack immer rechts vom Schlunde. Taf. II. fig. 6. *h*. Bald sieht man von diesem Sack noch einen zweiten Theil (Taf. II. fig. 7. *h'*), es geht nämlich ein Theil davon in entgegengesetzter Richtung aufwärts und legt sich an die rechte Seite des Magens, da wo in etwas älteren Larven der Tentakelstern zum Vorschein kommt. Der eben beschriebene Schlauch mit Wimperbewegung ist ohne Zweifel die erste Anlage des Wassergefäßsystems des künftigen Seesterns und der Porus als die erste Erscheinung der Madreporenplatte zu betrachten.

Wenn die Thierchen absterben, so tritt ganz gewöhnlich ein Collapsus und Zusammenschrumpfen des vom Porus ausgehenden wimpernden

Sackes ein. Die Wände der Röhre und des Sackes sind inwendig mit Körnern (Zellen oder Kernen?) besetzt, welche man an den Conturen der Röhre und des Sackes am leichtesten wahrnimmt, ganz so wie es auch bei der *Tornaria* gesehen wurde.

Bald nachdem der Porus und sein Canal und Blindsack aufgetreten sind, sieht man auf dem Magen eine Schicht wie ein Mantel entstehen, welche das Perisom des künftigen Sterns werden soll. Taf. III. fig. 1-9. *k*. Dieser Mantel besteht aus einer hyalinen Masse, in welche viele kleine bläschenartige Körner eingebettet sind. Kerne in Zellen habe ich nicht gesehen, ich muß es daher zweifelhaft lassen, ob jene Körner nicht vielmehr Kernen entsprechen. Die mantelartige Bedeckung liegt unter der Haut der Larve über dem Magen und bedeckt die hintere Seite des Magens bis an den Porus, oben schlägt sich der Mantel vom Magen über die knieförmige Umbiegung desselben in den Darm herüber, an den Seiten ist der Magen noch unbedeckt. An Larven dieses Alters erscheint auch am oberen Ende des vorher beschriebenen Blindsacks eine rosettenartige Figur mit 5 Abtheilungen, die erste Erscheinung der Tentakelanlage, die mit dem Wassergefäßssystem in Verbindung steht. Taf. III. fig. 11. *i*. Taf. IV. fig. 1. 2. 4. 5. 6. 7. *i*. Der Tentakelstern liegt also seitwärts vom Magen und bei der Ansicht auf den Rücken der Larve, wenn das Ende, wo sich der Seestern bildet, aufwärts gerichtet ist, auf der rechten Seite des Magens. Die sternförmige erste Anlage der Tentakelcanäle hat das Ansehen einer zur Form eines Sterns hin und her geschlagenen dicken Membran; sie hängt zwar mit dem Sack des Wassergefäßsystems zusammen, zeichnet sich aber durch viel dickere Wände von doppelten Conturen aus. Bald nimmt dieser Stern die Gestalt von 5 Blinddärmen an, die das obere Ende des Sackes krönen und unten an der Basis zusammenhängen.

Die mantelartige Ausbreitung über dem Magen und Darm der Larve umgibt bald auch die Seiten des Magens und die Tentakelanlage. Dann hat dieser Mantel die Gestalt einer den Magen und Darm der Larve gemeinschaftlich einschließenden Kappe erhalten, welche hinten bis an den Porus des Wassergefäßsystems und nicht ganz bis zum Schlunde reicht. Die mantelartige Kappe um das Verdauungssystem der Larve ist die Uranlage der Körperwände oder des Perisoms des künftigen Seesterns. Die Kappe ist unten weit offen, wo der Magen und der Blindsack des Wassergefäßsystems

in die Bedeckung eintreten. Der Schlund bleibt ganz auferhalb der Kappe. Der Porus des Wassergefäßsystems liegt gerade am Rande der Kappe, später wird er von der Neubildung umwachsen. Um den After der Larve auf der Bauchseite des Thierchens hat sich das künftige Perisom des Seesterns auch schon ausgebreitet. Diese ganze Anlage ist unter der Haut der Larve über dem Magen und Darm vor sich gegangen.

An etwas weiter vorgeschrittenen Larven nimmt die rundliche Kappe die Form einer Haube an, an der ein Bogen, eine Zone stärker ausgeweitet ist, ohngefähr wie die Haube der Frau Marthe Schwerdtlein im Faust von Cornélius. Taf. IV. fig. 4. K'. So lange dieser Bogen nur halbcirkelförmig und noch nicht geschlossen ist, gleicht er auch der Crista eines Helms, dem Kiel einer zweiseitigen Pickelhaube, nur läuft dieser Kiel nicht gerade, sondern schief über die Kappe herüber. In diesem Kiel fängt sich der spätere Rand des Seesterns zu bilden an, indem er sich als ein halbcirkelförmiger Wulst an der Kappe erhebt. Der halbcirkelförmige Wulst geht vom Rücken des obern Theils der Larve über das breitere Ende derselben bis auf ihre Bauchseite über. Der Verlauf des Wulstes ist zugleich im Verhältniß zur Larve und zu der Kappe, an der er sich befindet, schief; er beginnt, den Rücken der Larve angesehen, in der Nähe des Porus etwas links, steigt aufwärts und von links nach rechts am Knie von Magen und Darm vorbei auf die Bauchseite der Larve und dort wieder nach der linken Seite des Darms herab und läuft immer weiter links aus. Wenn Magen und Darm vorher gemeinschaftlich von einer rundlichen Kappe bedeckt waren, so ist die Kappe jetzt einer schief aufgesetzten gekielten Pickelhaube vergleichbar. Der Cirkel des Wulstes ist noch nicht geschlossen. Durch die schiefe Erhebung des halbmondförmigen Wulstes wird die Haut der Larve auf der rechten Seite des auf den Rücken angesehenen Thiers mit in die Höhe gehoben und die Larve wird hier ungleich, so wie wenn einer ungleiche Schultern hat. Taf. IV. fig. 4. Taf. V. fig. 1. 3.

Mit der Erscheinung des halbmondförmigen Wulstes sind die Bauch- und Rückenseite des künftigen Seesternes gegeben, als Rand des späteren Sternes hat er nach der einen Seite vor sich die Bauchseite, nach der andern die Rückenseite des spätern Sterns. Auf der Bauchseite der Larve liegt der After jetzt unterhalb des schiefen Reifens oder durchsetzt den Theil der Kappe, der nach unterhalb des Reifens gelegen ist, und was auf der Bauch-

seite der Larve, unterhalb des Wulstes liegt, gehört der Rückseite des späteren Seesternes an; die entgegengesetzte Seite, jenseits des Wulstes, wird Bauchseite des Seesternes. Wird die Larve auf die Bauchseite angesehen, so liegt der Seesternrücken links und unten vom schiefen Wulst, der Seesternbauch rechts und oben vom Wulste. Diese Bestimmungen von Rück- und Bauchseite des künftigen Seesternes gründen sich auf Vergleichung mit der *Bipinnaria asterigera*, an welcher sowohl der After als der Eintritt des Larvenschlundes und Magens in den Stern und der Nabel des Steincanals auf der Rückseite des Seesternes sich befinden, während die Bauchseite, wo der Mund des Seesterns entstehen soll, von der *Bipinnaria* abgewandt ist.

Ehe der bezeichnete Wulst auftritt, ist seine Direction schon durch eine Zone von Kalkfiguren in der den Magen und Darm bedeckenden gemeinschaftlichen Kappe bezeichnet. Man sieht sie zuerst auf der Rückseite der Larve in der Form eines **T**, d. h. eine Reihe von **T** bilden, die später Äste abgeben. Taf. III. fig. 6. 7. 8. 9. 12. Diese Reihe gehört der Bauchseite des Randes des spätern Seesternes an. Mit dieser Reihe parallel bildet sich auf dem Wulst eine Reihe von Kalksternchen aus (Taf. IV. fig. 1-4); diese bezeichnen schon die Rückseite des Randes des spätern Seesternes; denn es werden daraus Stacheln der dorsalen Peripherie des spätern Sterns. Wird die *Bipinnaria* auf den Rücken angesehen, das sich metamorphosirende Ende der Larve aufwärts gekehrt, so endet die Zone der sternförmigen Kalkfiguren in der Gegend des Porus, die damit parallele Zone der **T**förmigen Figuren liegt links der ersteren Zone.

Durch die Erhebung der Stacheln mit ihren zierlichen Kalkfiguren treten am halbmondförmigen Wulste 10 und hernach noch mehr Spitzen hervor. Hierdurch erhält der bisherige Wulst das Ansehen eines das Ende der Larve schief krönenden Diadems. Taf. IV. fig. 8-10 *k'*. Taf. V. fig. 2. 4. 5. 6. 7 *k'*. Die Stacheln nehmen bald eine conische Gestalt an und bestehen aus weicher Bildungsmasse, deren Inneres von einem Kalkstab mit vielen Ästen durchzogen ist. Von dem mittlern Stab gehen nämlich in verschiedenen Höhen quer Seitenäste ab. Das Diadem schließt sich bald zum vollständigen Kranz. Die Kappe mit ihrem Kranz gleicht jetzt einem Baret, der Kranz steht so auf dem Magen, wie ein schief auf einem Kopfe aufsitzendes Baret. Taf. V. fig. 8. Die Entwicklung des Kalknetzes schreitet weiter in dem Randtheil des Seesternes fort, es entwickeln sich fernere kurze Sta-

cheln am Rückentheil des Randes. Fig. 10. Das mittlere Feld der Bauchseite und Rückenseite des Sterns ist noch frei von Verkalkung. Der Stern hat noch nichts von Armen und kaum eine leise Andeutung von pentagonaler Gestalt. Sein Durchmesser beträgt  $\frac{1}{4}$ ''' . Von der Bipinnaria ist er bis auf den Zusammenhang mit dem weichen Rückentheil des Sterns schon abgehoben. Dieser Zusammenhang ist übrigens ganz wie ich ihn bei der *Bipinnaria asterigera* beschrieben. Der so weit entwickelte Stern an der Bipinnaria bewegt sich schon und seine Stacheln. Die Lage der Verdauungsorgane im Innern des Sterns läßt sich jetzt wegen der Undurchsichtigkeit der Kalkfiguren nicht mehr gut erkennen; auch die Tentakelcanäle oder die frühern Blinddärmchen sind unsichtbar geworden.

Ich habe schon erwähnt, daß die Rosette von Blinddärmchen von der Seesternkappe mit eingeschlossen wurde. Sie liegt zur Zeit, wo die Stacheln des noch ungeschlossenen Diadems hervorgebrochen sind, auf der rechten Seite des Magens, die Bipinnaria auf den Rücken angesehen. Es werden nun die Abbildungen der Brachiolaria verständlich, bei welcher die verkalkten Lappen dem künftigen Seestern, die Rosette von blattartigen Figuren aber dem künftigen Tentakelsystem angehören müssen.

Die Rosette von Blinddärmchen ist im Verlauf der Verhandlung kurzweg auch die Tentakelanlage genannt worden. Es ist damit die erste Anlage des locomotiven Gefäßsystems der Tentakeln, nicht die Tentakeln selbst gemeint, welche nur potentia in dieser Uranlage mit inbegriffen sind. Zunächst sind die 5 Blinddärmchen die erste Anlage der 5 Längscanäle der Arme, von welchen die Tentakeln erst sich abzweigen müssen und ihre Zufuhr erhalten sollen. Zuerst liegen die fünf Blinddärmchen noch von der Bauchseite der Seesternanlage entfernt, nämlich bei der dorsalen Ansicht der Larve auf der rechten Seite des Magens. Um zu begreifen, wie sie an die Bauchseite des Seesternes kommen, muß man erwägen, daß der Magen, seine Umbiegung in den Darm und dieser selbst mit Schlund und After zu jener Zeit noch in einer gemeinschaftlichen verticalen Ebene liegen, daß aber zufolge der *Bipinnaria asterigera* Magen und Darm aus dieser Stellung heraus später eine Wendung machen müssen, daß dann die Schlinge von Magen und Darm sich nach links wendet, bis sie ihre frühere rechte Seite der Bauchseite des Sterns zukehren. Diese Stellung ist in der schon zergliederten *Bipinnaria*

*asterigera* bereits eingetreten, und geht die Wendung des Magens und Darms in der Breite des Seesterns vor sich, während Mund und After der Larve übereinander liegen in der Richtung der Mitte, in welcher früher der Lauf des Schlundes, Magens und Darms in den jungen Bipinnarien aufgestellt war. Stellt man sich an der Bipinnaria von Triest vor, daß dieselbe Wendung des Magens und Darms eintrete, welche bei der reiferen *Bipinnaria asterigera* eingetreten ist, so kommt die rechte Seite des Magens, wo die Rosette der Blinddärmchen anliegt, nach oben und sofort an die Bauchseite des Seesterns.

Zur Zeit, wo die Seesternkappe einen noch nicht geschlossenen Kranz von Stacheln entwickelt hat (Taf. IV. fig. 4. 9. Taf. V. fig. 1 - 4. 7), sieht man sehr schön, wie die Blinddarmrosette mit dem beschriebenen wimpernden Sack zusammen hängt, der zur Seite des Schlundes liegt und wie von diesem Sack die Röhre in den Rückentheil des Seesterns ganz nahe am Rande desselben eintritt; es ist dieselbe Röhre, die schon in der jungen Larve vorhanden war und vom Rückenporus der Larve ausging. Es ist der spätere Steincanal. Der damit zusammenhängende Sack mit kreisender innerer Bewegung, wird später entweder resorbirt werden oder mit in den Leib des Seesterns als Anhang des Wassergefäßsystems aufgenommen.

Das Hervorbrechen der Tentakeln habe ich nicht mehr Gelegenheit gehabt zu sehen. Unser Seestern ist auch noch ganz ungefärbt. Wo die gegenwärtige Beobachtungsreihe aufhört, setzen die schon veröffentlichten Beobachtungen an der *Bipinnaria asterigera* den Faden weiter fort, deren Seestern die Arme und die Tentakeln bereits hervorgetrieben hatte, während der Zusammenhang mit der Larve noch wie im gegenwärtigen Fall ist. In der zweiten Abhandlung über die Larven der Echinodermen, habe ich bei der *Bipinnaria asterigera* darauf hingewiesen, daß der Steincanal des Seesterns wahrscheinlich mit einem Raum der Larve communiciren werde, in welchem an lebenden jungen Bipinnarien Rotation von Wimperbewegung beobachtet war. Dies hat sich für einen bestimmten Zeitraum der Entwicklung vollkommen bestätigt. Es ist der mit der Röhre des Porus zusammenhängende Sack, welcher beim Schlunde der Larve liegt. Dieser Sack hat eine genauere Beschreibung gefunden als in den früheren Mittheilungen. Er ist in der gegenwärtigen Larve nur einseitig und nur ein Mal vorhanden. In

der andern in Helsingör von mir, in Ostende von Van Beneden (<sup>1</sup>) beobachteten Art von Bipinnaria schienen zwei Blinddärme vorhanden und durch einen Mittelraum verbunden zu sein; damals war aber die Wurzel dieser Theile, nämlich die Röhre mit ihrem Porus, nicht zur Beobachtung gekommen.

Dafs sich die Bipinnaria von Helsingör, Marseille und Ostende in Hinsicht des Porus ganz so wie die Bipinnaria von Triest verhalten werde, ist wohl gewifs. Sowohl Van Beneden als ich selbst sahen vorn zwei Schläuche, hinten in einen vereinigt, d. h. das Schlauchsystem mit innerer Wimperbewegung hatte die Form eines y. Dies kann so ausgelegt werden, dafs der eine Zweig von der Gabel des y blind endigt, der andere in den Rückenporus der Larve geöffnet ist. Es kann aber auch der vom Porus entspringende Schlauch nach hinten einfach, nach vorn zweitheilig sein. Dieses scheint wenigstens die Form zu sein, welche dieser Aparat in einem neu-lich von mir gesehenen spätern Stadium der Tornaria annimmt. Van Beneden war der Meinung, dafs die beiden Schläuche an den jüngern Larven ganz getrennt seien und erst später nach hinten zusammenfliessen, und er bildet auch von einer jungen Larve zwei längliche Körper an den Seiten der Verdauungsorgane ab. Diese beiden Körper werden aber mit Wahrscheinlichkeit auf die oben bezeichneten Ablagerungen zu den Seiten des Magens zu beziehen seyn, die man an den noch jungen Larven wahrnimmt und welche von dem y förmigen Wassergefäßssystem zu unterscheiden sind.

Frei ohne Zusammenhang mit der Larve habe ich den Seestern der Bipinnaria von Triest nicht gesehen, wohl aber einen ähnlichen nicht stacheligen und etwas kleineren. Taf. V. fig. 11. 12. Dieser hatte nur  $\frac{1}{10}$ ''' im Durchmesser und war pentagonal; der Rücken enthielt ein dichtes Kalknetz. Die 5 Ecken erhoben sich in Spitzen, deren Kalkfiguren den Stacheln jenes Sterns nicht ähnlich waren; auf der Bauchseite ein Kranz von 10 Füfschen, mit denen das undurchsichtige dunkle Thierchen kroch und auf dem Glase tastete. Dieser Stern gehört ohne Zweifel einer andern Art an.

Aus dem Vorhergehenden ergibt sich, dafs die in der vorigen Abhandlung ausgesprochenen Ideen über den Gang der Entwicklung der Echinodermen, über den Steincanal und die Madreporenplatte als Residua

---

(<sup>1</sup>) Bull. de l'Acad. Roy. de Belgique T. XVII. n. 6.



der Anlage des Wassergefäßsystems in der Larve und des Porus am Rücken der Larve in den Holothuriern, Seeigeln und Asterien zugleich bestätigt sind.

Die einzigen Echinodermenlarven, in denen ich diesen Porus zwar gesucht, aber bis jetzt nicht habe auffinden können, sind die Ophiurenlarven. Von den Ophiurenlarven des Adriatischen Meeres werde ich in einer folgenden Abhandlung handeln.

## 2) *TORNARIA*.

Die jüngste Form der Tornaria, wo sie noch nicht das kreisförmige Räderorgan besitzt, ist diejenige, welche ich in Nizza häufig beobachtete und in der dritten Abhandlung Taf. VI. fig. 1-7 abbildete. Die kleinsten Individuen hatten nur  $\frac{1}{10}'''$ , andere von  $\frac{1}{6}$  und  $\frac{1}{4}'''$  hatten noch nichts von dem Räderorgan, welches in der bei Marseille beobachteten Form desselben Thiers entwickelt war. In Triest im Herbst 1851 habe ich diese Larve noch ohne Anzeigen der Verwandlung viel größer gesehen in Exemplaren von  $\frac{4}{10}$  und  $\frac{11}{20}'''$ . Die Form war noch ganz dieselbe wie an dem bei Marseille beobachteten Individuum und das Thier bei seiner bedeutenden Größe noch völlig durchsichtig. Von einer Andeutung eines Überganges in die völlig undurchsichtige wurmförmige Asterienlarve oder wurmförmige junge Asterie (dritte Abhandlung Taf. VI. fig. 8-12) war nichts zu erkennen und das Thier hatte außer der bilateralen Wimperschnur den einen ringförmigen Reifen von großen rädernden Wimpern. Der Rückenporus führte in einen großen Sack (Taf. IX. fig. 5. g), dessen Oberfläche der Länge nach muskulöse Streifen zeigte, welche sich am Ende des Sacks in den Muskel fortzusetzen scheinen, der von dem Sack entspringt und das oculirte Ende des Thiers, d. h. das Ende mit zwei halbmondförmigen schwarzen Flecken einzieht. Ich sage mit vollem Recht muskulöse Streifen: denn der Sack zieht sich in diesem Stadium der Tornaria in einem fort mit wogenden Bewegungen seiner Wandungen zusammen, eine Bewegung, die ich in Bipinnarien und andern Echinodermenlarven niemals wahrgenommen habe. Nahe der Öffnung des Sackes oder dem Rückenporus ist auch eine sich häufig wie ein Sphincter zusammenziehende Stelle des kurzen Halses des Sackes. Die Verdauungsorgane bestehen wie gewöhnlich aus dem Schlund, Magen und Darm, welcher letz-

tere sich an dem einen Ende des Thiers in der Mitte des Wimperkreises öffnet. Auf dem Magen liegen dicht zwei Schläuche auf, welche ihn wie eine Gabel von dem einen bis zum andern Ende umfassen und noch den Anfang des Darms bedecken (Taf. IX. fig. 6. 7. *i*). Sie scheinen mit dem vorher erwähnten Sack zusammenzuhängen, denn sie zeigen dieselben wogenden Contractionen ihrer Wände. Hat man die Rückenseite des Thiers vor sich, so liegt der Porus in der Mitte, die beiden Schläuche aber rechts und links am Magen. Taf. IX. fig. 6. 7, *g* mittlerer Sack, *ii* die beiden den Magen bedeckenden Schläuche, *g'* Porus. Bei der Ansicht des Thiers von der Seite, Taf. IX. fig. 5 sieht man den Porus am Rande, die beiden den Magen bedeckenden Schläuche decken sich jetzt. Die Körperwände des Thiers haben, wie auch bei den Bipinnarien, Contractilität; die relative Gröfse der vordern und hintern Hälfte und die allgemeine Gestalt des Körpers hatte sich, als ich das Thier am andern Tage noch lebend erhalten, merklich geändert. Vergl. fig. 6 und 7.

### 3) Wurmformige Asterienlarve.

In beiden Jahren im Herbst kam die wurmförmige Asterienlarve und junge Asterie wiederholt bei Triest vor. Die Gestalten glichen theils in der dritten Abhandlung Taf. VI. fig. 8-10 und Taf. VII. fig. 1. 2 abgebildeten wurmförmig gegliederten Form, theils der pentagonalen quer abgetheilten Form, ebendasselbst Taf. VII. fig. 4. Ein Exemplar der letztern war etwas weiter vorgerückt als das letzt erwähnte. An den Ecken sahen die Enden der Ambulacralcanäle frei hervor, nur geringer Bewegungen fähig. Es waren 10 Tentakeln oder Füfse entwickelt, mit denen das Thier herum tastete und sich festzog. An dem ausgebreiteten Ende der Füfchen war beim Anheften am Glase ein Kranz kleiner spitzer Saugwärtchen sichtbar, welche offenbar am Glase festhafteten, und welche ich bei erwachsenen Seesternen noch nicht gesehen habe. Auf der Bauchseite waren 10 dicke und grofse von einem Kalknetz durchdrungene Stacheln entwickelt, je zwei einem Radius entsprechend, jeder in der Nähe eines Tentakelporus, nach aufsen davon. Die Farbe des Thiers ist gelbbraun.

---

Anmerkung über einen eigenthümlichen Bau der Eier  
bei einigen Echinodermen.

Die Eier der meisten Echinodermen (Holothurien, Seeigel, Asterien) zeichnen sich durch eine sehr dicke äußere Hülle aus, welche von einer starken Lage einer durchsichtigen Substanz gebildet wird und welche bereits Derbès am Seeigelei von der Dotterhaut unterschieden hat. Bei den Comatulcn fehlt diese Hülle. Sie ist zur Zeit der Befruchtung an den abgehenden Eiern noch vorhanden und man kann sie daher als eine perennirende Eicapsel betrachten. Bei verschiedenen Holothurien, wie *Pentacta doliolum*, *Holothuria tubulosa* und einer bei Triest vorkommenden der *Holothuria fusus* sehr verwandten, im Mittelmeer und Adriatischen Meer bisher nicht gesehenen Art von *Thyone* v. D. et K. oder *Anaperus* Trosch. sind dieser glasartigen Masse hin und wieder Kerne sehr zerstreut aufgelagert, die glasartige Schicht aber zeigt bei diesen Holothurien im Profil radiale Streifen, woraus folgt, daß sie aus Prismen bestehen müsse, welche senkrecht auf der Oberfläche des Eies aufsitzen, wie die facetirte Hülle der Eier des *Sipunculus nudus* und des *Phascolosoma granulatum* nach Krohn. Ihre Stärke ist bei einem und demselben Thier an verschiedenen Eiern sehr verschieden; an reiferen Eiern von Asterien zeigen sich auf ihrer äußern Oberfläche oft Spuren theilweisen Detritus. Das Eierstocksei der Holothurien zeigte nun bei denjenigen Arten, welche der Reife näher waren, eine ganz eigenthümliche Structur. An einer Stelle nämlich, die sich beim Rollen des Eies in der Profilsansicht zu erkennen giebt, befindet sich ein die glasartige Schicht senkrecht durchbohrender Canal. Bei *Pentacta doliolum* sind die Eier merklich abgeplattet; so lange die Eier mit einer der breiteren Seiten aufliegen, sieht man nichts von diesem Canal, der aber so gleich erscheint, sobald das Ei durch seine Stellung das Profil seiner flachen Seiten darbietet; er befindet sich an allen Eiern constant auf einer der flachen Seiten. Der Canal ist an seinem innern Ende etwas weiter und verengt sich allmählig gegen die Oberfläche des Eies. Bei *Pentacta doliolum* beträgt die glasartige Eihülle bei einer Größe des Eies von  $\frac{2}{10}'''$  (im Frühling) gegen  $\frac{1}{80}'''$ , die Breite des Canals aber in seinem engsten Theile  $\frac{1}{160}'''$ . Bei der erwähnten Art von *Thyone* beträgt die Dicke der Eihülle zur selben Zeit bei  $\frac{2}{10}'''$  Durchmesser des Eies gegen  $\frac{1}{25}'''$ , die Breite des Canals aber

$\frac{1}{400} - \frac{1}{300}'''$ . Bei *Synapta digitata* unterschied ich im Frühling eine durchsichtige äufsere Hülle am Ei und glaube auch den Canal erkannt zu haben; ich konnte ihn sowohl wie die glasartige Schichte an den weniger reifen Eiern im Herbst nicht wiederfinden. An den Eiern der *Ophiothrix fragilis* war der Canal im Frühling deutlich; dagegen ist es zu keiner Zeit gelungen, ihn an den Eiern der Seeigel und Asterien zu sehen. Von diesem Canal gab ich im Monatsbericht der Akademie, April 1851, S. 234 eine erste Nachricht; seither habe ich ihn bei der *Holothuria tubulosa* weiter untersucht und richtiger verstehen gelernt. Monatsbericht der Akademie, November 1851, S. 677. Die Eier dieser Thiere sind wegen ihrer Durchsichtigkeit und Kleinheit vorzugsweise geeignet, Aufschluß über die Natur dieses Canals zu geben. Ich habe mich überzeugt, dafs der Canal allein der Capselhaut angehört und dafs die Dotterhaut geschlossen unter ihm weggeht; Dottermasse findet sich niemals in dem Canal. Siehe Taf. IX. fig. 8 von *Thyone*, fig. 9 von *Holothuria tubulosa*. Bei *Ophiothrix fragilis* erweitert sich der Canal nach aufsen wieder und man sieht deutlich die Ausmündung. Aus dem Ende ragte eine schleimige, einzelne Körnchen enthaltende Masse nach aufsen wie ein Pfropfen hervor. Diese Masse verklebt die noch im Eierstock enthaltenen Eier untereinander dergestalt, dafs einige gröfsere und kleinere Eier jedesmal durch die von dem Canal eines jeden ausgehende structurlose Masse leicht aneinander hängen. Bei *Holothuria tubulosa* sah ich die Eier im Eierstock zuweilen so aneinander gelagert, dafs die Canäle zweier Eier sich gegenüber standen. Es liegt zwar der Vergleich mit der Micropyle des Pflanzeneies so nahe, dafs er nicht unerwähnt bleiben kann. Der Canal ist aber, indem er einer Schichte von der Bedeutung der Eicapsel angehört, auch nur an solchen Eiern zu erwarten, wo diese Haut mit dem Ei zugleich den Eierstock verläfst. Ob der Canal allgemeiner an den Capseln der Eier als Stigma vorkomme oder überall sonst fehle, das ist eine Frage, die ich unbeantwortet lassen mufs. Wären die Eicapseln der Echinodermen an Stielen befestigt, so würde der Canal der Insertion des Stieles entsprechen und das Verhalten an die von Wittich und Carus beschriebene Beschaffenheit des Spinneneies erinnern; ich habe aber an den Eiern in den Genitalschläuchen der Echinodermen niemals eine gestielte Befestigung wahrgenommen.

Krohn (Archiv f. Anat. u. Physiol. 1851. S. 368) nennt die ähnliche Hülle der Eier des *Sipunculus nudus* und des *Phascolosoma granulatum* die facettrte Eihülle. Ob diese bei den Sipunkeln denselben Canal besitze, den ich vorhin beschrieben habe, ist dermalen noch unbekannt.

## Erklärung der Abbildungen.

### Taf. I.

#### *Auricularia* und junge *Holothuria* mit Kugeln.

- Fig. 1-4. Die *Auricularia* mit Kugeln in dem Stadium der Entwicklung, daß sie sich der walzigen Form nähert. Fig. 1 Ansicht schief von der Rückseite, fig. 2 Bauchseite, fig. 3 Rückseite, fig. 4 halb seitliche Ansicht. *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *d* gefleckte Wimperschnur, *e* längliche Körper zu den Seiten des Magens, *f* Blinddärme des Tentakelsystems, *h* die eilf elastischen Kugeln, *i* Kalkdruse.
- Fig. 5. Junge *Holothurie* mit 5 Tentakeln, an welcher außer den 5 pigmentirten Querreifen noch der wellige Lauf der frühren bilateralen Wimperschnur an den zurückgebliebenen Pigmentflecken derselben erkennbar ist. *h* die eilf elastischen Kugeln, *i* die Kalkkugel, *e* Kalkfiguren des Kalkringes, *g* Kalkkrone.
- Fig. 6. 7. *Auricularia* aus dem Stadium der Ausbildung der Tentakelblinddärme und des Canals der Kalkkrone. Fig. 6 Bauchseite ohne Druck; fig. 7 Ansicht auf die Rückseite des unter dem Compressorium befindlichen Thierchens. *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *f* Blinddärme und Ringcanal, *f'* polische Blase, *g* Canal der Kalkkrone, *h* die eilf elastischen Kugeln, *i* die Kalkkugel.
- Fig. 8. Junge *Holothurie* mit den eilf elastischen Kugeln und dem ästig gewordenen Kalkknopf *i*. — *a* die 10 Bläschen bei den 10 Kalkstücken des Kalkringes, *f* Ringcanal und Äste zu den Tentakeln, *f'* polische Blase, *g* Canal der Kalkkrone, *a* Darm, *b* Schlauch, welcher neben dem Endtheil des Darms unterschieden werden konnte, mit einigen blasigen Auftreibungen, ob Anlage der Lunge oder Wassercanal für Füßchen. *o* Ende dieses Canals nach aufsen.
- Fig. 9. 10. 11. Eine *Auricularia* aus der Zeit der ersten Anlage der Kalkkrone. Fig. 9 Rückseite, fig. 10 Seitenansicht, fig. 11 schiefe Ansicht auf die Rückseite. *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *e* längliche Körper zu den Seiten des Magens, *g* von der Kalkkrone umgebene Röhre, die sich auf dem Rücken der Larve öffnet; *h* Bläschen, zu welchem die Röhre führt, und aus welchem sich das Tentakelsystem entwickeln

wird. Fig. 9+ und 10+ Details der Röhre, des Sacks, der Kalkkrone und der daran hängenden Zellen.

Fig. 12. 13. Röhre, Sack, erste Anlage der Kalkkrone aus andern Individuen von *Auricularia* dieses Entwicklungsstadiums.

## Taf. II.

### *Auricularia* mit Rädchen und *Bipinnaria* von Triest.

Fig. 1-3. *Auricularien* vor der Ausbildung der Kalkrädchen, Triest Frühling 1851. Fig. 1 Larve  $\frac{1}{13}$ ''' groß; *a* Mund, *o* After. Fig. 2 Larve  $\frac{1}{8}$ ''' groß, schief von der Seite und vom Rücken; *a* Mund, *o* After, *g* Rückenporus und Sack. Fig. 3 dieselbe Larve von der Bauchseite; die Wimperschnur ist schon erkennbar.

Fig. 4. Puppe der *Auricularia* mit Rädchen. Die Vorhöhle, worin die Tentakeln, verlängert sich in einen blinden Canal.

Fig. 5. *Bipinnaria* von der Bauchseite,  $\frac{2}{10}$ ''' groß; *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *d* Wimperschnur, *x* ventrale, *y* dorsale Seite des pyramidalen Endes der Larve, *zz* Linien, welche den Mittelkörper gegen die Seitenfurchen abgrenzen, *z'z'* Linien, welche die innere Grenze der queren Bauchfurchen ausdrücken.

Fig. 6. *Bipinnaria* von der Rückseite,  $\frac{2}{10}$ ''' groß; *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *d* Wimperschnur, *e* Ablagerungen zu den Seiten des Magens, *g* Rückenporus, woran der Sack *h*.

Fig. 7. *Bipinnaria* von der Seite; *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *g'* Canal des Sacks *h* zum Rückenporus, *x* ventrale, *y* dorsale Seite des pyramidalen Endes der Larve.

Fig. 8. Die fig. 6 abgebildete Larve von der Seite; *a* Mund, *o* After. Die übrige Bezeichnung wie in fig. 6.

Fig. 9. *Bipinnaria* von der Seite. Bezeichnung wie oben. GröÙe  $\frac{2}{10}$ '''.

Fig. 10. *Bipinnaria* schief vom Rücken und von der Seite angesehen.  $\frac{2}{10}$ ''' groß. Bezeichnung wie oben.

Fig. 11. *Bipinnaria* von  $\frac{2}{10}$ ''' von der Seite. Bezeichnung wie oben.

Fig. 12. *Bipinnaria* von der Rückseite; *b* Schlund, *c* Magen, *g* Rückenporus, *h* der wimpernde Sack, *h'* dessen blinder Anhang in entgegengesetzter Richtung.

Fig. 13. *Bipinnaria* von der Rückseite schief angesehen; *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *g* Rückenporus, *h* Sack, *h'* blinde Verlängerung, woraus sich das Tentakel-system bilden wird; *k* erste Erscheinung des Wulstes in der Decke des Magens.

## Taf. III.

### *Bipinnaria* von Triest.

Fig. 1-3. Schlund, Magen und Darm der *Bipinnaria* von Triest mit dem Beleg, woraus das Perisom des Seesterns wird, und dem Sack, der vom Rückenporus ausgeht.

Fig. 1 von der Seite, fig. 2 von der Rückseite, fig. 3 Bauchseite, der Rückenporus scheint durch. *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *d* Wimperschnur,

*k* Beleg des Magens, woraus das Perisom des Seesterns entsteht; *h* wimpernder Sack, aus dem Rückenporus *g* entspringend.

Fig. 4. Die ganze Larve, woraus diese Details, schief auf den Rücken und die rechte Seite gesehen. Bezeichnung wie vorher.

Fig. 5. Dieselben Theile von der Rückseite aus einem andern Individuum. Bezeichnung dieselbe; *h* unteres blindes Ende des aus dem Porus *g* entspringenden Sackes, *h'* oberes blindes Ende desselben.

Fig. 6. Desgleichen. Bezeichnung dieselbe.

Fig. 7. Desgleichen. Das Perisom des künftigen Sterns hat den Porus des Rückens umwachsen und bedeckt nicht bloß den Magen, sondern auch einen Theil des Sacks.

Fig. 8. Eine Bipinnaria von  $\frac{1}{4}'''$ , von hinten angesehen. Die Röhre des Porus ist schon von dem Beleg des Magens bedeckt.

Fig. 9-12. Details aus einer Bipinnaria. Fig. 9 von der Rückseite, 10 von der Bauchseite, 11 von der Seite, wo die Anlage des Tentakelsystems, 12 von der entgegengesetzten Seite. *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *g* Porus am Rücken, woraus der wimpernde Sack *h* entspringt. Das Ende *h'* des Sacks ist mit der Anlage des Tentakelsystems *i* gekrönt, welches bei der Ansicht von vorn fig. 10 und von der betreffenden Seite fig. 11 zum Vorschein kommt.

#### Taf. IV.

##### *Bipinnaria* von Triest.

Fig. 1-3. Oberer Theil einer Bipinnaria, woran sich die Seesternkappe entwickelt. Fig. 1 und 2 von hinten, fig. 3 schief von hinten und der Seite. *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *g* Porus am Rücken, *g'* Ursprung des wimpernden Sacks *h*, aus dem obern blinden Ende des Sacks hat sich die sternförmige Tentakelanlage *i* entwickelt; *k* Seesternkappe, *d* Wimperschnur, *d'* Übergang der Wimperschnur vom dorsalen auf den ventralen Rand.

Fig. 4. Details aus einer Bipinnaria, die in der Entwicklung des Seesterns begriffen ist.

Fig. 5. 6. Details aus einer andern Bipinnaria gleichen Alters. Fig. 5 Ansicht auf die Bauchseite. Fig. 6 Ansicht schief auf die Rückseite und die Seite, wo das Tentakelsystem. *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *g* Rückenporus, *g'* Ursprung des wimpernden Sacks aus dem Rückenporus; *h* unteres, *h'* oberes Ende des Sacks, an letztem *i* der Stern des Tentakelsystems; *k* Seesternkappe, woran sich der Wulst *k'* ausgebildet hat.

Fig. 7. Eine Bipinnaria von  $\frac{3}{10}'''$  Größe in der Entwicklung des Seesterns, von der Seite, wo sich aus dem obern Ende des wimpernden Sacks *h* der Tentakelstern *i* entwickelt. *g'* Wurzel des Sacks aus dem Rückenporus. Bezeichnung des Darms wie gewöhnlich. *d'* dorsale, *d''* ventrale Wimperschnur.

Fig. 8. 9. Eine Bipinnaria in der Entwicklung des Seesterns. Fig. 8 Seitenansicht, fig. 9 Ansicht von der entgegengesetzten Seite und zugleich der Bauchseite. Man sieht den Zusammenhang des wimpernden Sacks *h* mit dem Tentakelsystem *i*. — *b*, *c*, *c'*

wie oben. *d* dorsale, *d'* ventrale Wimperschnur, *d'* Umbiegung der Wimperschnur, *k* gezackter Rand des Seesterns; *x*, *y* Ecken, welche den beiden Flossen anderer Bipinnarien entsprechen.

Fig. 10. Details aus einer etwas jüngern Bipinnaria bei der Seitenansicht. *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *g* Rückenporus, *g'* Ursprung des Sackes *h* aus dem Rückenporus, *k* Seesternkappe, den Magen und Darm bedeckend, *k'* gezackter Rand des Seesterns.

### Taf. V.

#### *Bipinnaria* von Triest.

- Fig. 1. 2. 3. Eine  $\frac{4}{10}$ ''' lange Bipinnaria in der Entwicklung des Seesterns. Fig. 1 vom Rücken, fig. 2 von der Seite, fig. 3 vom Bauch. *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *c'* Darm, *o* After, *g'* Canal des wimpernden Sackes, welcher sich jetzt in die Wand des Sterns inserirt; *h* der wimpernde Sack; die Pfeile drücken die Bewegung des Inhaltes aus; *i* Tentakelanlage an dem wimpernden Sack; *d* Wimperschnur der der Larve, *d'* Umbiegung der Wimperschnur von der dorsalen zur ventralen Seite, *k* Stern und sein Kalknetz, *k'* Stacheln, *x* ventrale, *y* dorsale Seite des pyramidalen Endes der Larve.
- Fig. 4. 5. 6. 7. Details aus einer Bipinnaria gleicher Entwicklungsstufe. Fig. 4 Bauchseite, fig. 5 seitliche Ansicht, fig. 6 von der andern Seite, wo die sternförmige Tentakelanlage liegt, fig. 7 Rückseite. Bezeichnung wie vorher.
- Fig. 8. 9. 10. Bipinnaria mit vollständig geschlossenem Randtheil des Sterns. Fig. 8 Ansicht auf die Bauchseite der Larve und zugleich schief auf die Bauchseite des Sterns, fig. 9 Ansicht auf die freie Seite oder Bauchseite des Sterns, fig. 10 Ansicht auf die Rückseite der Bipinnaria und die mit der Bipinnaria zusammenhängende Rückseite des Sterns. Stern  $\frac{1}{7}$ ''' groß. *b* Schlund, *c* Magen.
- Fig. 11. 12. Selbstständiger Stern einer andern Art,  $\frac{1}{10}$ ''' groß, aus der hohen See. Fig. 11 Rückseite bei ausgestreckten Tentakeln, fig. 12 Bauchseite bei eingezogenen Tentakeln.

### Taf. VI.

#### Seeigellaryen. *Echinus pulchellus* fig. 1-6, *Echinus lividus* fig. 7-14.

- Fig. 1. 2. Larve von *Echinus pulchellus* Ag. vom zweiten Tag nach künstlicher Befruchtung (44 Stunden). Fig. 1 von der Seite, fig. 2 von vorn. *b* erste noch einzige Öffnung des Verdauungsorganes, *e'* Verbreitung der Zellen, hauptsächlich wo die Ausbreitung der Kalkablagerung stattfindet. Triest, April.
- Fig. 3. 4. Larve von *Echinus pulchellus* am 7<sup>ten</sup> Tage nach der Befruchtung. Fig. 3 von vorn, fig. 4 von der Seite. *a* Mund, *a'* Schlund, *b* Magen, *b'* Darm, *o* After, *d* Wimperschnur, *e* Kalkstäbe, *AA* ventrale Arme des Schirms oder der Markise, *FF* Arme des Mundgestells oder oralen Schirms. Triest, April.
- Fig. 5. Larve von *E. pulchellus* vom 16<sup>ten</sup> Tage, schief von der Seite.
- Fig. 6. desgleichen vom 16<sup>ten</sup> Tage von vorn. Größe  $\frac{2}{10}$ '''. Triest, April.



- Fig.7. Larve von *Echinus lividus* am 16<sup>ten</sup> Tage nach der künstlichen, Mitte Septembers ausgeführten Befruchtung. Diese Larve kann als Beispiel langsamer Entwicklung dienen mit den Larven gleichen Alters, die in demselben Glase aufbewahrt wurden.
- Fig.8. 9. Larven des *Echinus lividus* vom 11<sup>ten</sup> Tage nach der Befruchtung bei 180maliger Vergrößerung des Durchmessers. Beispiele schneller Entwicklung mit allen Larven, die in demselben Glase aufbewahrt wurden. Fig.8 schiefe Ansicht von der Seite, fig.9 von vorn. GröÙe  $\frac{2}{10}$ ''' . Bezeichnung wie oben.  $\alpha\gamma$  Profilinien der Concavität des Gewölbes.
- Fig.10. 11. Larven von *E. lividus* am 17<sup>ten</sup> Tage nach der Befruchtung bei 70maliger Vergrößerung. Aus demselben Glase wie die vorhergehenden. GröÙe  $\frac{1}{3}$ ''' . Fig.10 von hinten, fig.11 von vorn.  $a$  Mund,  $a'$  Schlund,  $b$  Magen,  $b'$  Darm,  $o$  After,  $\gamma$  Profilinie der Concavität des Gewölbes,  $z$  längliche Bildungsmassen zu beiden Seiten des Magens,  $AA$  vordere Arme oder Arme der Markise,  $F$  Arme des Mundgestells,  $B$  Anfänge der hintern Seitenarme,  $E$  Nebenarme des Mundgestells,  $f$  Wimperepauletten.
- Fig.12. 13. Sporadische Larve von Marseille, März, bei 100maliger Vergrößerung des Durchmessers. Fig.12 von vorn, fig.13 Rückseite. Bezeichnung dieselbe. Die hintern Seitenarme sind vollständig entwickelt.
- Fig.14. Sporadische Larve von Marseille, März, bei 100maliger Vergrößerung. Es ist offenbar die Larve des *E. lividus* mit vollendeter Larvenform und beginnender Entwicklung des Seeigels.  $A$  Arme der Markise, vordere Arme,  $F$  Arme des Mundgestells,  $B$  hintere Seitenarme,  $E$  Nebenarme des Mundgestells,  $a$  Mund,  $a'$  Schlund,  $b$  Magen,  $b'$  Darm,  $o$  After,  $d$  Wimperschnur,  $f$  Wimperepauletten,  $c$  Seeigelscheibe.

## Taf. VII.

### Seeigellarven von *Echinus lividus* u. a.

- Fig.1. Larve von *Echinus lividus* am 17<sup>ten</sup> Tage nach der künstlichen Befruchtung, schief von hinten und von der Seite gesehen. GröÙe  $\frac{1}{3}$ ''' . Diese Figur dient dazu, um alle Kalkstäbe übersichtlich in ihrer relativen Lage und die Ausbildung des häutigen Saums  $s$  unterhalb der seitlichen Arkade der Wimperschnur zu zeigen.  $A$  vordere Arme,  $F$  Arme des Mundgestells,  $B$  hintere Seitenarme,  $E$  Nebenarme des Mundgestells,  $a'$  Schlund,  $b$  Magen,  $b'$  Darm,  $d$  Wimperschnur. Die Kalkstäbe erklären sich größtentheils aus der Abbildung.  $e$  Kalkstab, der unter dem Darm durchgeht und sich mit dem der andern Seite kreuzt (vergl. Taf. VI). In den folgenden Figuren über die erste Anlage der Seeigelscheibe und des Tentakelsystems hat man die ebenbezeichnete Kalkleiste zur Vereinfachung der Abbildungen und Erleichterung ihres Verständnisses weggelassen.
- Fig.2. Larve von *E. lividus* am 16<sup>ten</sup> Tage nach der Befruchtung. GröÙe  $\frac{1}{3}$ ''' . Ansicht schief auf die Seite und etwas von unten. Man sieht wieder den unterhalb der seitlichen Arkade der Wimperschnur entwickelten bogenförmigen Saum des Schirms  $s$ ; zwischen dem Bogen der Wimperschnur und diesem Saum erscheint auf dieser

Seite der Larve der Umbo  $c$ , oder der erste Anfang der Seeigelscheibe und der damit zusammenhängende Sack  $c'$ , der nach dem Rücken gerichtet ist.  $s$  Ausspannung der Haut der Larve in einen bogenförmigen Saum unterhalb der Arkade der Wimpersechnur.

- Fig. 3. Larve von *E. lividus* am 17<sup>ten</sup> Tage nach der Befruchtung. GröÙe  $\frac{1}{3}$ ''' . Ansicht schief von der Seite und unter den Schirm. Man sieht den Umbo  $c$  oder die Seeigelscheibe und den damit zusammenhängenden Sack.  $s$  bogenförmiger häutiger Saum des Schirms zwischen dem vordern und hintern Arm, wodurch an der Unterseite des Schirms eine, geneigte Fläche von der innern Concavität des Schirms abgesondert wird. An dieser geneigten Fläche erscheint der Umbo.
- Fig. 4. Sporadische Larve mit weiter entwickelten hintern Seitenfortsätzen  $BB$  und der aus dem Umbo ausgebildeten Seeigelscheibe  $c$ , daran der Sack und die Röhre  $c'$ , welche bei  $c^+$  auf dem Rücken der Larve sich öffnet. Vergrößerung 180. Triest, April 1851.
- Fig. 5. 6. Sporadische Larve aus demselben Entwicklungsstadium. Vergrößerung 100. Triest, April 1851. Fig. 5 Ansicht der Larve von hinten, fig. 6 von hinten seitwärts.  $c$  Seeigelscheibe,  $c'$  damit verbundenes Säckchen und Röhre,  $c^+$  Mündung der Röhre auf dem Rücken der Larve. Fig. 6<sup>+</sup> Details über den Verlauf der Kalkstäbe und der Röhre.
- Fig. 7. Sporadische Larve mit Wimperepauletten von noch weiterer Ausbildung, von der Seite gesehen. Vergrößerung 100. Triest, April 1851.  $c$  Seeigelscheibe,  $c'$  Canal nach dem Rücken der Larve, mit der sternförmigen Figur der Seeigelscheibe zusammenhängend;  $s$  häutiger Bogen, seitlicher Rand des Schirmes, er geht jetzt vom vordern Arm des Pluteus zum hintern Seitenarm.
- Fig. 8. Ansicht der Larve fig. 5. 6 von unten in den Schirm. Man sieht neben dem Magen  $b$  den Sack  $c''$ , woran die Scheibe  $c$  und die vom Sack ausgehende Röhre  $c'$ .
- In allen diesen Figuren bedeutet  $a$  den Mund,  $a'$  den Schlund,  $b$  den Magen,  $b'$  den Darm,  $o$  den After,  $AA$  die Arme des vordern Schirms oder der Markise,  $F$  Arme des Mundgestells,  $E$  Nebenarme desselben,  $B$  hintere Seitenarme.
- Fig. 9. Eine in der Ausbildung des Echinoderms mit Stacheln  $x$  und Tentakeln  $y$  begriffene Seeigellarve mit gestielten Pedicellarien  $g$ . Im Ende des Tentakels ein Kalkreifen. Ein Theil der Kalkstäbe hat seine weiche Bedeckung verloren und steht nackt hervor.

## Taf. VIII.

### Sporadische Seeigellarven mit Gitterstäben von Marseille und Nizza.

- Fig. 1. 2. Jüngste dreiseitige Formen. Fig. 1 Schiefe Ansicht von hinten, fig. 2 von vorn.  $AA$  Arme mit Gitterstäben für den markisenförmigen Schirm,  $F$  Schirm, an dessen Innenseite der Mund,  $F'$  einfache Kalkstäbe des letztern Schirms,  $o$  After. Marseille, März.
- Fig. 3. 4. Dieselbe Larvenart bei weiterer Entwicklung zur vierseitigen Form. Fig. 3

schief von hinten und der Seite, fig. 4 von vorn. *A* Markisenarme, *F* Ecken des Mundschirms, *a* Mund, *a'* Schlund, *b* Magen, *b'* Darm.

Fig. 5. 6. 7. Weiter entwickelte Larven dieser Art mit ausgebildeten 4 Fortsätzen von Nizza, August. Fig. 5 von der Seite, fig. 6 von vorn, fig. 7 von hinten. *AA* Markisenarme, *F* Arme des Mundschirms, *a* Mund, *a'* Schlund, *b* Magen, *b'* Darm, *o* After, *d* Wimperschnur.

Fig. 8. Ansicht einer solchen Larve in die Concavität des Gewölbes. Bezeichnung wie vorher.

Fig. 9. Larve mit Gitterstäben mit abweichender Anlage der Kalkleisten im gewölbten Scheitel. Nizza, August. Diese Larve hatte bereits die Nebenarme des Mundgestells und auf einer Seite des Körpers selbst den hintern Gitterstab, d. h. den hintern Seitenarm, in ganzer Länge entwickelt, der aber auf der andern Seite ganz fehlte; ob abgebrochen?

Fig. 10-13. Larven mit Gitterstäben, deren Scheitel in einen gegitterten Stab ausläuft. Nizza, August.

Die Larven fig. 10. 11. 12 haben 4 Fortsätze des Schirms, wie die Larve fig. 5. 6. 7 ohne Scheitelstab. Fig. 10 Ansicht schief von hinten und der Seite, fig. 11 ein Skelet einer solchen Larve besonders, fig. 12 Ansicht einer ähnlichen Larve von vorn.

Fig. 13. Bei dieser Larve sind bereits die hintern Seitenarme *B* mit Gitterstäben entstanden, welche in den vorhergehenden noch fehlen. Auch sind die Nebenarme des Mundgestells *E* schon vorhanden. Es kommen Larven mit allen diesen Fortsätzen vor, woran der Scheitelstab gänzlich fehlt; ob Varietät? Die Vergrößerung ist in den Abbildungen mit Scheitelstäben wegen Raumsparung etwas geringer genommen als in den übrigen Figuren. Die letzte Ausbildung der Larven mit Gitterstäben ist nicht weiter abgebildet, da sie schon in den Abbildungen von Helgoland Taf. III vorliegt, und es braucht nur erwähnt zu werden, daß die Larven mit dem Gitterstab des Scheitels aus dem Mittelmeer und Adriatischen Meer zuletzt auch die Querarme des Scheitels erhalten.

#### Taf. IX.

Fig. 1. Junge Holothurie mit Kalkrädchen. *a* Darmcanal, *c* Ringcanal, *c'* polische Blase, *e* Kalkstücke, *g* Canal aus dem Ringcanal zur Körperwand, *kk* die pulsirenden Rosetten, *m* Profil der Muskeln, welche sich wellig bewegen. Fig. 1+ eine der 4 pulsirenden Rosetten besonders.

Fig. 2. Kalkring und Tentakeln einer ähnlichen jungen Holothurie. *c* Ringcanal, *c'* Äste desselben zu den Tentakeln, *c''* Äste desselben zu den Bläschen mit Doppelkörnern, *c'''* polische Blase, *d* Bläschen mit Doppelkörnern.

Fig. 3. Eine sporadische Seeigellarve, wahrscheinlich von *Echinus lividus*. Triest, 1851 Herbst. Der Scheitel der Larve ist eingesunken und die oberen Enden der Kalkstäbe sind abgebrochen und liegen im Scheitel. *a* Mund, *a'* Schlund, *b* Magen, *c* Seeigelscheibe mit dem darunter liegenden Tentakelstern, *c'* der vom Tentakelstern

der Seeigelscheibe entspringende Canal, der zum Rückenporus der Larve geht; *f* Wimperepauletten, *A* vordere Arme, *B* hintere Seitenarme, *F* hintere Arme, oder Arme des Mundgestells, *E* Nebenarme des Mundgestells.

Fig. 4. Die Seeigelscheibe besonders. *a* Ringcanal nahe der Mitte, *b* aus dem Ringcanal entspringender Canal zum Rückenporus, *c* die aus dem Ringcanal entspringenden 5 Tentakelcanäle, *d* Mündungen auf der Seeigelscheibe für den Austritt der Tentakeln, *e* gelbes Pigment der Seeigelscheibe.

Fig. 5. Tornaria,  $\frac{11}{20}$  groß. *a* Mund, *b* Schlund, *c* Magen, *d'* Darm, *e* After, *f* Muskel nach dem mit den zwei dunkeln Pigmentflecken oder Augenpunkten versehenen Ende des Körpers *h*, welches beim Schwimmen nach vorn gerichtet ist; *g* contractiler Sack, von dem Rückenporus *g'* entspringend; von diesem Sack entspringt der Muskel *f*. — *i* einer der zwei contractilen Säcke, welche auf dem Magen aufliegen, wahrscheinlich Fortsetzung von *g*. — *x* dorsale Wimperschnur, *x'* ventrale Wimperschnur, *y* der Wimperkreis mit größeren Wimpern.

Fig. 6. Dieselbe Larve auf den Rücken angesehen. *c* Magen, *d* Darm, *e* After, *g* contractiler Sack, von dem Rückenporus *g'* ausgehend; *ii* contractile Säcke, den Magen umfassend; *f* Muskel vom contractilen Sack *g* zum oculirten Ende *h* der Larve; *x* dorsale Wimperschnur, *y* Wimperreifen.

Fig. 7. Gestalt, welche das Thier nach 24 Stunden angenommen hatte. Die Ansicht ist dorsal. Bezeichnung wie fig. 6.

Fig. 8. Ei von *Thyone fusus* mit dem Canal in der Eihülle.

Fig. 9. Ei von *Holothuria tubulosa* mit dem Canal in der Eihülle.







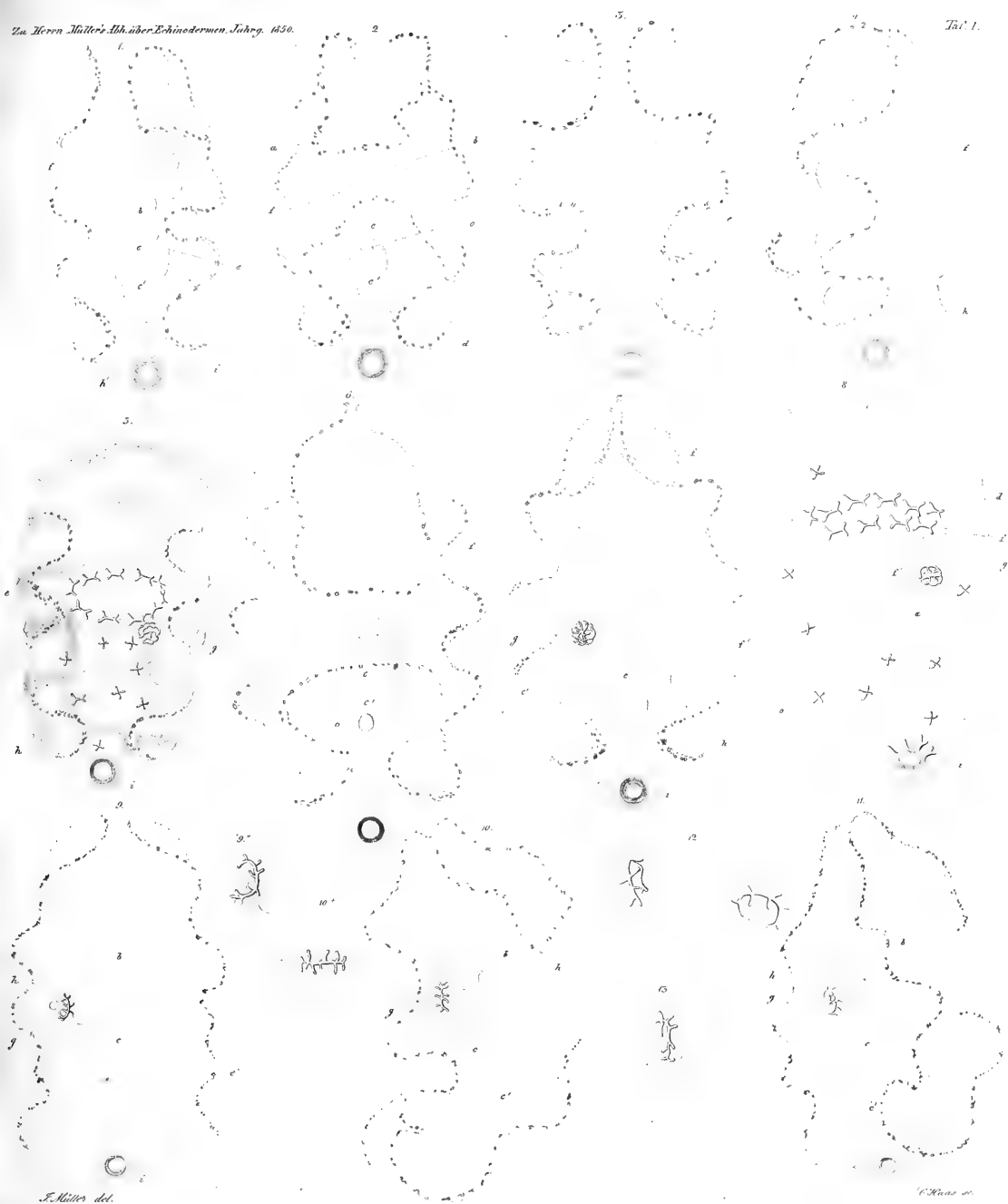






Fig. 1.

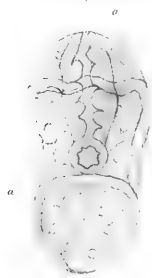


Fig. 1.



Fig. 2.



Fig. 1.



Fig. 1.



Fig. 6.



Fig. 8.



Fig. 10.



Fig. 9.



Fig. 12.



Fig. 11.



Fig. 15.





Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.



Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

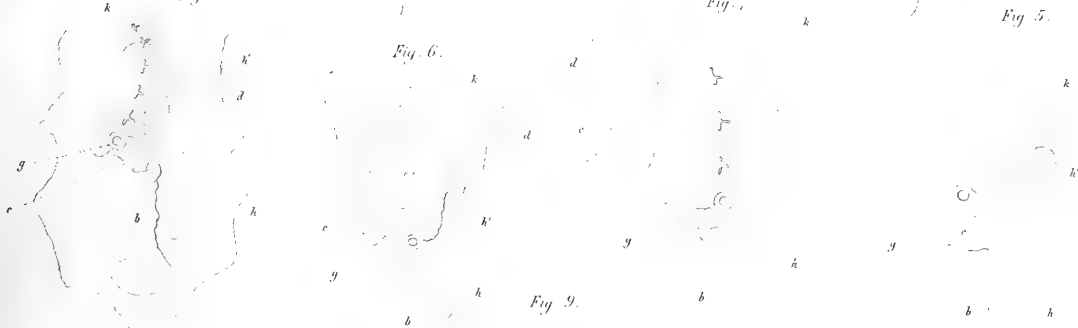


Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

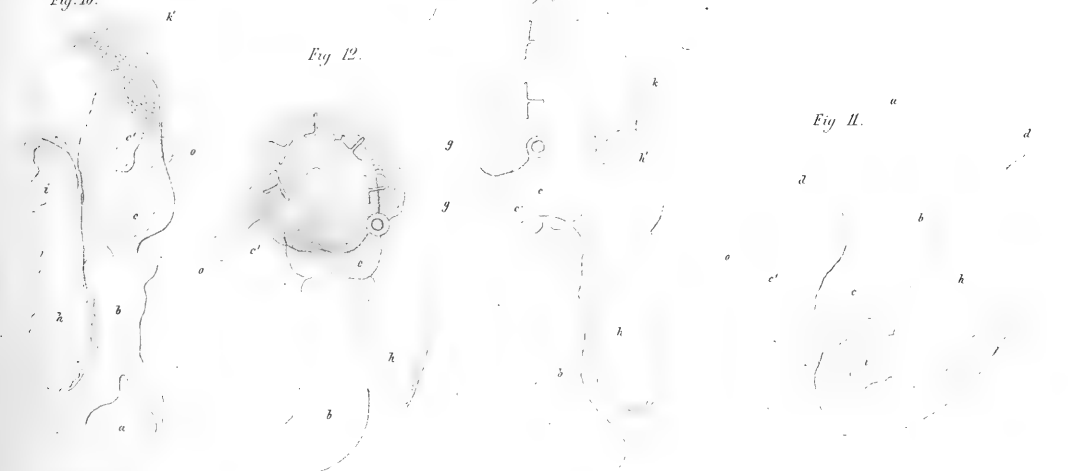




Fig. 1



Fig. 2



Fig. 3



Fig. 5



Fig. 4



Fig. 8

Fig. 6

Fig. 9

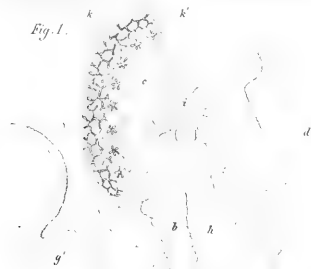


Fig. 10

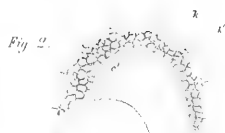




*Fig. 1.*



*Fig. 2.*



*Fig. 3.*



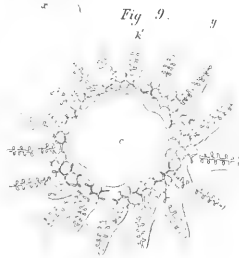
*Fig. 4.*



*Fig. 5.*



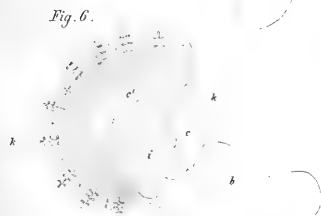
*Fig. 9.*



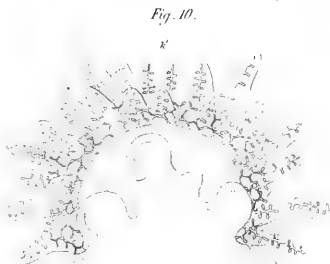
*Fig. 5.*



*Fig. 6.*



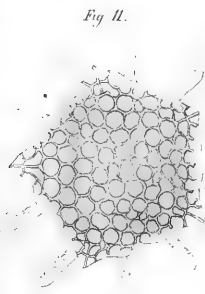
*Fig. 10.*



*Fig. 7.*



*Fig. 11.*



*Fig. 12.*







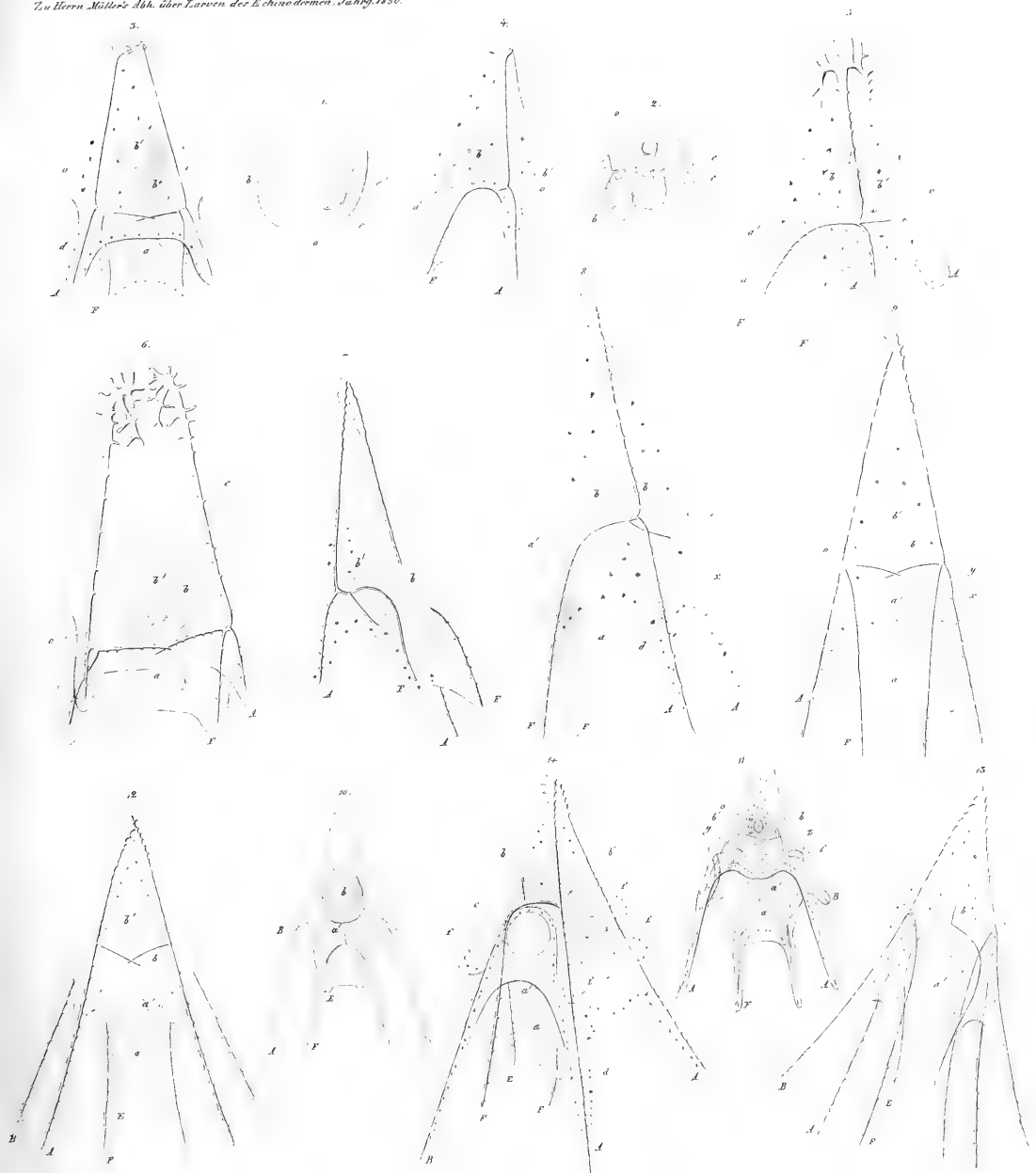












Fig. 9.

Fig. 3.

Fig. 7.

Fig. 5.

Fig. 2.

Fig. 5.

Fig. 1.

Fig. 6.

Fig. 4.

Fig. 1<sup>a</sup>.





Mathematische  
A b h a n d l u n g e n  
der  
Königlichen  
Akademie der Wissenschaften  
zu Berlin.

---

Aus dem Jahre  
1850.

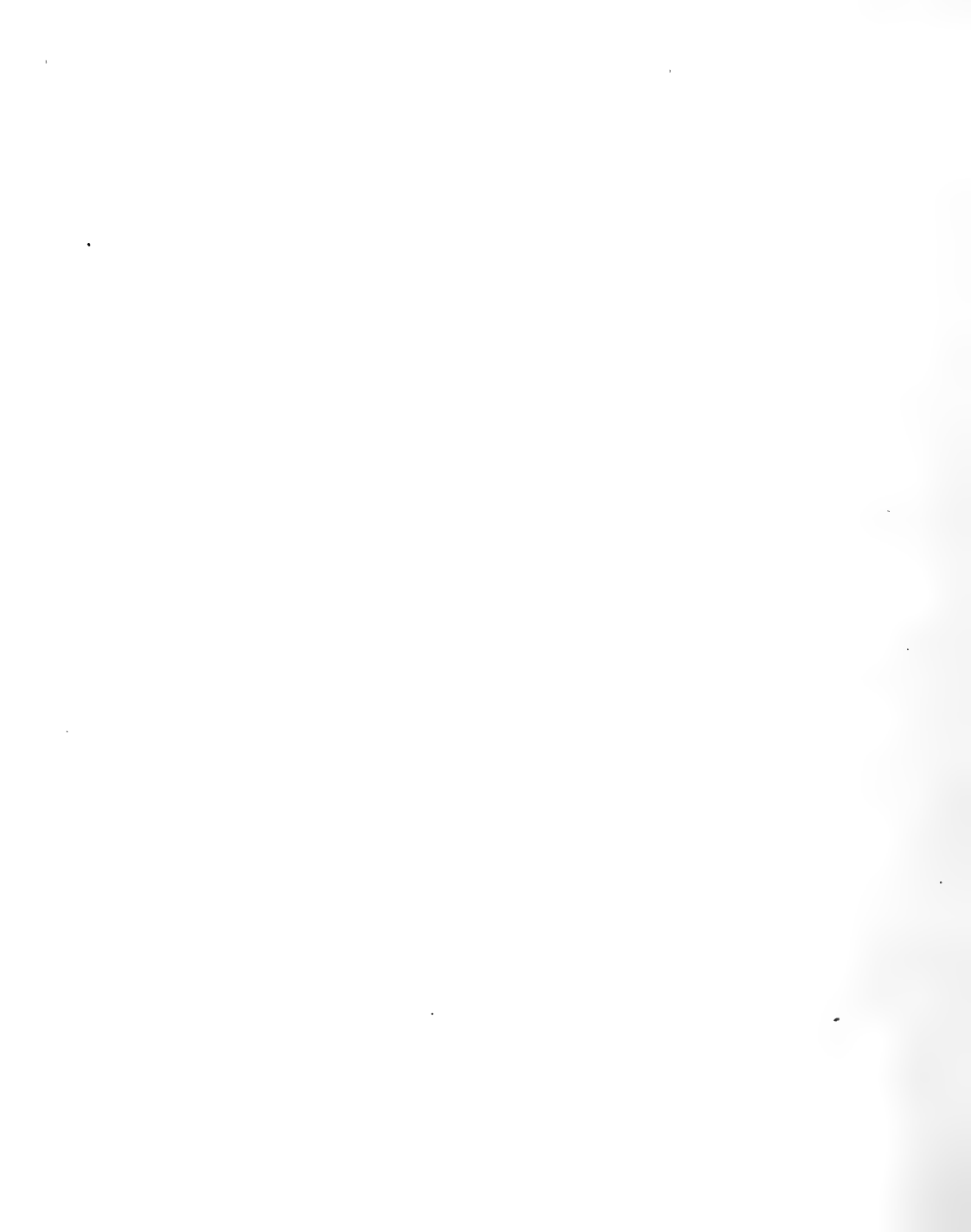
---

Berlin.  
Gedruckt in der Druckerei der Königlichen Akademie  
der Wissenschaften.

1852.

---

In Commission in F. Dümmler's Buchhandlung.



# I n h a l t.



|                                                                                                                                                                                                               |         |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------|
| ✓ RICHELOT: Eine neue Lösung des Problems der Rotation eines festen Körpers<br>um einen Punkt .....                                                                                                           | Seite 1 |
| CRELLE: Zur Statik unfester Körper. An dem Beispiele des Drucks der Erde auf<br>Futtermauern .....                                                                                                            | - 61    |
| LEJEUNE DIRICHLET über einen neuen Ausdruck zur Bestimmung der Dichtigkeit<br>einer unendlich dünnen Kugelschale, wenn der Werth des Po-<br>tentials derselben in jedem Punkte ihrer Oberfläche gegeben ist - | 99      |





# Eine neue Lösung des Problems der Rotation eines festen Körpers um einen Punkt.

Von  
H<sup>rn</sup>. RICHELOT.

[Vorgelegt in der Akademie der Wissenschaften am 26. Februar 1851.]

In dieser Abhandlung werden die Grundgleichungen der Lösung des Problems der Rotation eines Körpers aus einer neuen Quelle abgeleitet, unter der Voraussetzung, daß die Beschaffenheit der auf denselben wirkenden Kräfte überhaupt die Anwendung der Methode der Variation der Constanten zuläßt. Zu der Gattung solcher Bewegungen gehört bekanntlich die Drehung eines Weltkörpers um seinen Schwerpunkt, indem der seine Bahnbewegung bedingende Centralkörper, ebenso wie seine Trabanten, auf jene Drehung nur einen Einfluß der genannten Art ausüben. Es lassen sich daher aus den Grundgleichungen des allgemeinen Problems der Rotation z. B. bei unserer Erde die Formeln für die Nutation der Erdachse, und die Präcession der Nachtgleichen ableiten, deren Aufstellung dem vorigen Jahrhundert zur unsterblichen Zierde gereicht.

Nachdem Lagrange seine allgemeine Theorie der Variation der Constanten der Elemente eines Planeten, welche er in den Acten der Academie für die Jahre 1781 und 1782 niedergelegt hatte, und wodurch die frühern Arbeiten Euler's über diesen Gegenstand vervollständigt waren, fast zu gleicher Zeit mit Laplace, durch eine neue Methode ersetzt hatte, worin die sogenannte Störungsfunktion nicht nach den Coordinaten des gestörten Planeten, sondern nach den Elementen seiner ungestörten Bahn partiell differentiiert wird, und nachdem darauf derselbe große Geometer dieselbe Methode auf alle Probleme der Dynamik übertragen, ist sie bisher im Wesentlichen nicht vervollkommenet worden. — Jedoch gelang es Poisson, bald nachdem Lagrange sein Mémoire dem Institut vorgelegt hatte, dieselben allgemeinen Störungsgleichungen in schon aufgelöster Form aus einer völlig

*Math. Kl.* 1850.

A

neuen und versteckten Quelle abzuleiten, und dadurch einen, wenn gleich erst bedeutend später gehörig verstandenen und genügend gewürdigten Fortschritt, nicht nur in der Behandlung aller derartigen dynamischen Aufgaben, sondern auch in der Integration der Differential-Gleichungen überhaupt zu veranlassen. In seiner hierauf bezüglichen berühmten Abhandlung über die Variation der Constanten in den Problemen der Dynamik, welche er dem Institut schon im Jahre 1809 vorlegte, wendet er seine Art der Ableitung der Störungsgleichungen auf zwei Beispiele an, auf die elliptische Bewegung eines Planeten und auf die der Rotation eines Körpers, mit welcher ich mich hier beschäftigen werde. Poisson legt darin die von Euler in seiner *theoria motus corporum solidorum* gegebene Lösung der Differentialgleichungen der Rotation eines Körpers, auf welchen gar keine äußern Kräfte wirken, zum Grunde, variirt die sechs darin vorkommenden willkürlichen Constanten, und findet dann eine merkwürdige Analogie zwischen den Störungsgleichungen dieses und des vorher behandelten Problems der elliptischen Bewegung eines Planeten, welche auf einer correspondirend analogen Bedeutung der sechs willkürlichen Constanten in den Integralgleichungen beider Probleme beruht. Diese Constanten sind mit der dort benutzten Bezeichnung folgende:

- $h$ , die in der Gleichung der lebendigen Kräfte vorkommende Constante,
- $l$ , die der Zeit hinzuzufügende Constante,
- $k$ , die Summe der in Bezug auf die Principalebene der Projection genommenen Projectionen derjenigen Flächenräume, welche von den aus dem festen Centrum, bei dem ersten Problem nach dem sich bewegenden Centrum, und bei dem letztern nach allen Molecülen des Körpers gezogenen Radienvectoren, bestrichen werden, multiplicirt respective in die Massen dieser Molecüle, wobei zu merken, daß diese Summe gerade für diese Ebene, welche im erstern Problem Ebene der Bahn, im letztern invariable Ebene genannt wird, einen größern Werth erhält als für alle andern,
- $\gamma$ , die Neigung der Principalebene der Projection gegen eine feste Ebene,
- $\alpha$ , die Länge des Knotens beider Ebenen auf der festen Ebene von einer angenommenen Linie an gezählt,
- $g$ , die zu einem in der Principalebene der Projection gezählten Winkel, welcher im ersten Problem die wahre Anomalie des Planeten ist, und

im letztern zwischen dem Knoten jener Ebene mit einer sogenannten Hauptebene des Körpers und einer angenommenen Linie gebildet wird, hinzutretende Constante.

In seiner schönen Abhandlung über die Bewegung der Erde um ihren Schwerpunkt, hat Poisson die Correlation der 6 Constanten beider Probleme noch weiter verfolgt. Jedoch giebt es einen andern Gesichtspunkt für eine gleichartige Behandlung beider Probleme, auf welchen man geführt wird, wenn man die bei hinzutretenden äußern Kräften aus der Theorie der Variation der Constanten sich ergebenden Störungsgleichungen unter die einfachste Form bringt.

Schon Lagrange hat in der V. Section des zweiten Theils seiner analytischen Mechanik die wichtige Bemerkung gemacht, daß bei einem System von materiellen Punkten, auf welche nach drei auf einander senkrechten Coordinaten-Achsen (ebenso wie bei den Problemen, in denen eine so genannte Störungsfunktion existirt) solche Kräfte wirken, welche die partiellen Differentialquotienten einer und derselben Function, Kräftefunction genannt, nach den respectiven Coordinaten der Punkte sind, die dem Anfangswerthe der Zeit entsprechenden Werthe der Coordinaten, und der nach den drei Achsen zerlegten Geschwindigkeiten die Eigenschaft besitzen, als willkürliche Constanten der Integralgleichungen des Problems betrachtet, besonders einfache Störungsgleichungen mit sich zu führen. In der That wird dafür das Differential eines jeden Anfangswerths der Coordinaten nach der Zeit dem partiellen Differentialquotienten der Störungsfunktion nach dem entsprechenden Anfangswerthe der Geschwindigkeitscomponente gleich, und das Differential eines jeden Anfangswerths dieser Componenten nach der Zeit, stimmt mit dem entgegengesetzten Werthe des partiellen Differentialquotienten der Störungsfunktion nach dem entsprechenden Anfangswerthe der Coordinate überein.

In den Monatsberichten der Academie vom Jahre 1838 hat Jacobi zuerst dieselbe einfache Form der Störungsgleichungen sowohl auf den Fall ausgedehnt, wobei die Kräftefunction die Zeit explicite enthält, als auch namentlich gezeigt, daß für die Bewegung eines nicht mehr freien, sondern gegebenen Bedingungsgleichungen unterworfenen Systems von materiellen Punkten, statt der Anfangswerthe der Variablen, die Anfangswerthe der diesen Bedingungsgleichungen identisch genügenden Variablen in diese Form

der Störungsgleichungen eingeführt, endlich aber auch für den Fall der Planetenbewegung, sechs andere Elemente als die gewöhnlichen angegeben, welche jedoch von diesen wenig abweichen und welche dieselben und damit zusammenhängende Eigenschaften mit den Anfangswerthen der Coordinaten und Geschwindigkeitscomponenten gemein haben. An einem andern Orte, im fünften Bande der *Comptes rendus*, hat derselbe große Geometer auch die Quelle angegeben, aus welcher dieses und ähnliche Systeme von Elementen bei den übrigen Problemen der Dynamik fließen, indem er daselbst folgendes Theorem aufstellt:

Wenn die  $n$  Bewegungsgleichungen eines freien Systems materieller Punkte, deren Coordinaten  $x, y, z, x', y', z', \text{etc.}$  sind, die folgenden sind:

$$\begin{aligned}\frac{d^2x}{dt^2} &= m \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial \Omega}{\partial x} \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= m \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial \Omega}{\partial y} \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= m \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial \Omega}{\partial z} \text{ etc.}\end{aligned}$$

so daß  $m, m', \text{etc.}$  die Massen der respectiven Punkte,  $t$  die Zeit,  $U$  die Kräftefunction, und  $\Omega$  die Störungfunction bezeichnen, und es ist  $V$  die vollständige Lösung der partiellen Differential-Gleichung:

$$\sum \frac{1}{2m} \left\{ \left( \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial z} \right)^2 \right\} - U - h = 0$$

(wo das Summenzeichen auf alle Punkte des Systems ausgedehnt wird) mit den  $(n-1)$  willkürlichen Constanten:

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1},$$

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}, \tau$$

während

beliebige constante Größen bezeichnen, so sind nicht nur

$$\frac{\partial V}{\partial \alpha_1} = \beta_1, \quad \frac{\partial V}{\partial \alpha_2} = \beta_2, \dots, \quad \frac{\partial V}{\partial \alpha_{n-1}} = \beta_{n-1}, \quad \frac{\partial V}{\partial h} = t + \tau$$

die endlichen Integralgleichungen des ungestörten Problems, dessen Differentialgleichungen aus den obern dadurch folgen, daß man  $\Omega = 0$  setzt, mit den  $2n$  willkürlichen Constanten,

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, h,$$

$$\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_{n-1}, \tau,$$



sondern es besitzen diese Constanten auch außerdem die Eigenschaft, daß sie als Variable in das gestörte Problem eingeführt, auf folgende Differentialgleichungen führen:

$$\frac{d\alpha_1}{dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial \beta_1}, \quad \frac{d\alpha_2}{dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial \beta_2}, \quad \dots, \quad \frac{d\alpha_{n-1}}{dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial \beta_{n-1}}, \quad \frac{dh}{dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial \tau},$$

$$\frac{d\beta_1}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_1}, \quad \frac{d\beta_2}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_2}, \quad \dots, \quad \frac{d\beta_{n-1}}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_{n-1}}, \quad \frac{d\tau}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial h}$$

welches die oben erwähnte canonische Form der Störungsgleichungen ist.

Während Jacobi selbst keinen seiner Beweise dieses Theorems, welches mit der in seiner berühmten Abhandlung im 17. Bande des Crelleschen Journals auseinandergesetzten Hamilton-Jacobischen Theorie der Integration der dynamischen Gleichungen und der partiellen Differentialgleichungen aufs innigste zusammenhängt, bisher bekannt gemacht hat, findet man im dreizehnten Bande des Journal's von Liouville eine kurze Ableitung desselben von Hrn. Desboves, nebst seiner Anwendung auf die elliptische Bewegung des Planeten, wobei sich die von Jacobi oben erwähnten sechs Elemente ergeben.

Nach dem bisher Vorgetragenen bietet sich das Problem, auf die Rotation eines festen Körpers um einen Punkt diese eben auseinandergesetzte Theorie anzuwenden, von selbst dar. Ich habe mir daher die Aufgabe gestellt, auf diesem Wege ein ähnliches und analoge Systeme von Elementen bei dem Problem der Rotation, durch Anwendung des angeführten Theorems auf diesen Fall der nicht freien Bewegung, aufzufinden, und dadurch ein neues und wichtiges Beispiel dieser Theorie auszuführen. Es geht aus dem Vorigen ebenfalls hervor, daß dieser Zweck durch die Integration derjenigen partiellen Differentialgleichung erreicht wird, auf welche die Hamiltonsche Theorie in diesem Probleme führt.

Wenn es übrigens nur darauf ankäme, ein System von Elementen zu finden, welches die obige Eigenschaft besitzt, so kann man dasselbe aus den von Poisson am angeführten Orte aufgestellten Störungsgleichungen auch ohne Weiteres ableiten. Die dazu nöthige leichte Modification der oben angeführten sechs Constanten besteht darin, daß man an Stelle der Constanten  $h, -2t,$  setzt, und statt des Elements  $\gamma$ , die GröÙe  $\psi, = -\kappa \cos \gamma$  einführt. Bezeichnet man die partiellen Differentialquotienten der Störungsfuction nach den sechs Elementen:

$$t, \kappa, \psi, l, a, g,$$

durch hinzugefügte Klammern, so erhält man die Gleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Omega}{\partial h} &= -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right), \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \kappa} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \kappa} \right) - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \psi_1} \right) \cos \gamma, \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \gamma} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \psi_1} \right) \kappa \sin \gamma, \\ \frac{\partial \Omega}{\partial l} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial l} \right), \\ \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} \right), \\ \frac{\partial \Omega}{\partial g} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g} \right).\end{aligned}$$

Da außerdem die Gleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{dh}{dt} &= -2 \frac{dt_1}{dt} \\ \kappa \sin \gamma \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{d\psi_1}{dt} + \cos \gamma \frac{d\kappa}{dt}\end{aligned}$$

sich aus der Definition von  $t_1$  und  $\psi_1$  von selbst ergeben, so gehen die von Poisson gegebenen sechs Gleichungen:

$$\begin{aligned}\frac{dh}{dt} &= -2 \frac{\partial \Omega}{\partial l}, \\ \frac{dl}{dt} &= 2 \frac{\partial \Omega}{\partial h}, \\ \frac{d\kappa}{dt} &= \frac{\partial \Omega}{\partial g}, \\ \frac{d\alpha}{dt} &= -\frac{1}{\kappa \sin \gamma} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \gamma}, \\ \frac{dg}{dt} &= -\frac{\partial \Omega}{\partial \kappa} - \frac{\cos \gamma}{\kappa \sin \gamma} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \gamma}, \\ \frac{d\gamma}{dt} &= \frac{\cos \gamma}{\kappa \sin \gamma} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial g} + \frac{1}{\kappa \sin \gamma} \cdot \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha},\end{aligned}$$

sofort in folgende über:

$$\begin{aligned}\frac{dt_1}{dt} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial l} \right), \quad \frac{d\kappa}{dt} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g} \right), \quad \frac{d\psi_1}{dt} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} \right), \\ \frac{dl}{dt} &= -\left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right), \quad \frac{dg}{dt} = -\left( \frac{\partial \Omega}{\partial \kappa} \right), \quad \frac{d\alpha}{dt} = -\left( \frac{\partial \Omega}{\partial \psi_1} \right),\end{aligned}$$

welche die oben erwähnte Form haben.

Ganz dasselbe System wird sich aus der folgenden Analyse ergeben.

# I.

Die folgenden Betrachtungen stützen sich auf ein Theorem, welches dem obigen auf ein freies System von materiellen Punkten bezüglichen ganz analog ist und sich auf ein solches System bezieht, dessen Punkte gegebenen Bedingungen unterworfen sind. — Ich werde dasselbe ohne Beweis voraussetzen, da derselbe theils in der oben angeführten Abhandlung von Jacobi im 17. Bande des Crelleschen Journals begründet ist, theils ganz auf dieselbe Weise ausgeführt werden kann, deren sich Desboves in einem speciellern Fall, wie oben erwähnt, bedient hat. Dieses Theorem ist folgendes.

Wenn für ein System materieller Punkte, deren Coordinaten gegebenen Bedingungsgleichungen unterworfen sind, eine Kräftefunction, im obigen Sinne, gilt, und man führt die jenen Bedingungsgleichungen identisch Genüge leistenden Variablen

$$q_1, q_2, \dots$$

an Stelle der Coordinaten ein, so nehmen die Bewegungs-Gleichungen folgende Form an:

$$dt : dq_1 : dq_2 : \dots : dp_1 : dp_2 : \dots \\ = 1 : \frac{\partial(T-U)}{\partial p_1} : \frac{\partial(T-U)}{\partial p_2} : \dots : \frac{\partial(U-T)}{\partial q_1} : \frac{\partial(U-T)}{\partial q_2} : \dots$$

worin  $T$  die sich auf alle Punkte des Systems erstreckende Summe:

$$T = \sum \frac{m}{2} \left\{ \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right\}$$

in den Variablen:

$$q_1, q_2, \dots, \frac{dq_1}{dt} = q'_1, \frac{dq_2}{dt} = q'_2, \dots$$

ausgedrückt,  $U$  die Kräftefunction bezeichnet, und die Variablen  $p_1, p_2, \dots$  nach welchen zugleich mit den Variablen  $q_1, q_2, \dots$  die partielle Differentiation der Differenz  $(T - U)$  angestellt wird, durch die Gleichungen:

$$\frac{\partial T}{\partial q'_1} = p_1, \quad \frac{\partial T}{\partial q'_2} = p_2, \dots$$

bestimmt werden.

Substituiert man zweitens in der, nach Elimination der Größen  $q'_1, q'_2, \dots$ , durch die Größen  $q_1, q_2, \dots, p_1, p_2, \dots$  ausgedrückten Function  $T$ , an Stelle der Größen:

$$p_1, p_2, \dots$$

respective die partiellen Differentialquotienten einer noch zu bestimmenden Function  $V$ :

$$\left(\frac{\partial V}{\partial q_1}\right), \left(\frac{\partial V}{\partial q_2}\right), \dots$$

so besitzt die (im Lagrangischen Sinne) vollständige Lösung der partiellen Differential-Gleichung:

$$T - U + \left(\frac{\partial V}{\partial t}\right) = 0$$

die Eigenschaft, dafs:

$$p_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial q_1}\right), \quad p_2 = \left(\frac{\partial V}{\partial q_2}\right), \dots$$

$$\beta_1 = \left(\frac{\partial V}{\partial \alpha_1}\right), \quad \beta_2 = \left(\frac{\partial V}{\partial \alpha_2}\right), \dots$$

das System Integralgleichungen der Bewegung ist, worin  $\alpha_1, \alpha_2 \dots$  die willkürlichen Constanten der Lösung sind, und zugleich mit den Constanten  $\beta_1, \beta_2$ , die willkürlichen Constanten der Integralgleichungen werden.

Wenn drittens  $\Omega$  eine zur Kräftefunction hinzutretende ist, welche Störungsfunction genannt werden möge, so werden die Differentialgleichungen des gestörten Problems:

$$\begin{aligned} dt : dq_1 : dq_2 : \dots : dp_1 : dp_2 : \dots \\ = 1 : \frac{\partial (T - U - \Omega)}{\partial p_1} : \frac{\partial (T - U - \Omega)}{\partial p_2} : \dots : \frac{\partial (U + \Omega - T)}{\partial q_1} : \frac{\partial (U + \Omega - T)}{\partial q_2} : \dots \end{aligned}$$

durch Einführung der Variabeln

$$\alpha_1, \alpha_2, \dots \quad \beta_1, \beta_2, \dots$$

an Stelle der Variabeln

$$q_1, q_2, \dots \quad p_1, p_2, \dots$$

in ein System Differentialgleichungen von folgender einfacher Form, die mit der vorigen übereinstimmend ist, umgeformt:

$$\begin{aligned} dt : d\alpha_1 : d\alpha_2 : \dots : d\beta_1 : d\beta_2 : \dots \\ = 1 : \frac{\partial \Omega}{\partial \beta_1} : \frac{\partial \Omega}{\partial \beta_2} : \dots : -\frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_1} : -\frac{\partial \Omega}{\partial \alpha_2} : \dots \end{aligned}$$

welches die in der Einleitung erwähnte canonische Form der Störungsgleichungen ist.

## II.

In der nun folgenden Entwicklung der zum Problem der Rotation gehörigen Differentialgleichungen werde ich mich, so viel als möglich, den von Poisson in der oben erwähnten Abhandlung benutzten Bezeichnungen anschließen, dieselben jedoch hier kurz wiederholen. Es seien  $x, y, z$ , die rechtwinkligen Coordinaten eines Elements  $dm$ , der Masse des rotirenden Körpers, bezogen auf die drei Hauptachsen desselben, d. h. auf solche drei rechtwinklige Achsen, in Bezug auf welche die über den ganzen Körper ausgedehnten Integrale:

$$\iiint x, y, dm, \quad \iiint y, z, dm, \quad \iiint z, x, dm,$$

verschwinden. Die Coordinaten desselben Elements auf drei durch denselben Anfangspunkt der Coordinaten gelegte feste rechtwinklige Achsen bezogen, seien  $x, y, z$ . Die gegenseitige Lage beider Coordinaten-Systeme wird durch drei von einander unabhängige Größen bestimmt, welche die Grundvariablen des Problems sind, und den im Theoreme des Artikel I. vorkommenden Größen  $q_1, q_2, \dots$  in der Art entsprechen, daß die Coordinaten aller Punkte in Bezug auf das feste System durch sie ausgedrückt werden. Ich führe als solche drei Größen die allgemein üblichen Winkel  $\phi, \psi, \theta$  ein. Der erste derselben wird in der  $x, y$  Ebene, von der niedersteigenden Knotenlinie dieser Ebene auf der  $xy$  Ebene, bis zur positiven  $x$  Halbachse direct gezählt, der zweite in der  $xy$  Ebene von derselben Knotenlinie bis zur positiven  $x$  Halbachse ebenfalls direct genommen, und der dritte ist der kleinste Winkel zwischen den positiven  $z$  und  $z_1$  Halbachsen. Hierbei wird in beiden Coordinaten-Systemen die Aufeinanderfolge der drei positiven  $x, y, z$ , und  $x, y, z$  Halbachsen gleichartig vorausgesetzt, in der Art, daß für einen auf der  $xy$  Ebene zwischen den positiven  $x$  und  $y$  Halbachsen stehenden, an die positive  $z$  Halbachse sich anlehnenden Zuschauer die positive  $x$  Halbachse rechts, die positive  $y$  Halbachse links liegt, und dasselbe beim andern Coordinaten-System stattfindet. Diese in der Richtung von der Rechten zur Linken, von einem Radiusvector bis zu einem andern, genommene Zählung eines Winkels nenne ich die directe Zählung vom ersten bis zum zweiten Radiusvector, sowohl in der  $xy$  Ebene, als auch in der  $x, y, z$  Ebene, und niedersteigende Knotenlinie der  $x, y, z$  Ebene auf der

$xy$  Ebene diejenige Hälfte der Schnittlinie beider Ebenen, durch welche man bei directer Zählung auf der  $x, y$ , Ebene hindurchzählt, wenn man aus dem Raume des  $xyz$  Systems, worin die positive  $z$  Halbachse liegt, in den andern übergeht.

Ich halte diese genaue Interpretation dieser drei Winkel, obgleich sie im Wesentlichen mit der von Poisson angenommenen übereinstimmt, des Folgenden halber für nöthig, und auch die nun folgende Bestimmung der 9 Transformations- Coëfficienten durch diese drei Winkel nicht für überflüssig. Es seien die 3 Transformationsformeln zwischen beiden rechtwinkligen Coordinatensystemen:

$$(1) \quad \begin{cases} x = a_1 x_1 + b_1 y_1 + c_1 z_1, \\ y = a_2 x_1 + b_2 y_1 + c_2 z_1, \\ z = a_3 x_1 + b_3 y_1 + c_3 z_1. \end{cases}$$

Trägt man auf den drei positiven  $x, y, z$ , Halbachsen vom Anfangspunkt  $O$  aus die Längeneinheit auf, so sind die 3 Coordinaten der drei Endpunkte, welche auf der  $x$ , Halbachse  $A$ , auf der  $y$ , Halbachse  $B$ , und auf der  $z$ , Halbachse  $C$  sein mögen, respective:

$$\begin{array}{ccc} a, & a_1, & a_2, \\ b, & b_1, & b_2, \\ c, & c_1, & c_2. \end{array}$$

die Projection von  $OC$  auf die  $z$  Achse ist  $= \cos \theta$ , und auf die  $xy$  Ebene  $= \sin \theta$ , und letztere von der niedersteigenden Knotenlinie der  $x, y$ , Ebene auf der  $xy$  Ebene, um  $90^\circ$  in directer Richtung, also von der positiven  $x$  Halbachse um  $90^\circ - \psi$  in derselben Richtung entfernt. Hieraus folgen aus der Definition von sinus und cosinus die Formeln:

$$\begin{aligned} c_2 &= \cos \theta, \\ c_1 &= \sin \theta \cos \psi, \\ c &= \sin \theta \sin \psi. \end{aligned}$$

Aus denselben Betrachtungen, da die für die  $x, y$ , Ebene niedersteigende Knotenlinie auf der  $xy$  Ebene, um  $180^\circ$  auf der  $x, y$ , Ebene von der niedersteigenden Knotenlinie der  $xy$  Ebene entfernt ist, leitet man die Formeln ab:

$$\begin{aligned} b_2 &= -\sin \theta \cos \phi, \\ a_2 &= -\sin \theta \sin \phi. \end{aligned}$$

Da beide Systeme gleichartig sind, so ist der Inhalt der Projection des Dreiecks  $OAB$  auf die  $xy$  Ebene

$$= \pm c_2,$$

jenachdem  $\theta$  kleiner oder größer als  $90^\circ$  ist. Da nun die Coordinaten der Projectionen von  $A$  und  $B$  auf die  $xy$  Ebene respective:

$$a \text{ und } a_1, \quad b \text{ und } b_1$$

sind, so ist dieselbe Projection unter derselben respectiven Bedingung

$$= \pm (ab_1 - ba_1),$$

daher hat man die Gleichung:

$$c_2 = ab_1 - ba_1.$$

Ebenso ergeben sich für zwei gleichartige Systeme die Gleichungen:

$$\begin{cases} a = b_1 c_2 - b_2 c_1, \\ b_1 = c_2 a - a_2 c, \end{cases} \quad \begin{cases} b = c_1 a_2 - c_2 a_1, \\ a_1 = b_2 c - b c_2, \end{cases}$$

aus deren ersten beiden  $a$  und  $b_1$ , nämlich:

$$a = -\frac{b_2 c_1 + a c c_2}{1 - c_1^2} = \cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi \cos \theta,$$

$$b_1 = -\frac{a_2 c + b_2 c_1 c_2}{1 - c_1^2} = \sin \phi \sin \psi + \cos \phi \cos \psi \cos \theta,$$

so wie aus den letzten beiden  $b$  und  $a_1$ , nämlich:

$$b = \frac{a_2 c_1 - b_2 c c_2}{1 - c_2^2} = -\sin \phi \cos \psi + \cos \phi \sin \psi \cos \theta,$$

$$a_1 = \frac{b_2 c - a_2 c_1 c_2}{1 - c_2^2} = -\cos \phi \sin \psi + \sin \phi \cos \psi \cos \theta,$$

bestimmt werden.

Wenn man die Gleichungen (1), in denen  $x, y, z$ , von der Zeit unabhängig sind, nach ihr differentiirt, so erhält man die Formeln:

$$\frac{dx}{dt} = x_1 \frac{da}{dt} + y_1 \frac{db}{dt} + z_1 \frac{dc}{dt},$$

$$\frac{dy}{dt} = x_1 \frac{da_1}{dt} + y_1 \frac{db_1}{dt} + z_1 \frac{dc_1}{dt},$$

$$\frac{dz}{dt} = x_1 \frac{da_2}{dt} + y_1 \frac{db_2}{dt} + z_1 \frac{dc_2}{dt},$$

und daher, mit Benutzung der oben angeführten Eigenschaft des Hauptachsensystems, die Gleichung:

$$\begin{aligned}
 T &= \frac{1}{2} \iiint d m_1 \left\{ \left( \frac{d x}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d y}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d z}{d t} \right)^2 \right\} \\
 &= \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{d a}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d a_1}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d a_2}{d t} \right)^2 \right\} \iiint x^2 d m_1 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{d b}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d b_1}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d b_2}{d t} \right)^2 \right\} \iiint y^2 d m_1 \\
 &\quad + \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{d c}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d c_1}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d c_2}{d t} \right)^2 \right\} \iiint z^2 d m_1.
 \end{aligned}$$

Die zwischen den 9 Coëfficienten der Formeln (1) bestehenden 6 Bedingungengleichungen:

$$\begin{aligned}
 b c + b_1 c_1 + b_2 c_2 &= 0, \\
 c a + c_1 a_1 + c_2 a_2 &= 0, \\
 a b + a_1 b_1 + a_2 b_2 &= 0, \\
 a^2 + a_1^2 + a_2^2 &= 1, \\
 b^2 + b_1^2 + b_2^2 &= 1, \\
 c^2 + c_1^2 + c_2^2 &= 1,
 \end{aligned}$$

führen, nach der Zeit differentiiert, auf folgende Formeln, in welchen  $p, q, r$  der Kürze halber eingeführt sind:

$$\begin{aligned}
 c \frac{d b}{d t} + c_1 \frac{d b_1}{d t} + c_2 \frac{d b_2}{d t} &= - \left( b \frac{d c}{d t} + b_1 \frac{d c_1}{d t} + b_2 \frac{d c_2}{d t} \right) = p, \\
 a \frac{d c}{d t} + a_1 \frac{d c_1}{d t} + a_2 \frac{d c_2}{d t} &= - \left( c \frac{d a}{d t} + c_1 \frac{d a_1}{d t} + c_2 \frac{d a_2}{d t} \right) = q, \\
 b \frac{d a}{d t} + b_1 \frac{d a_1}{d t} + b_2 \frac{d a_2}{d t} &= - \left( a \frac{d b}{d t} + a_1 \frac{d b_1}{d t} + a_2 \frac{d b_2}{d t} \right) = r, \\
 a \frac{d a}{d t} + a_1 \frac{d a_1}{d t} + a_2 \frac{d a_2}{d t} &= 0, \\
 b \frac{d b}{d t} + b_1 \frac{d b_1}{d t} + b_2 \frac{d b_2}{d t} &= 0, \\
 c \frac{d c}{d t} + c_1 \frac{d c_1}{d t} + c_2 \frac{d c_2}{d t} &= 0.
 \end{aligned}$$

Da nun die Gleichung

$$\begin{aligned}
 &\left( \frac{d a}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d a_1}{d t} \right)^2 + \left( \frac{d a_2}{d t} \right)^2 \\
 &= \left( a \frac{d a}{d t} + a_1 \frac{d a_1}{d t} + a_2 \frac{d a_2}{d t} \right)^2 + \left( b \frac{d a}{d t} + b_1 \frac{d a_1}{d t} + b_2 \frac{d a_2}{d t} \right)^2 + \left( c \frac{d a}{d t} + c_1 \frac{d a_1}{d t} + c_2 \frac{d a_2}{d t} \right)^2,
 \end{aligned}$$



wegen der Eigenschaften der 9 Coëfficienten der Formeln (1) identisch ist, so erhält man, mit Benutzung der vorigen Formeln, folgende:

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 + \left(\frac{da_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{da_2}{dt}\right)^2 = q^2 + r^2,$$

und ebenso:

$$\left(\frac{db}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{db_2}{dt}\right)^2 = r^2 + p^2,$$

$$\left(\frac{dc}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dc_2}{dt}\right)^2 = p^2 + q^2,$$

und daher, wenn man außerdem:

$$\iiint dm_1 (y_1^2 + z_1^2) = A,$$

$$\iiint dm_1 (z_1^2 + x_1^2) = B,$$

$$\iiint dm_1 (x_1^2 + y_1^2) = C,$$

setzt, also durch  $A, B, C$  die drei Momente der Trägheit des Körpers in Bezug auf seine drei Hauptachsen bezeichnet, folgenden Ausdruck für  $T$ :

$$(2) \quad T = \frac{1}{2} (App + Bqq + Crr).$$

Zur Bildung der im Artikel I. näher bezeichneten partiellen Differentialgleichung muß  $T$  durch die 6 Gröfsen:

$$\phi, \psi, \theta, \frac{d\phi}{dt}, \frac{d\psi}{dt}, \frac{d\theta}{dt},$$

und dann, wenn man der Kürze halber die drei letztern durch:

$$\phi', \psi', \theta',$$

bezeichnet, durch die 6 Gröfsen

$$\phi, \psi, \theta, \phi_1, \psi_1, \theta_1,$$

ausgedrückt werden, wobei:

$$\phi_1 = \frac{\partial T}{\partial \phi}, \quad \psi_1 = \frac{\partial T}{\partial \psi}, \quad \theta_1 = \frac{\partial T}{\partial \theta},$$

gesetzt ist. Nun erhält man aus den obigen Ausdrücken für die 9 Coëfficienten durch Substitution in den Ausdrücken für  $p, q, r$ , folgende Formeln:

$$(3) \quad \begin{aligned} p &= \psi' \sin \phi \sin \theta - \theta' \cos \phi, \\ q &= \psi' \cos \phi \sin \theta + \theta' \sin \phi, \\ r &= -\psi' \cos \theta + \phi', \end{aligned}$$

und daher die gesuchten Ausdrücke für  $\phi_1$ ,  $\psi_1$ ,  $\theta_1$ :

$$\begin{aligned}\phi_1 &= Ap \frac{\partial p}{\partial \phi'} + Bq \frac{\partial q}{\partial \phi'} + Cr \frac{\partial r}{\partial \phi'} = Cr, \\ \psi_1 &= Ap \frac{\partial p}{\partial \psi'} + Bq \frac{\partial q}{\partial \psi'} + Cr \frac{\partial r}{\partial \psi'} = Ap \sin \phi \sin \theta + Bq \cos \phi \sin \theta - Cr \cos \theta, \\ \theta_1 &= Ap \frac{\partial p}{\partial \theta'} + Bq \frac{\partial q}{\partial \theta'} + Cr \frac{\partial r}{\partial \theta'} = -Ap \cos \phi - Bq \sin \phi.\end{aligned}$$

Wenn man die hieraus folgenden Ausdrücke für  $p$ ,  $q$ ,  $r$  durch  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$ ,  $\phi_1$ ,  $\psi_1$ ,  $\theta_1$ , nämlich:

$$\begin{aligned}Cr &= \phi_1, \\ Bq &= (\phi_1 \cos \theta + \psi_1) \frac{\cos \phi}{\sin \theta} + \theta_1 \sin \phi, \\ Ap &= (\phi_1 \cos \theta + \psi_1) \frac{\sin \phi}{\sin \theta} - \theta_1 \cos \phi,\end{aligned}$$

in den Ausdruck (2) hineinsubstituiert, und statt der drei Größen:

$$\phi_1, \psi_1, \theta_1,$$

respective

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \phi}, \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \psi}, \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \theta},$$

setzt, so führt die Gleichung

$$0 = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t} + T,$$

in welche die im Artikel I. angeführte partielle Differential-Gleichung, für den Fall daß  $U = 0$  ist, übergeht, auf folgende zum Problem des rotirenden Körpers, auf welchen keine äußern Kräfte wirken, gehörige partielle Differential-Gleichung:

$$\begin{aligned}(5) \quad 0 &= \frac{1}{2A} \left\{ \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \phi} \cos \theta + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \psi} \right) \cdot \frac{\sin \phi}{\sin \theta} - \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \theta} \cos \phi \right\}^2 \\ &+ \frac{1}{2B} \left\{ \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \phi} \cos \theta + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \psi} \right) \cdot \frac{\cos \phi}{\sin \theta} + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \theta} \sin \phi \right\}^2 \\ &+ \frac{1}{2C} \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \phi} \right)^2 + \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t},\end{aligned}$$

zu deren Auflösung ich zuvörderst folgende allgemeinere Betrachtung vorschicke.

### III.

Die allgemeinen Methoden der Integration der partiellen Differential-Gleichungen erster Ordnung mit mehrern Variabeln findet man bekanntlich in der schon erwähnten Abhandlung des 17ten Bandes des Crelleschen Journals, worin Jacobi seine wichtigen Forschungen, welche nach den Arbeiten Pfaff's den ersten wahren Fortschritt in diesem Gebiete enthalten, niedergelegt hat. Im vorliegenden Fall jedoch erlaubt es die besondere Natur der zu integrierenden partiellen Differential-Gleichung, dieselbe auf eine solche mit zwei unabhängigen Variabeln zurückzuführen, welche sich nach der bekannten von Lagrange herstammenden Methode auflösen. Man bemerkt nämlich sofort, daß die beiden Variablen  $t$  und  $\psi$  selbst in der Gleichung (5) fehlen, und nur die partiellen Differential-Quotienten nach ihnen vorkommen. Ebenso fehlt die Function  $V$  selbst in der Gleichung (5). Daher kann man der Lösung die in Bezug auf die Variablen  $t$  und  $\psi$  lineäre Form

$$V = W - tt_1 + \psi\psi_1$$

geben, worin  $W$  die Variablen  $t$  und  $\psi$  nicht mehr enthält, und  $t_1$  sowie  $\psi_1$  zwei von den zur vollständigen Lösung nöthigen willkürlichen Constanten bedeuten. Man erhält dann, mit Rücksicht auf die aus der Form (6) folgenden Gleichungen:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -t_1, \quad \frac{\partial V}{\partial \psi} = \psi_1, \quad \frac{\partial V}{\partial \phi} = \frac{\partial W}{\partial \phi}, \quad \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\partial W}{\partial \theta},$$

folgende zur Bestimmung der Function  $W$  gehörige partielle Differential-Gleichung:

$$(7) \quad \begin{aligned} 0 &= \frac{1}{2A} \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial \phi} \cos \theta + \psi_1 \right) \cdot \frac{\sin \phi}{\sin \theta} - \frac{\partial W}{\partial \theta} \cos \phi \right\}^2 \\ &+ \frac{1}{2B} \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial \phi} \cos \theta + \psi_1 \right) \cdot \frac{\cos \phi}{\sin \theta} + \frac{\partial W}{\partial \theta} \sin \phi \right\}^2 \\ &+ \frac{1}{2C} \left( \frac{\partial W}{\partial \phi} \right)^2 + t_1. \end{aligned}$$

Da hierin nur zwei unabhängige Variable  $\phi$  und  $\theta$ , und  $\frac{\partial W}{\partial \phi}$ ,  $\frac{\partial W}{\partial \theta}$ , nicht aber  $W$  selbst, vorkommen, so führt man bekanntlich die Auflösung auf die Bestimmung einer Integralgleichung eines Systems gewöhnlicher Differential-

Gleichungen und eine Quadratur zurück. Dies geschieht hier auf folgende Weise. Wenn man der Übersicht halber wieder:

$$\frac{\partial W}{\partial \phi} = \phi_1, \quad \frac{\partial W}{\partial \theta} = \theta_1,$$

setzt, so hat man, aufser der durch die Substitution dieser Werthe in die Gleichung (7) hervorgehenden einen Gleichung zwischen:

$$\phi, \theta, \phi_1, \theta_1,$$

die ich der Kürze wegen durch:

$$(8) \quad F = 0$$

bezeichnen will, noch eine zweite von der Beschaffenheit zu suchen, dafs die aus beiden bestimmten Ausdrücke von  $\phi_1$  und  $\theta_1$  durch  $\phi$  und  $\theta$ , in den Ausdruck:

$$\phi_1 d\phi + \theta_1 d\theta$$

substituirt, denselben in ein exactes Differential umgestalten. Setzt man daher die zu suchende Gleichung, welche, um die vollständige Lösung der partiellen Differential-Gleichung (7) zu liefern, noch eine willkürliche Constante enthalten mufs, unter der Form, worin sie nach der letztern aufgelöst erscheint:

$$(9) \quad f(\phi, \theta, \phi_1, \theta_1) = n,$$

so erhält man, nach Substitution der aus den Gleichungen (8) und (9) hervorgehenden Werthe von  $\phi_1$  und  $\theta_1$  in dieselben Gleichungen, identische, deren partielle Differentiation nach  $\phi$  und  $\theta$  auf folgende Gleichungen führt:

$$F' \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \phi} + F' \theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \phi} + F' \phi = 0,$$

$$F' \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} + F' \theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta} + F' \theta = 0,$$

$$f' \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \phi} + f' \theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \phi} + f' \phi = 0,$$

$$f' \phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} + f' \theta_1 \frac{\partial \theta_1}{\partial \theta} + f' \theta = 0.$$

Eliminirt man aus der ersten und dritten dieser Gleichungen  $\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta}$ ; und aus der zweiten und vierten  $\frac{\partial \theta_1}{\partial \phi}$ , so erhält man folgende zwei Gleichungen:

$$(10) \quad \begin{aligned} (F'\theta_1 f'\phi_1 - F'\phi_1 f'\theta_1) \cdot \frac{\partial \theta_1}{\partial \phi} + F'\phi f'\phi_1 - F'\phi_1 f'\phi &= 0, \\ (F'\theta_1 f'\phi_1 - F'\phi_1 f'\theta_1) \cdot \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta} + F'\theta_1 f'\theta - F'\theta f'\theta_1 &= 0, \end{aligned}$$

welche von einander subtrahirt, der Bedingungsgleichung der Integrabilität:

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \phi} = \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta}$$

halber, folgende zur Bestimmung von  $f$  nöthige Gleichung liefern:

$$(11) \quad F'\phi_1 f'\phi + F'\theta_1 f'\theta - F'\phi f'\phi_1 - F'\theta f'\theta_1 = 0.$$

Dafs umgekehrt eine jede Function  $f$ , welche dieser Gleichung identisch Genüge leistet und so beschaffen ist, dafs sich aus den Gleichungen:

$$F = 0, \quad f = \kappa,$$

$\phi_1$  und  $\theta_1$  bestimmen lassen, auch solche Werthe für diese Gröfsen liefert, welche der Bedingungsgleichung der Integrabilität:

$$(12) \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial \phi} = \frac{\partial \phi_1}{\partial \theta}$$

genügen, also auch dafs es eine Function  $W$  giebt, deren partielle Differentialquotienten nach  $\phi$  und  $\theta$  mit diesen Ausdrücken von  $\phi_1$  und  $\theta_1$  übereinstimmen, sieht man sofort auf folgende aus den allgemeineren Betrachtungen Jacobi's über Functionaldeterminanten (siehe Crelle's Journal Band 22. Seite 331) als besonderer Fall sich ergebende Weise ein. Die Function  $f$  muß eine der beiden Gröfsen  $\phi_1$ ,  $\theta_1$  wenigstens enthalten, weil sonst die Bestimmung beider aus den beiden Gleichungen:

$$F = 0, \quad f = \kappa,$$

nicht möglich wäre. Es sei dies die Gröfse  $\phi_1$ , so kann nicht  $f'\phi_1 = 0$  sein. Eliminirt man aus der zweiten Gleichung die Gröfse  $\phi_1$ , so erhalte man:

$$\phi_1 = \Pi(\kappa, \theta_1),$$

und die identische Gleichung:

$$\phi_1 = \Pi(f, \theta_1).$$

Substituirt man diesen Werth von  $\phi_1$  in die Function  $F$ , so erhält man die identischen Gleichungen:

*Math. Kl.* 1850.

C

$$F'\phi_i = \left(\frac{\partial F}{\partial f}\right) f'\phi_i,$$

$$F'\theta_i = \left(\frac{\partial F}{\partial \theta_i}\right) + \left(\frac{\partial F}{\partial f}\right) f'\theta_i,$$

wobei die partielle Differentiation nach  $\theta_i, f$ , durch Klammern bezeichnet ist. Substituirt man diese Ausdrücke in die Differenz der Gleichungen (10), welche sich, der jetzt vorausgesetzten Gleichung (11) halber, auf folgende:

$$\{F'\theta_i f'\phi_i - F'\phi_i f'\theta_i\} \cdot \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial \phi} - \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta}\right) = 0,$$

reducirt, so erhält man:

$$f'\phi_i \left(\frac{\partial F}{\partial \theta_i}\right) \cdot \left(\frac{\partial \theta_i}{\partial \phi} - \frac{\partial \phi_i}{\partial \theta}\right) = 0.$$

Der erste Faktor kann, wie so eben gezeigt ist, nicht verschwinden. Der zweite ebenfalls nicht, weil sonst auch nach der Substitution des Werthes:

$$\phi_i = \Pi(\kappa, \theta_i)$$

in die Gleichung:

$$F = 0,$$

dieselbe von  $\theta_i$  unabhängig, also zur Bestimmung dieser Gröfse untauglich wäre, und dies ebenso gegen die Voraussetzung ist. Hiernach ist es nothwendig, dafs der dritte Faktor verschwindet, d. h. dafs die Gleichung (12) stattfindet. Hieraus folgt auf eine strenge Weise, dafs die Lösung der partiellen Differential-Gleichung (7) folgende sein wird:

$$(13) \quad W = \int (\phi_i d\phi + \theta_i d\theta),$$

wobei die Ausdrücke für  $\phi_i$  und  $\theta_i$ , als Functionen von  $\phi$  und  $\theta$ , aus den beiden Gleichungen  $F=0, f=\kappa$  folgen, deren erste die partielle Differential-Gleichung nach Einführung der Gröfsen  $\phi_i$  und  $\theta_i$  selbst ist, und wobei  $f$  eine Lösung der lineären homogenen partiellen Differential-Gleichung:

$$F'\phi_i \frac{\partial f}{\partial \phi} + F'\theta_i \frac{\partial f}{\partial \theta} - F'\phi \frac{\partial f}{\partial \phi_i} - F'\theta \frac{\partial f}{\partial \theta_i} = 0$$

ist. Ich werde nun diese allgemeineren Betrachtungen auf die Lösung der vorliegenden partiellen Differential-Gleichung (5) anwenden.

#### IV.

Um diese Gleichung (5) in übersichtlicher Form darzustellen und die noch fehlende Gleichung aufzusuchen, führe ich folgende Größen ein. Ich setze:

$$(14) \quad \frac{\psi_1 + \phi_1 \cos \theta}{\sin \theta} = u; \quad (15) \quad \frac{\psi_1 \cos \theta + \phi_1}{\sin \theta} = v;$$

und benutze zugleich die Zeichen  $p, q, r$  in der Art, daß

$$(16) \quad Ap = u \sin \phi - \theta_1 \cos \phi; \quad (17) \quad Bq = u \cos \phi + \theta_1 \sin \phi; \quad (18) \quad Cr = \phi_1;$$

gesetzt wird. Setzt man dann in diesen Formeln, an Stelle von  $\phi_1$  und  $\theta_1$ , ihre Werthe:

$$\phi_1 = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \phi}, \quad \theta_1 = \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \theta},$$

so nimmt die partielle Differential-Gleichung (7) die einfache Gestalt an:

$$(19) \quad Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = 2t.$$

Die Differentiation der Formeln (14), (15), (16), (17), (18) nach  $\phi, \theta, \phi_1, \theta_1$ , liefert die Gleichungen:

$$(20) \quad \begin{aligned} du &= \frac{\cos \theta d\phi_1 - v d\theta}{\sin \theta}, \\ dv &= \frac{d\phi_1 - u d\theta}{\sin \theta}. \end{aligned}$$

$$(21) \quad \left. \begin{aligned} Adp &= Bq d\phi - \cos \phi d\theta_1 + \sin \phi du, \\ Bdq &= -Ap d\phi + \sin \phi d\theta_1 + \cos \phi du, \\ Cdr &= d\phi_1. \end{aligned} \right\}$$

Die beiden erstern (21) gehen nach Substitution der ersten Gleichung (20) in folgende über:

$$(22) \quad \begin{aligned} Adp &= \frac{\sin \phi \cos \theta}{\sin \theta} d\phi_1 - \cos \phi d\theta_1 - \frac{v \sin \phi}{\sin \theta} d\theta + Bq d\phi, \\ Bdq &= \frac{\cos \phi \cos \theta}{\sin \theta} d\phi_1 + \sin \phi d\theta_1 - \frac{v \cos \phi}{\sin \theta} d\theta - Ap d\phi, \end{aligned}$$

woraus sich die Werthe der partiellen Differentialquotienten von  $p, q, r$  nach den obigen vier Variablen von selbst ergeben.

Hienach wird die obige homogene partielle Differential-Gleichung (11) in diesem Fall, wo an Stelle der Gleichung  $F=0$  die Gleichung (19) tritt, folgende werden:

$$(23) \quad \left\{ r + (p \sin \phi + q \cos \phi) \frac{\cos \theta}{\sin \theta} \right\} \cdot \frac{\partial f}{\partial \phi} + (q \sin \phi - p \cos \phi) \frac{\partial f}{\partial \theta} \\ + (A - B) p q \frac{\partial f}{\partial \phi_1} + (p \sin \phi + q \cos \phi) \frac{\nu}{\sin \theta} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta_1} = 0.$$

Führt man aber statt der unabhängigen Variablen:

$$\phi, \theta, \phi_1, \theta_1,$$

folgende ein:

$$\phi, \theta, \nu, \theta_1,$$

und bezeichnet die Differentialquotienten nach den letztern 4 Größen durch Klammern, so erhält man aus den Gleichungen (20) folgende Formeln:

$$\frac{\partial f}{\partial \phi_1} = \frac{1}{\sin \theta} \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial \nu} \right), \quad \frac{\partial f}{\partial \theta} = - \frac{\nu}{\sin \theta} \cdot \left( \frac{\partial f}{\partial \nu} \right) + \left( \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \\ \frac{\partial f}{\partial \theta_1} = \left( \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \right), \quad \frac{\partial f}{\partial \phi} = \left( \frac{\partial f}{\partial \phi} \right),$$

nach deren Substitution die Gleichung (23) in folgende übergeht:

$$(24) \quad \{ (p \sin \phi + q \cos \phi) \cos \theta + r \sin \theta \} \left( \frac{\partial f}{\partial \phi} \right) - (p \cos \phi - q \sin \phi) \sin \theta \left( \frac{\partial f}{\partial \theta} \right) \\ + (p \sin \phi + q \cos \phi) \left( \nu \left( \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \right) - \theta_1 \left( \frac{\partial f}{\partial \nu} \right) \right) = 0.$$

Da in dem letzten Gliede dieser Gleichung der nur von den beiden Variablen  $\theta_1$  und  $\nu$  abhängige Faktor:

$$\nu \left( \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \right) - \theta_1 \left( \frac{\partial f}{\partial \nu} \right),$$

und sonst weder  $\left( \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \right)$  noch  $\left( \frac{\partial f}{\partial \nu} \right)$  vorkommt, so muß die der Gleichung:

$$\nu \left( \frac{\partial f}{\partial \theta_1} \right) - \theta_1 \left( \frac{\partial f}{\partial \nu} \right) = 0$$

genügende Function:

$$f = \theta_1^2 + \nu^2$$

zugleich der partiellen Differentialgleichung (24) Genüge leisten, und daher

$$(25) \quad \theta_1^2 + \nu^2 = \kappa$$

die gesuchte zweite Gleichung des vorigen Artikels sein.

Ich will hier, bevor ich weiter gehe, folgende Bemerkung einschalten.



Die in den Variablen:

$$t, \phi, \psi, \theta, \phi_1, \psi_1, \theta_1$$

ausgedrückten dynamischen Differential-Gleichungen des vorliegenden Problems sind nach dem im Artikel I. angeführten Theorem folgende:

$$\begin{aligned} dt : d\psi : d\phi : d\theta : d\psi_1 : d\phi_1 : d\theta_1 \\ = 1 : \frac{\partial T}{\partial \psi_1} : \frac{\partial T}{\partial \phi_1} : \frac{\partial T}{\partial \theta_1} : -\frac{\partial T}{\partial \psi} : -\frac{\partial T}{\partial \phi} : -\frac{\partial T}{\partial \theta}, \end{aligned}$$

welche, weil man

$$T = \frac{1}{2} (Ap^2 + Bq^2 + Cr^2)$$

hat, mit Benutzung der Gleichungen (21) u. (22) auch in folgende übergehen:

$$(26) \quad \left. \begin{aligned} d\psi \\ : d\phi \\ : d\theta \\ : d\psi_1 \\ : d\phi_1 \\ : d\theta_1 \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} & \{ p \sin \phi + q \cos \phi \} \\ & : \{ (p \sin \phi + q \cos \phi) \cos \theta + r \sin \theta \} \\ & : \{ (q \sin \phi - p \cos \phi) \sin \theta \} \\ & : 0 \\ & : (A - B) p q \sin \theta \\ & : (p \sin \phi + q \cos \phi) v. \end{aligned} \right.$$

Hieraus ergibt sich nach Einführung der GröÙe  $v$  das System der 3 Differential-Gleichungen:

$$\frac{d\theta_1}{d\psi} = v, \quad \frac{dv}{d\psi} = -\theta_1, \quad \frac{d\psi_1}{d\psi} = 0.$$

Die 3 Integrale dieser Differential-Gleichungen sind:

$$(27) \quad \begin{aligned} v \sin \psi - \theta_1 \cos \psi &= L, \\ v \cos \psi + \theta_1 \sin \psi &= M, \\ \psi_1 &= N, \end{aligned}$$

und bedeuten die 3 Flächensätze. Die beiden ersten auf's Quadrat erhoben, geben die obige Gleichung (25):

$$v^2 + \theta_1^2 = L^2 + M^2.$$

Nimmt man zu den 3 Integralen (27) noch das Integral:

$$(28) \quad Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = 2t,$$

so kann man dadurch aus dem System Differential-Gleichungen (26) vier Variablen eliminieren und dasselbe auf eine Differential-Gleichung mit 2 Va-

riabeln reduciren. Sie wird mit derjenigen übereinstimmen, zu welcher die Lösung der mit Hülfe der Lösungen (19) und (25) um 2 unabhängige Variable verringerten lineären partiellen Differential-Gleichung den Multiplikator liefert. Jacobi hat im 29sten Bande des Crelleschen Journals (Seite 337 bis 346) diesen Multiplikator vermittelst seiner Theorie des letzten Multiplikators direct aufgefunden, nachdem er unter den 6 Variabeln gerade diejenigen beiden  $\phi_i$  und  $\theta_i$ , als die übrig bleibenden ausgewählt, wodurch sich die andern bequem ausdrücken lassen. Ich habe diese Bemerkung um so weniger unterdrücken wollen, als ich die partielle Differentialgleichung des 2ten Grades (19), zu deren weiterer Behandlung ich jetzt zurückkehre, zuerst auch dadurch auflösen werde, daß ich auf eine ähnliche Weise statt der Variabeln  $\phi$  und  $\theta$  die Variabeln  $\phi_i$  und  $\theta_i$  in das Differentiale (13) einführe.

## V.

Nach der im Artikel III. auseinandergesetzten Methode hat man eigentlich aus den beiden Gleichungen (19) und (25) die Größen  $\phi_i$  und  $\theta_i$  durch  $\phi$  und  $\theta$  auszudrücken und in das Differential:

$$(29) \quad \phi_i d\phi + \theta_i d\theta$$

hinein zu substituiren, welches dadurch exact werden muß. Da jedoch diese Bestimmung der Größen  $\phi_i$  und  $\theta_i$  auf eine Gleichung führt, welche den zweiten Grad überschreitet, hingegen umgekehrt die Größen:

$$\sin \theta, \cos \theta, \sin \phi, \cos \phi$$

sich durch Quadratwurzeln aus jenen beiden bestimmen lassen, so werde ich das Differential (29) in ein anderes umformen, worin die jenen beiden Gleichungen entsprechenden Werthe von  $\phi_i$  und  $\theta_i$ , die unabhängigen Variabeln sind, und welches die Ausführung der Quadratur zuläßt.

Zur Bestimmung der Größen  $\phi$  und  $\theta$  aus den Gleichungen (19) und (25), drücke ich zuerst  $u, v, p, q$  durch  $\theta_i$  und  $r$  aus. Die Formeln (14), (15), (16), (17) führen sofort auf folgende Gleichungen:

$$(30) \quad \begin{aligned} u^2 - v^2 &= \psi_i^2 - C^2 r^2, \\ A^2 p^2 + B^2 q^2 &= u^2 + \theta_i^2, \end{aligned}$$

Die erstere derselben mit der Gleichung (25) zusammen, liefert die Ausdrücke:

$$(31) \quad v^2 = \varrho^2 - \psi_1^2 - \theta_1^2, \quad (32) \quad u^2 = \varrho^2 - C^2 r^2 - \theta_1^2,$$

die letztere der Gleichungen (30), mit der Gleichung (19) zusammen, liefert die Formeln:

$$(33) \quad \begin{aligned} p^2 &= \frac{B-C}{A-B} \cdot \frac{C}{A} r^2 - \frac{2t_1 B - \varrho^2}{(A-B)A}, \\ q^2 &= -\frac{A-C}{A-B} \cdot \frac{C}{B} r^2 + \frac{2t_1 A - \varrho^2}{(A-B)B}, \end{aligned}$$

wo überall

$$\varrho = V(c + \psi_1^2)$$

gesetzt ist. Anderseits folgen aus den Formeln (14), (15), (16), (17) folgende:

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \frac{C^2 r^2 - \psi_1^2}{C r v - u \psi_1}, & \cos \theta &= \frac{C r u - v \psi_1}{C r v - u \psi_1}, \\ \sin \phi &= \frac{B q \theta_1 + A p u}{\theta_1^2 + u^2}, & \cos \phi &= \frac{B q u - A p \theta_1}{\theta_1^2 + u^2}, \end{aligned}$$

welche nach Substitution der Werthe von  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $q$  aus den Gleichungen (31), (32), (33) die gesuchten Ausdrücke gewähren. Wenn man jedoch die Zähler und Nenner der beiden erstern mit

$$C r v + u \psi_1$$

multipliziert, und die identische Gleichung:

$$C^2 r^2 v^2 - u^2 \psi_1^2 = (C^2 r^2 + u^2) v^2 - (v^2 + \psi_1^2) u^2,$$

welche wegen der Gleichungen (31) und (32) in folgende übergeht:

$$C^2 r^2 v^2 - u^2 \psi_1^2 = (C^2 r^2 - \psi_1^2) \cdot (\varrho^2 - \theta_1^2),$$

anwendet, so gehen die Gröfsen  $v$  und  $u$  aus dem Nenner heraus, und man erhält die Formeln:

$$(34) \quad \sin \theta = \frac{C r v + u \psi_1}{\varrho^2 - \theta_1^2}, \quad \cos \theta = \frac{u v - C r \psi_1}{\varrho^2 - \theta_1^2}.$$

Ebenso gehen die beiden letztern Formeln mit Hülfe der Gleichung (32) in folgende über:

$$(35) \quad \sin \phi = \frac{B q \theta_1 + A p u}{\varrho^2 - C^2 r^2}, \quad \cos \phi = \frac{B q u - A p \theta_1}{\varrho^2 - C^2 r^2}.$$

Aus der Gleichung (20) folgt folgender Werth des Differentials  $d\theta$ :

$$d\theta = \frac{C}{u} dr - \frac{\sin \theta}{u} dv.$$

Da aber wegen der Gleichung (31),

$$v dv + \theta_1 d\theta_1 = 0$$

ist, so erhält man nach Elimination des Differentials und Substitution des Werthes von  $\sin \theta$  die Gleichung:

$$(36) \quad \theta_1 d\theta = \frac{C\theta_1}{u} dr + \frac{\theta_1^2}{\xi^2 - \theta_1^2} \cdot \left\{ \frac{Cr}{u} + \frac{\psi_1}{v} \right\} d\theta_1.$$

Aus den Gleichungen (21) folgt nach Elimination des Differentials  $du$  die Gleichung:

$$u d\phi = A \cos \phi dp - B \sin \phi dq + d\theta_1,$$

welche nach Substitution der Formeln (35) folgende wird:

$$(37) \quad u d\phi = \frac{ABu(qdp - pdq)}{\xi^2 - C^2 r^2} - \theta_1 \frac{A^2 p dp + B^2 q dq}{\xi^2 - C^2 r^2} + d\theta_1.$$

Es giebt aber die Differentiation der Gleichungen (33) die Differentialformeln:

$$(38) \quad \begin{aligned} p dp &= \frac{B-C}{A-B} \cdot \frac{C}{A} r dr, \\ q dq &= -\frac{A-C}{A-B} \cdot \frac{C}{B} r dr, \end{aligned}$$

woraus sich nach leichter Umformung folgende ergeben:

$$(39) \quad \begin{aligned} q dp - p dq &= \frac{C}{A-B} \cdot \frac{\xi^2 - 2\epsilon_1 C}{\xi^2 - C^2 r^2} \cdot \frac{r dr}{pq}, \\ A^2 p dp + B^2 q dq &= -C^2 r dr, \end{aligned}$$

mit deren Hülfe die Gleichung (37), nachdem man sie mit der folgenden identischen:

$$\frac{\phi_1}{u} = \frac{Cr}{u}$$

gliedweise multipliziert hat, in folgende umgeformt wird:

$$(40) \quad \phi_1 d\phi = \frac{C(\xi^2 - 2\epsilon_1 C)}{(A-B)} \cdot \frac{r^2 dr}{(\xi^2 - C^2 r^2) pq} + \frac{C^3 \theta_1}{u} \cdot \frac{r^2 dr}{\xi^2 - C^2 r^2} + \frac{Cr}{u} d\theta_1.$$

Durch Addition der Gleichungen (36) und (40) erhält man endlich die gesuchte Umformung des Differentials (29):

$$(41) \quad \phi_1 d\phi + \theta_1 d\theta \\ = \psi_1 \frac{\theta_1^2 d\theta_1}{v(\varrho^2 - \theta_1^2)} + \frac{C\varrho^2}{u} \left\{ \frac{\theta_1 dr}{\varrho^2 - C^2 r^2} + \frac{r d\theta_1}{\varrho^2 - \theta_1^2} \right\} + \frac{C^2(\varrho^2 - 2t, C)}{A - B} \cdot \frac{r^2 dr}{(\varrho^2 - C^2 r^2)pq}.$$

Die drei Glieder dieses Differentials lassen, wenn man statt  $u, v, p, q$  die Werthe aus den Formeln (31), (32), (33) substituirt, die Quadratur zu. Um sie auszuführen, setze ich erstens

$$\frac{\theta_1}{v} = \tan \lambda$$

und erhalte hieraus mit Hülfe der Gleichung (31):

$$d\theta_1 = v d\lambda.$$

Hiermit erhält man die Gleichung:

$$\psi_1 \frac{\theta_1^2 d\theta_1}{v(\varrho^2 - \theta_1^2)} = \psi_1 (\varrho^2 - \psi^2) \frac{\sin^2 \lambda d\lambda}{\psi_1^2 \sin^2 \lambda + \varrho^2 \cos^2 \lambda}$$

oder

$$(42) \quad \psi_1 \frac{\theta_1^2 d\theta_1}{v(\varrho^2 - \theta_1^2)} = \varrho d \left\{ \arctan \left( \frac{\psi_1}{\varrho} \tan \lambda \right) \right\} - \psi_1 d\lambda.$$

Ferner setze ich:

$$\frac{Cr\theta_1}{\varrho u} = \tan \frac{\gamma}{\varrho}$$

und erhalte daraus:

$$C\varrho \left\{ \frac{ur d\theta_1 + \theta_1 dr - r d\theta_1 du}{\varrho^2 u^2 + C^2 r^2 \theta_1^2} \right\} = d\gamma,$$

oder wenn man Zähler und Nenner dieses Ausdrucks mit  $u$  multipliziert, und die Gleichung (32), so wie ihr Differential hinzuzieht, nach leichter Reduction folgende Formel:

$$(43) \quad \frac{C\varrho^2}{u} \cdot \left( \frac{\theta_1 dr}{\varrho^2 - C^2 r^2} + \frac{r d\theta_1}{\varrho^2 - \theta_1^2} \right) = d\gamma.$$

Die Addition der Gleichungen (42) und (43) führt die beiden ersten Glieder des Differentials (41) auf folgendes:

$$\varrho d \left\{ \arctan \frac{Cr\theta_1}{\varrho u} + \arctan \frac{\psi_1 \theta_1}{\varrho v} \right\} - \psi_1 d \arctan \frac{\theta_1}{v},$$

welches nach leichter Reduction, mit Hinzuziehung der Formeln (34), in folgendes übergeht:

$$\varrho d \left( \arctan \frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr\psi_1} \right) - \psi_1 d \arctan \frac{\theta_1}{v}.$$

Das letzte Glied des Differentials (41) führt, nach Substitution der Werthe für  $p$  und  $q$  aus den Formeln (33), auf ein elliptisches Differential. Hier- nach findet man als vollständige Lösung der partiellen Differential-Gleichung (7) folgenden Ausdruck:

$$(44) \quad \mathcal{W} = \varrho \arctan \frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} - \psi_1 \arctan \frac{\theta_1}{\nu} \\ + \frac{C^2(\varrho^2 - 2t_1 C)}{A - B} \int \frac{r^2 dr}{(\varrho^2 - C^2 r^2) p q}$$

und daher als vollständige Lösung der zum Problem der Rotation gehörigen partiellen Differential-Gleichung (5) folgende:

$$(45) \quad \mathcal{V} = \varrho \arctan \frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} - \psi_1 \arctan \frac{\theta_1}{\nu} \\ + \frac{C^2(\varrho^2 - 2t_1 C)}{A - B} \int \frac{r^2 dr}{(\varrho^2 - C^2 r^2) p q} + \psi_1 \psi - t_1 t.$$

Hierbei sind  $\theta_1$  und  $r$  aus den Gleichungen:

$$(46) \quad \begin{cases} \theta_1^2 + \nu^2 = \varrho^2 - \psi_1^2, \\ Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = 2t_1, \end{cases}$$

worin  $u$ ,  $\nu$ ,  $p$ ,  $q$  die durch die Formeln (14), (15), (16), (17) bestimmte Bedeutung haben, als Functionen von  $\phi$  und  $\theta$  zu bestimmen.

## VI.

Den im Artikel I. gegebenen Vorschriften gemäß ist jetzt diese Lösung (45) nach den Constanten:

$$t_1, \psi_1, \varrho$$

partiell zu differentiiren. Diese Differentiation ist hier theils in sofern auszuführen, als die eben genannten drei Größen explicite in dem Ausdrücke für  $\mathcal{V}$  vorkommen, theils in sofern, als sie mittelst der Gleichungen (46) in den in jenem Ausdrücke vorkommenden Größen  $\theta_1$  und  $r$  enthalten sind. Wenn man die untere Grenze des Integrals in (45) als von den obigen drei Größen unabhängig annimmt, so erhält man die totale Variation von  $\mathcal{V}$  durch die Gleichung:

$$(47) \quad \delta \mathcal{V} = \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t_1} \right) \delta t_1 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \psi_1} \right) \delta \psi_1 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \varrho} \right) \delta \varrho + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \theta_1} \right) \delta \theta_1 + \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial r} \right) \delta r.$$

Die drei ersten Glieder dieser Variation geben den erstern, die beiden letzten den letztern Theil der partiellen Differentiale. Um den letztern Theil, welcher, wie man leicht erkennt, mit:

$$\left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial r}\right) \delta r + \left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \theta_1}\right) \delta \theta_1,$$

übereinstimmt, durch die Variationen  $\delta \iota_1$ ,  $\delta \psi_1$ ,  $\delta \varrho$  auszudrücken, befolge ich folgenden Weg. Während früher das Differential (29) mittelst der in Bezug auf  $\phi$ ,  $\theta$ ,  $\phi_1 = Cr$ ,  $\theta_1$  variirten Gleichungen (46) umgeformt wurde, variire ich die letztern nach den Größen:

$$\phi, \theta, \phi_1, \theta_1, \iota_1, \psi_1, \varrho,$$

forme das Differential (29) in einen Ausdruck um, welcher die Variationen der 5 letzten Größen enthält, und setze, da die Variation in der Art ausgeführt werden sollte, daß  $\phi$  und  $\theta$  als constant betrachtet werden sollten, das Resultat = 0. Offenbar sind die in  $\partial r$  und  $\partial \theta_1$  multiplizirten Terme dieses Ausdrucks:

$$(48) \quad \left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial r}\right) \delta r + \left(\frac{\partial \mathcal{W}}{\partial \theta_1}\right) \delta \theta_1.$$

Die übrigen drei Glieder erhält man also natürlich dadurch, daß man  $r$  und  $\theta_1$  in den Gleichungen (46) als constant betrachtet. Die in diesem Sinne genommenen Variationen von  $\phi$  und  $\theta$  und den davon abhängigen Größen  $u$ ,  $v$ ,  $p$ ,  $q$ , seien durch  $\Delta$  bezeichnet; dann folgen aus den Gleichungen (14) und (15) und der ersten (46) folgende Formeln:

$$\begin{aligned} \sin \theta \Delta v &= \cos \theta \delta \psi_1 - u \Delta \theta, \\ v \Delta v &= -\psi_1 \delta \psi_1 + \varrho \delta \varrho, \end{aligned}$$

und durch Elimination der Variation  $\Delta v$ :

$$(49) \quad \Delta \theta = \frac{\delta \psi_1}{v} - \frac{\varrho \sin \theta}{u v} \delta \varrho.$$

Auf ähnliche Weise geben die Gleichungen (14), (15), (16), (17):

$$\begin{aligned} \sin \theta \Delta u &= \delta \psi_1 - v \Delta \theta, \\ A \theta p &= \sin \phi \Delta u + B q \Delta \phi, \\ B \Delta q &= \cos \phi \Delta u - A p \Delta \phi. \end{aligned}$$

Aus der ersten derselben folgt mit Hinzuziehung der Gleichung (49) die Formel:

$$\Delta u = \frac{\varrho}{u} \delta \varrho,$$

deren Substitution in die beiden letztern die Formeln:

$$A \Delta p = \frac{\varrho \sin \phi}{u} \delta \varrho + B q \Delta \phi,$$

$$B \Delta q = \frac{\varrho \cos \phi}{u} \delta \varrho - A p \Delta \phi$$

gibt. Ebenso geht aus der zweiten Gleichung (46) folgende:

$$A p \Delta p + B q \Delta q = \delta t_1,$$

hervor, und durch Substitution der eben gefundenen Ausdrücke für  $A \Delta p$  und  $B \Delta q$  in dieselbe, folgender Werth von  $\Delta \phi$ :

$$(50) \quad \Delta \phi = \frac{\varrho}{A-B} \cdot \frac{p \sin \phi + q \cos \phi}{p q u} \delta \varrho - \frac{\delta t_1}{(A-B) p q}.$$

Hieraus und aus der Gleichung (49) folgt mit Berücksichtigung der aus den benutzten Bezeichnungen sich von selbst verstehenden Gleichung:

$$0 = \phi_1 \delta \phi + \theta_1 \delta \theta = \left( \frac{\partial W}{\partial r} \right) \delta r + \left( \frac{\partial W}{\partial \theta_1} \right) \delta \theta_1 + \phi_1 \Delta \phi + \theta_1 \Delta \theta$$

endlich die gesuchte Umformung der Variation:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial W}{\partial r} \right) \delta r + \left( \frac{\partial W}{\partial \theta_1} \right) \delta \theta_1 \\ &= \frac{C r}{(A-B) p q} \delta t_1 - \frac{\theta_1}{v} \delta \psi_1 + \varrho \left\{ \frac{\sin \theta}{u v} \theta_1 - \frac{C r}{A-B} \cdot \frac{p \sin \phi + q \cos \phi}{p q u} \right\} \delta \varrho. \end{aligned}$$

Man kann denselben, durch Einführung der Formeln (34) und (35), eine von den Winkeln  $\theta$  und  $\phi$  unabhängige Form geben:

$$\begin{aligned} (51) \quad & \left( \frac{\partial W}{\partial r} \right) \delta r + \left( \frac{\partial W}{\partial \theta_1} \right) \delta \theta_1 \\ &= \frac{C r}{(A-B) p q} \delta t_1 - \frac{\theta_1}{v} \delta \psi_1 + \left\{ \frac{C \varrho \theta_1}{\varrho^2 - C^2 r^2} + \frac{\varrho (C r v + u \psi_1) \theta_1}{(\varrho^2 - \theta_1^2) u v} + \frac{C \varrho}{A-B} \cdot \frac{C r^2 - 2 t_1}{(\varrho^2 - C^2 r^2) p q} \right\} \delta \varrho. \end{aligned}$$

Ich gehe jetzt zu den übrigen Theilen der Variation (47) über, welche ich einzeln durch partielle Differentiation der Lösung (45) nach der in ihr explicite vorkommenden Größen  $t_1$ ,  $\psi_1$ ,  $\varrho$  bestimmen werde.



Es giebt die bezeichnete Differentiation nach  $t_1$ , wenn die untere Grenze des in (45) vorkommenden Integrals  $= r_0$  gesetzt wird und eine reine Constante ist:

$$(52) \quad \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t_1} \right) = -t - \frac{2C^3}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{r^2 dr}{(\xi^2 - C^2 r^2) \rho q} - \frac{C^2(\xi^2 - 2t_1 C)}{A-B} \int_{r_0}^r \left( \rho \frac{\partial q}{\partial t_1} + q \frac{\partial \rho}{\partial t_1} \right) \frac{r^2 dr}{(\xi^2 - C^2 r^2) \rho^2 q^2}.$$

Da aber die Größen  $p$  und  $q$  durch die Formeln (33) als Functionen von  $t_1$  zu bestimmen sind, so hat man

$$p \frac{\partial p}{\partial t_1} = -\frac{B}{A(A-B)}, \quad q \frac{\partial q}{\partial t_1} = -\frac{A}{B(B-A)}$$

zu setzen und daher

$$(53) \quad \frac{\rho \frac{\partial p}{\partial t_1} + q \frac{\partial \rho}{\partial t_1}}{\rho^2 q^2} = \frac{A^2 p^2 - B^2 q^2}{AB(A-B) \rho^3 q^3}.$$

Hiermit geht die Formel (52) nach leichter Reduction mit Berücksichtigung der Formeln (33) in folgende über:

$$\left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t_1} \right) = -t - \frac{C^2}{AB(A-B)^2} \int_{r_0}^r \frac{r^2 dr}{\rho q} \left( \frac{A(A-C)}{q^2} - \frac{B(B-C)}{p^2} \right)$$

Addirt man anderseits die gewöhnlichen Differentiale der Gleichungen (33), nachdem man das erste mit  $\frac{q}{p}$ , das zweite mit  $\frac{p}{q}$  multipliziert hat, so erhält man die Formel:

$$(54) \quad \frac{q dp + p dq}{pq} = -\frac{C r dr}{(A-B) AB} \left\{ \frac{A(A-C)}{q^2} - \frac{B(B-C)}{p^2} \right\}$$

und daher:

$$\left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t_1} \right) = -t + \frac{C}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{r dr \left( q \frac{dp}{dr} + p \frac{dq}{dr} \right)}{\rho^2 q^2},$$

woraus, nach ausgeführter theilweiser Integration, endlich

$$(55) \quad \left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t_1} \right) = -t - \frac{C}{A-B} \left( \frac{r}{\rho q} - \frac{r_0}{\rho_0 q_0} \right) + \frac{C}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{dr}{\rho q}$$

folgt, worin  $p_0$ ,  $q_0$  die zu  $r_0$ , den Gleichungen (33) entsprechenden, zugehörigen Werthe von  $p$ ,  $q$  sind.

Die auf dieselbe Weise angestellte Differentiation der Lösung (45) nach  $\psi_1$ , indem man  $r$  und  $\theta_1$  als constant betrachtet, giebt die Formel:

$$\left( \frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \psi_1} \right) = \psi + \frac{\xi^2 \theta_1}{\nu} \cdot \frac{\nu^2 + \psi_1^2}{\xi^2 \nu^2 + \psi_1^2 \theta_1^2} - \frac{\psi^2}{\xi^2 - \psi_1^2} \cdot \frac{\theta_1}{\nu} - \text{arc tang } \frac{\theta_1}{\nu},$$

indem, wie aus den Gleichungen (31) und (32) sofort folgt, die Formeln

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \psi_1}\right) = -\frac{\psi_1}{v}, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial \psi_1}\right) = 0$$

bei dieser Art der Differentiation gelten. Die Gleichung (31) aber lehrt zugleich, daß die Gleichung

$$\frac{\rho^2(v^2 + \psi_1^2)}{\rho^2 v^2 + \psi_1^2 \theta_1^2} - \frac{\psi_1^2}{\rho^2 - \psi_1^2} = 1$$

richtig ist. Hiernach erhält man zweitens die Formel:

$$(56) \quad \left(\frac{\partial V}{\partial \psi_1}\right) = \psi + \frac{\theta_1}{v} - \arctan \frac{\theta_1}{v}.$$

Ich gehe jetzt zur Differentiation der Lösung (45) nach  $\rho$  über, insofern es explicite darin vorkommt.

Aus den Gleichungen (31) und (32) ergeben sich, wenn man wiederum eine solche Differentiation, worin  $r$  und  $\theta_1$  als constant betrachtet werden, durch Klammern bezeichnet, die Formeln:

$$\left(\frac{\partial v}{\partial \rho}\right) = \frac{\rho}{v}, \quad \left(\frac{\partial u}{\partial \rho}\right) = \frac{\rho}{u}.$$

Eine ebensolche Differentiation der Formeln (33) liefert folgende:

$$(57) \quad p \left(\frac{\partial q}{\partial \rho}\right) + q \left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right) = \frac{\rho}{AB(A-B)} \cdot \frac{Bq^2 - Ap^2}{pq}.$$

Mit Benutzung dieser Formeln erhält man aus (45) die Gleichung:

$$(58) \quad \left(\frac{\partial V}{\partial \rho}\right) = \arctan \frac{\rho \theta_1 \sin \theta}{\rho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} - \frac{\rho}{\rho^2 - \theta_1^2} \left\{ \frac{\psi_1 \theta_1}{v} \cdot \frac{v^2 + \rho^2}{\rho^2 - \psi_1^2} + \frac{Cr \theta_1}{u} \cdot \frac{u^2 + \rho^2}{\rho^2 - C^2 r^2} \right\} + \frac{\rho \psi_1}{\rho^2 - \psi_1^2} \cdot \frac{\theta_1}{v} \\ + \frac{2\rho C^3}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{r^2 (\psi_1 - Cr^2)}{(\rho^2 - C^2 r^2)^2} \cdot \frac{dr}{qp} - \frac{\rho C^2 (\rho^2 - 2\psi_1 C)}{AB(A-B)^2} \int_{r_0}^r \frac{r^2 (Bq^2 - Ap^2) dr}{(\rho^2 - C^2 r^2) p^3 q^3},$$

wobei nur die aus den Gleichungen (34) sich ergebende, schon früher benutzte Gleichung:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ \arctan \frac{\rho \theta_1 \sin \theta}{\rho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} \right\} = \frac{\partial \arctan \frac{Cr \theta_1}{\rho u}}{\partial \rho} + \frac{\partial \arctan \frac{\psi_1 \theta_1}{\rho v}}{\partial \rho}$$

der Verkürzung halber angewendet ist.

Der für  $\left(\frac{\partial V}{\partial \varrho}\right)$  gefundene verwickelte Ausdruck läßt sich sehr vereinfachen, und zwar die algebraischen Glieder ohne Integralzeichen mittelst der Gleichungen (31) und (32), wonach

$$(58^*) \quad \begin{cases} \frac{v^2 + \varrho^2}{(\varrho^2 - \psi_1^2) \cdot (\varrho^2 - b_1^2)} = \frac{1}{\varrho^2 - \psi_1^2} + \frac{1}{\varrho^2 - b_1^2}, \\ \frac{u^2 + \varrho^2}{(\varrho^2 - C^2 r^2) \cdot (\varrho^2 - b_1^2)} = \frac{1}{\varrho^2 - C^2 r^2} + \frac{1}{\varrho^2 - b_1^2} \end{cases}$$

ist. Die Integrale reducire ich mittelst der identischen Gleichung:

$$d\left(\frac{r}{(\varrho^2 - C^2 r^2) \rho q}\right) = \frac{(\varrho^2 + C^2 r^2) dr}{(\varrho^2 - C^2 r^2)^2 \rho q} - \frac{r(p dq + q dp)}{(\varrho^2 - C^2 r^2) \rho^2 q^2},$$

welche mit Hinzuziehung der Gleichung (54) nach ausgeführter Integration in folgende übergeht:

$$(59) \quad \frac{r}{(\varrho^2 - C^2 r^2) \rho q} - \frac{r_0}{(\varrho^2 - C^2 r_0^2) \rho_0 q_0} = \int_{r_0}^r \frac{\varrho^2 + C^2 r^2}{(\varrho^2 - C^2 r^2)^2} \cdot \frac{dr}{\rho q} - \frac{C}{AB(A-B)} \int_{r_0}^r \frac{r^2 dr \{B(B-C)q^2 - A(A-C)p^2\}}{(\varrho^2 - C^2 r^2) \rho^3 q^3}.$$

Substituirt man die Formeln (58\*), (59) in den Ausdruck (58), und benutzt nochmals die Gleichung (54), so erhält man endlich die Gleichung:

$$(60) \quad \left(\frac{\partial V}{\partial \varrho}\right) = \arctan \frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} - \varrho \left( \frac{\psi_1}{v} + \frac{Cr}{u} \right) \cdot \frac{\theta_1}{\varrho^2 - b_1^2} - \frac{C \varrho r \theta_1}{u (\varrho^2 - C^2 r^2)} \\ - \frac{\varrho}{A-B} \left\{ \frac{r(C^2 r^2 - 2t_1 C)}{(\varrho^2 - C^2 r^2) \rho q} - \frac{r_0(C^2 r_0^2 - 2t_1 C)}{(\varrho^2 - C^2 r_0^2) \rho_0 q_0} \right\} + \frac{\varrho}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{(C^2 r^2 - 2t_1 C) dr}{(\varrho^2 - C^2 r^2) \rho q}.$$

Wenn man die Formeln (51), (55), (56), (60) in die Gleichung (47) substituirt, so erhält man die totale Variation von  $V$  nach den Constanten  $t_1$ ,  $\psi_1$ ,  $g$ , also auch die partiellen Differentialquotienten dieser Lösung nach diesen 3 Größen, wenn man die Coëfficienten von  $\delta t_1$ ,  $\delta \psi_1$ ,  $\delta g$  respective zusammennimmt. Da nun nach der im Artikel I. auseinandergesetzten Theorie, diese partiellen Differentialquotienten respective Constanten gleich gesetzt, die 3 endlichen Integralgleichungen des Problems der Rotation sein müssen, so erhält man als solche, nach Fortlassung der sich forthebenden Glieder, die 3 folgenden Gleichungen:

$$(61) \begin{cases} L = -t + \frac{C}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{dr}{pq} + \frac{C}{A-B} \cdot \frac{r_0}{p_0 q_0}, \\ \alpha = \psi - \arctan \frac{\theta_1}{\psi}, \\ G = \arctan \left( \frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} \right) + \frac{\varrho}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{C^2 r^2 - 2t_1 C}{\varrho^2 - C^2 r^2} \cdot \frac{dr}{pq} + \frac{\varrho r_0 (C^2 r_0^2 - 2t_1 C)}{(A-B)(\varrho^2 - r_0^2) p_0 q_0}, \end{cases}$$

wo  $L$ ,  $\alpha$ ,  $G$  willkürliche Constanten bedeuten.

In dem besondern Fall, daß  $r_0 = 0$  gesetzt ist, gehen aus der ersten und dritten dieser Gleichungen die letzten Glieder fort. Die drei andern Integralgleichungen könnte man durch eine ähnliche partielle Differentiation der Lösung (45) nach den Variablen  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  erhalten, allein sie folgen hier wie in allen ähnlichen Fällen der Behandlung der partiellen Differentialgleichung, die zu dem Problem gehört, schon in einer ähnlichen nach den Constanten aufgelösten Form, aus den zur Auflösung benutzten Gleichungen, und sind daher in diesem Falle folgende:

$$(62) \quad \begin{aligned} \psi_1 &= \text{Const.}, \\ A^2 p^2 + B^2 q^2 + C^2 r^2 &= \varrho^2, \\ Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 &= 2t_1, \end{aligned}$$

wie sie in dieser Form aus den Gleichungen (30), (31) sich ergeben.

Die hier eingeführten 3 Constanten

$$L, \alpha, G,$$

und die früheren

$$t_1, \varrho, \text{Const.}$$

besitzen die im Artikel I. erwähnte Eigenschaft in Bezug auf die Störungsgleichungen dieses Problems, indem sie die in der Einleitung angeführte canonische Form dieser Gleichungen gewähren. Jedoch kann man, während die drei letzteren Constanten unverändert beibehalten werden, die drei ersten nach einer gewissen Regel verändern, ohne daß das ganze System seine Natur, in Bezug auf die Störungsgleichungen, ändert. Man darf nämlich nur zu der Lösung (45) der partiellen Differentialgleichung (5) eine beliebige Function der drei Constanten:

$$\psi_1, t_1, \varrho$$

dazu addiren, und dann die bisher befolgte Methode auf diese neue Lösung derselben Gleichung (5) anwenden. Man kann auf diese Weise den Ausdrücken auf der rechten Seite der Gleichungen (61), wenn es nöthig ist, eine einfachere Form geben, und sie z. B. von den algebraischen Gliedern befreien, welche die Anfangswerthe des Integrals  $r_0$  enthalten, wenn man statt der Lösung (45) folgende nimmt:

$$V = \frac{r_0 (C^2 r_0^2 - 2\epsilon_1 C)}{A - B} \int_{-\infty}^{\epsilon} \frac{\epsilon d\epsilon}{(\epsilon^2 - C^2 r_0^2) p_0 q_0},$$

worin  $p_0$  und  $q_0$  aus den Formeln (33) folgen, wenn man statt  $r$  darin  $r_0$  setzt, und  $V$  die Lösung (45) bedeutet. Setzt man nämlich diese Differenz  $= V_1$ , so erhält man durch partielle Differentiation nach  $\epsilon$  und  $\epsilon_1$  die Formeln:

$$(63) \quad \begin{cases} \frac{\partial V_1}{\partial \epsilon} = \frac{\partial V}{\partial \epsilon} - \frac{C^2 r_0^2 - 2\epsilon_1 C}{A - B} \cdot \frac{\epsilon r_0}{(\epsilon^2 - C^2 r_0^2) p_0 q_0}, \\ \frac{\partial V_1}{\partial \epsilon_1} = \frac{\partial V}{\partial \epsilon_1} + \frac{2C r_0}{A - B} \int_{-\infty}^{\epsilon} \frac{\epsilon d\epsilon}{(\epsilon^2 - C^2 r_0^2) p_0 q_0} \\ \quad + \frac{r_0 (C^2 r_0^2 - 2\epsilon_1 C)}{A - B} \int_{-\infty}^{\epsilon} \frac{\epsilon d\epsilon}{\epsilon^2 - C^2 r_0^2} \cdot \frac{p_0 \frac{\partial q_0}{\partial \epsilon_1} + q_0 \frac{\partial p_0}{\partial \epsilon_1}}{p_0^2 q_0^2}. \end{cases}$$

Es folgt aber aus den Formeln (53) und (57) die Gleichung:

$$(64) \quad \frac{\epsilon r}{\epsilon^2 - C^2 r^2} \left\{ \frac{2C}{p q} + \frac{(C^2 r^2 - 2\epsilon_1 C)}{p^2 q^2} \cdot \left( p \frac{\partial q}{\partial \epsilon_1} + q \frac{\partial p}{\partial \epsilon_1} \right) \right\} = \frac{C r \left( q \frac{\partial p}{\partial \epsilon} + p \frac{\partial q}{\partial \epsilon} \right)}{p^2 q^2},$$

wobei man die Werthe für  $p^2$  und  $q^2$  aus den Formeln (33), oder die Gleichungen (62), welche aus ihnen abgeleitet sind, benutzt. Substituirt man in dieser Formel  $r_0$  und das Resultat in die vorhergehende, so erhält man:

$$\frac{\partial V_1}{\partial \epsilon_1} = \frac{\partial V}{\partial \epsilon_1} + \frac{C}{A - B} \int_{-\infty}^{\epsilon} \frac{r_0 \left( q_0 \frac{\partial p_0}{\partial \epsilon} + p_0 \frac{\partial q_0}{\partial \epsilon} \right)}{p_0^2 q_0^2} d\epsilon,$$

oder nach ausgeführter Integration:

$$(65) \quad \frac{\partial V_1}{\partial \epsilon_1} = \frac{\partial V}{\partial \epsilon_1} - \frac{C}{A - B} \cdot \frac{r_0}{p_0 q_0}.$$

Setzt man daher:

$$\frac{\partial V_1}{\partial \epsilon} = g, \quad \frac{\partial V_1}{\partial \epsilon_1} = l,$$

wo  $g$  und  $l$  neue willkürliche Constanten sind, so erhält man durch Substitution der obigen Werthe von  $\frac{\partial V}{\partial t_1}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial \psi_1}$ ,  $\frac{\partial V}{\partial \varrho}$  folgende Integralgleichungen des Problems:

$$(65^*) \quad \begin{cases} l = -t + \frac{C}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{dr}{pq}, \\ \alpha = \psi - \arctan \frac{\theta_1}{v}, \\ g = \arctan \frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} + \frac{\varrho C}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{Cr^2 - 2t_1}{\varrho^2 - C^2 r^2} \cdot \frac{dr}{pq}. \end{cases}$$

Hierin ist  $r_0$  eine von den Constanten  $t_1$ ,  $\psi_1$ ,  $\varrho$  unabhängige reine Constante. Ich bemerke jedoch, daß man die Lösung (45) auch so einrichten kann, daß  $r_0$  der aus der Gleichung  $q_0 = 0$  folgende Werth von  $r_0$ , also:

$$r_0 = V\left(\frac{2t_1 A - \varrho^2}{C(A-C)}\right)$$

ist. Da ich auf diese Form der Integralgleichungen bei der zweiten Lösung am Ende dieser Abhandlung durch directe Anwendung der im Artikel I. gegebenen Methode gelange, so werde ich es hier vorziehen, dieselbe aus den Gleichungen auf folgende Weise abzuleiten. Setzt man:

$$l_1 = l + f(t_1, \varrho), \quad g_1 = g + F(t_1, \varrho),$$

wo  $l$  und  $g$  die in den Gleichungen (65\*) ausgedrückte Bedeutung haben und  $f(t_1, \varrho)$ ,  $F(t_1, \varrho)$  Functionen von  $t_1$  und  $\varrho$  sind, so besitzen die 6 Constanten:

$$t_1, \psi_1, \varrho, l_1, \alpha, g_1,$$

dieselbe Eigenschaft in Bezug auf die Störungstheorie, als die 6 Constanten:

$$t_1, \psi_1, \varrho, l, \alpha, g,$$

wenn die identische Gleichung gilt:

$$f' \varrho - F' t_1 = 0.$$

Man hat nämlich, wenn  $\Omega$  die Störungsfunktion bedeutet, die Gleichungen:

$$(66) \quad \begin{cases} \frac{dt_1}{dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial l}, & \frac{d\varrho}{dt} = \frac{\partial \Omega}{\partial g}, \\ \frac{dl}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial t_1}, & \frac{dg}{dt} = -\frac{\partial \Omega}{\partial \varrho}, \end{cases}$$

und die Werthe von  $l_1$  und  $g_1$  liefern folgende Formeln:

$$(67) \quad \begin{cases} \frac{dl_1}{dt} = \frac{dl}{dt} + f' t_1 \frac{dt_1}{dt} + f' g_1 \frac{dg_1}{dt}, \\ \frac{dg_1}{dt} = \frac{dg}{dt} + F' t_1 \frac{dt_1}{dt} + F' g_1 \frac{dg_1}{dt}; \end{cases}$$

$$(68) \quad \begin{cases} \frac{\partial \Omega}{\partial t} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right), & \frac{\partial \Omega}{\partial g} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} \right), \\ \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right) + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right) f' t_1 + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} \right) F' t_1, \\ \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} = \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} \right) + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right) f' g_1 + \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} \right) F' g_1; \end{cases}$$

wobei die partiellen Differentialquotienten nach den 4 Variablen:

$$t_1, g_1, l_1, g_1$$

zur Unterscheidung durch Klammern bezeichnet sind. Substituiert man die Formeln (66) in die Formeln (67) und benutzt die Formeln (68), so erhält man die Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{dl_1}{dt} &= - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right) - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} \right) \cdot \{ F' t_1 - f' g_1 \}, \\ \frac{dg_1}{dt} &= - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} \right) - \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right) \cdot \{ f' g_1 - F' t_1 \}, \\ \frac{dt_1}{dt} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial t_1} \right), \\ \frac{dg_1}{dt} &= \left( \frac{\partial \Omega}{\partial g_1} \right). \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen folgt, dass die Störungsgleichungen auch für diese neuen Constanten, zu denen noch  $\psi_1$  und  $\alpha$  wieder dazugenommen wird, dieselbe Form haben als die Gleichungen (66), wenn nur die Bedingungsgleichung:

$$F' t - f' g = 0$$

identisch erfüllt wird, und umgekehrt.

Ich nehme nun, um diesen Satz auf den vorliegenden Fall anzuwenden:

$$f(t_1, g_1) = - \int_{r_0}^R \frac{dr}{pq}, \quad F(t_1, g_1) = - \int_{r_0}^R \frac{g_1 (Cr^2 - 2t_1)}{(g_1^2 - C^2 r^2)} \cdot \frac{dr}{pq},$$

worin  $r_0$  wieder die frühere GröÙe,  $R$  jedoch ein von  $t_1$  und  $\varrho$  abhängiger, durch die Gleichung:

$$R = \sqrt{\left(\frac{2t_1 A - \varrho^2}{C(A-C)} - Q^2 \frac{B(A-B)}{C(A-C)}\right)}$$

gegebener Ausdruck ist, worin  $Q$  constant ist.

Man erhält dann die Ausdrücke:

$$f'_{\varrho} = -\frac{\partial R}{\partial \varrho} \cdot \frac{1}{PQ} + \int_{r_0}^R \frac{\left(p \frac{\partial q}{\partial \varrho} + q \frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)}{p^2 q^2} dr$$

$$F'_{t_1} = -\frac{\partial R}{\partial t_1} \cdot \frac{\varrho (CR^2 - 2t_1)}{(\varrho^2 - C^2 R^2) PQ} + \int_{r_0}^R \frac{\left\{2\varrho p q + \varrho (Cr^2 - 2t_1) \cdot \left(p \frac{\partial q}{\partial t_1} + q \frac{\partial p}{\partial t_1}\right)\right\}}{(\varrho^2 - C^2 r^2) p^2 q^2} dr,$$

worin  $P$  der zu  $r = R$  gehörige Werth von  $p$  ist.

Die Gleichung (64) lehrt, daß die GröÙen unter dem Integralzeichen einander gleich sind, also die Integrale selbst ebenfalls. Aus den Gleichungen (33) folgt:

$$CR^2 - 2t_1 = -(AP^2 + BQ^2),$$

$$\varrho^2 - C^2 R^2 = (A^2 P^2 + B^2 Q^2),$$

und da der obige Ausdruck für  $R$  die Werthe:

$$R \frac{\partial R}{\partial \varrho} = -\frac{\varrho}{C(A-C)},$$

$$R \frac{\partial R}{\partial t_1} = \frac{\varrho}{C(A-C)}$$

liefert, so erhält man die Gleichung:

$$f'_{\varrho} - F'_{t_1} = \frac{B(B-A)}{C(A-C)} \cdot \frac{\varrho Q}{PR},$$

welcher Ausdruck für  $Q = 0$  verschwindet, was zu beweisen war.

Man erhält hiernach auch drittens folgendes System Integral-Gleichungen:

$$(69) \quad \begin{cases} l' = -t + \frac{C}{A-B} \int_{r_0}^r \frac{dr}{pq}, \\ \alpha = \psi - \arctan \frac{\theta_1}{\psi}, \\ \varrho' = \arctan \frac{\varrho \theta \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} + \frac{\varrho C}{(A-B)} \int_{r_0}^r \frac{(Cr^2 - 2t_1)}{\varrho^2 - C^2 r^2} \cdot \frac{dr}{pq}, \end{cases}$$



wo  $R^0 = \sqrt{\frac{2t_1(A-\varrho^2)}{C(A-C)}}$  gesetzt ist und  $l'$  wie  $g'$  Constanten sind. Zu demselben Resultate gelangt man, wenn man statt von der Lösung (45) von folgender ausgeht:

$$V = \int_{\infty}^{\varrho} d\varrho \int_{r_0}^{R_0} \frac{\varrho(Cr^2 - 2t_1)}{\varrho^2 - C^2r^2} \cdot \frac{dr}{pq},$$

wo  $r_0$  und  $R_0$  dieselben Bedeutungen als früher haben.

Wenn gleich die Bedeutung der verschiedenen Systeme von 6 Constanten, auf welche man im Vorigen gelangt ist, durch Vergleichung mit den in der oben angeführten Abhandlung von Poisson aufgestellten Gleichungen von selbst hervorgehen würde, so ziehe ich es doch vor, dieselbe ohne Voraussetzung der Eigenschaften der invariablen Ebene und ohne Benutzung eines sphärischen Dreiecks direct auf analytisch geometrischem Wege aus den gefundenen Gleichungen selbst zu deduciren, was bisher nicht auf diese Weise gemacht ist.

## VII.

Nachdem im Artikel II. die drei Größen  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  geometrisch unzweideutig definiert sind, müssen zu dem eben ausgesprochenen Zwecke auch zugleich die analytisch eingeführten Größen:

$$\phi_1, \psi_1, \theta_1$$

und die andern damit zusammenhängenden geometrisch erklärt werden. Ich trage zu dem Ende in der  $xy$  Ebene vom festen Punkte aus, um welchen die Drehung vor sich geht, einen Radiusvector auf, von welchem aus direct gezählt die positive  $x$  Halbachse um einen Winkel  $= \alpha$  entfernt ist. Denselben betrachte ich als die auf der  $xy$  Ebene niedersteigende Knotenlinie der  $XY$  Ebene eines den andern beiden gleichartigen Coordinatensystems, dessen positive  $Z$  Halbachse mit der positiven  $z$  Halbachse den zwischen 0 und  $\pi$  liegenden Winkel  $\Gamma$  bildet, welcher durch die Gleichung:

$$(70) \quad \psi_1 = -\varrho \cos \Gamma$$

aus den Constanten  $\psi$ , und  $\varrho$  bestimmt wird, und bezeichne den von derselben Knotenlinie bis zur positiven  $X$  Halbachse direct gezählten Winkel in der  $XY$  Ebene mit  $\beta$ . Hiernach ist  $\psi - \alpha$  der von der niedersteigenden

Knotenlinie der  $x, y, z$  Ebene bis zu der niedersteigenden Knotenlinie der  $XY$  Ebene auf der  $xy$  Ebene direct gezählte Winkel, und es können, der Gleichungen:

$$\begin{aligned}\psi - \alpha &= \arctan \frac{\theta_1}{\nu}, \\ \nu^2 + \theta_1^2 &= \varrho^2 \sin^2 \Gamma\end{aligned}$$

halber, die Größen  $\nu$  und  $\theta_1$  auf folgende Weise durch ihn bestimmt werden:

$$(71) \quad \begin{cases} \nu = \varrho \sin \Gamma \cos (\psi - \alpha), \\ \theta_1 = \varrho \sin \Gamma \sin (\psi - \alpha). \end{cases}$$

Aus den Gleichungen (14) und (15) ergeben sich folgende:

$$\begin{aligned}Cr &= \nu \sin \theta - \psi_1 \cos \theta, \\ u &= \nu \cos \theta + \psi_1 \sin \theta,\end{aligned}$$

welche, nach Einführung der Formeln (70) und (71), folgende Werthe von  $Cr$  und  $u$ , durch die Größen  $\varrho, \Gamma, \psi - \alpha, \theta$  ausgedrückt, hervorrufen:

$$(72) \quad \begin{cases} Cr = \varrho \{ \sin \Gamma \sin \theta \cos (\psi - \alpha) + \cos \Gamma \cos \theta \}, \\ u = \varrho \{ \sin \Gamma \cos \theta \cos (\psi - \alpha) - \cos \Gamma \sin \theta \}.\end{cases}$$

Bezeichnet man endlich den auf der  $XY$  Ebene vom auf ihr niedersteigenden Knoten des Äquators bis zur positiven  $X$  Halbachse direct gezählten Winkel durch  $\Psi$ , und den von derselben Knotenlinie aus in der Ebene des Äquators bis zur positiven  $x$ , Halbachse direct gezählten Winkel mit  $\Phi$ , so wie den kleinsten Winkel zwischen den positiven  $Z$  und  $z$ , Halbachsen mit  $\Theta$ , so hat man alle zur geometrischen Deutung der in der vorgetragenen Lösung vorkommenden Größen erforderlichen Stücke eingeführt. Um dieselbe für alle Fälle zu erhalten, bemerke ich, daß die 9 Determinanten der drei positiven Halbachsen  $X, Y, Z$ , in Bezug auf das Coordinatensystem  $x, y, z$ , folgende sind:

$$(73) \quad \begin{cases} \sin \alpha \sin \beta \cos \Gamma - \cos \alpha \cos \beta, & \sin \alpha \cos \beta \cos \Gamma - \cos \alpha \sin \beta, & \sin \alpha \sin \Gamma, \\ \cos \alpha \sin \beta \cos \Gamma - \sin \alpha \cos \beta, & \cos \alpha \cos \beta \cos \Gamma + \sin \alpha \sin \beta, & \cos \alpha \sin \Gamma, \\ & - \sin \beta \sin \Gamma, & - \cos \beta \sin \Gamma, & \cos \Gamma, \end{cases}$$

und ebenso die 9 Determinanten der 3 Hauptachsen, oder vielmehr der positiven  $x, y, z$ , Halbachsen, in Bezug auf das System  $X, Y, Z$ , folgende Werthe haben:

$$(74) \begin{cases} \sin \Psi \sin \Phi \cos \Theta + \cos \Psi \cos \Phi, & \sin \Psi \cos \Phi \cos \Theta - \cos \Psi \sin \Phi, & \sin \Psi \sin \Theta, \\ \cos \Psi \sin \Phi \cos \Theta - \sin \Psi \cos \Phi, & \cos \Psi \cos \Phi \cos \Theta + \sin \Psi \sin \Phi, & \cos \Psi \sin \Theta, \\ & -\sin \Phi \sin \Theta, & -\cos \Phi \sin \Theta, & \cos \Theta. \end{cases}$$

Aus den Determinanten (73) und den folgenden der 3 Hauptachsen, in Bezug auf das System  $x, y, z$ :

$$(75) \begin{cases} \sin \psi \sin \phi \cos \theta + \cos \psi \cos \phi, & \sin \psi \cos \phi \cos \theta - \cos \psi \sin \phi, & \sin \psi \sin \theta, \\ \cos \psi \sin \phi \cos \theta - \sin \psi \cos \phi, & \cos \psi \cos \phi \cos \theta + \sin \psi \sin \phi, & \cos \psi \sin \theta, \\ & -\sin \phi \sin \theta, & -\cos \phi \sin \theta, & \cos \theta, \end{cases}$$

ergeben sich andere Ausdrücke für die 9 Determinanten (74), und also durch Gleichsetzung, 9 Gleichungen, von denen hier nur folgende 5 benutzt werden:

$$\begin{aligned} & \sin \Psi \sin \Theta \\ = & \sin \beta \cos \Gamma \sin \theta \cos(\psi - \alpha) + \cos \beta \sin \theta \sin(\psi - \alpha) - \sin \beta \sin \Gamma \cos \theta, \\ & \cos \Psi \sin \Theta \\ = & \cos \beta \cos \Gamma \sin \theta \cos(\psi - \alpha) - \sin \beta \sin \theta \sin(\psi - \alpha) - \cos \beta \sin \Gamma \cos \theta, \\ & -\sin \Phi \sin \Theta \\ = & \sin \phi \sin \Gamma \cos \theta \cos(\psi - \alpha) - \cos \phi \sin \Gamma \sin(\psi - \alpha) - \sin \phi \cos \Gamma \sin \theta, \\ & -\cos \Phi \sin \Theta \\ = & \cos \phi \sin \Gamma \cos \theta \cos(\psi - \alpha) + \sin \phi \sin \Gamma \sin(\psi - \alpha) - \cos \phi \cos \Gamma \sin \theta, \\ & \cos \Theta = \sin \Gamma \sin \theta \cos(\psi - \alpha) + \cos \Gamma \cos \theta. \end{aligned}$$

Aus diesen Gleichungen, (welche man auch durch die Betrachtung des zwischen den drei Ebenen  $xy, x_1y_1, XY$  auf einer um den festen Punkt als Centrum beschriebenen Kugeloberfläche liegenden sphärischen Dreiecks ableiten könnte), ergeben sich nach leichten Reductionen, aus den Formeln (72), (71), (70), (16), (15) folgende:

$$(76) \begin{cases} \psi_1 = -\varrho \cos \Gamma, \\ \theta_1 = \varrho \sin \Gamma \sin(\psi - \alpha) = \varrho \sin \Theta \sin(\Phi - \phi), \\ r = \varrho \sin \Gamma \cos(\psi - \alpha) = -\varrho(\sin \Theta \cos \theta \cos(\Phi - \phi) - \cos \Theta \sin \theta), \\ u = \varrho(\sin \Gamma \cos \theta \cos(\psi - \alpha) - \cos \Gamma \sin \theta) = -\varrho \sin \Theta \cos(\Phi - \phi), \\ Cr = \varrho(\sin \Gamma \sin \theta \cos(\psi - \alpha) + \cos \Gamma \cos \theta) = \varrho \cos \Theta, \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 (76) \quad & Bq = \varrho (\cos \phi \sin \Gamma \cos \theta \cos (\psi - \alpha) + \sin \phi \sin \Gamma \sin (\psi - \alpha) - \cos \phi \cos \Gamma \sin \theta) \\
 & \qquad \qquad \qquad = -\varrho \sin \Theta \cos \Phi, \\
 & Ap = \varrho (\sin \phi \sin \Gamma \cos \theta \cos (\psi - \alpha) - \cos \phi \sin \Gamma \sin (\psi - \alpha) - \sin \phi \cos \Gamma \sin \theta) \\
 & \qquad \qquad \qquad = -\varrho \sin \Theta \sin \Phi, \\
 & \frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\sin \Gamma} = \varrho^2 \sin \theta \sin (\psi - \alpha) = \varrho^2 \sin \Theta \sin (\Psi - \beta), \\
 & \frac{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1}{\sin \Gamma} = -\varrho^2 (\sin \theta \cos \Gamma \cos (\psi - \alpha) - \sin \Gamma \cos \theta) \\
 & \qquad \qquad \qquad = -\varrho^2 \sin \Theta \cos (\Psi - \beta).
 \end{aligned}$$

Hiermit ausgerüstet, wende ich mich zur Interpretation der noch übrigen ersten und letzten der Integralgleichungen (65\*), und der in ihnen vorkommenden Constanten.

Aus der 5ten dieser Formeln folgt durch Differentiation:

$$(77) \quad Cdr = -\varrho \sin \Theta d\Theta;$$

und durch Substitution derselben, so wie der beiden folgenden in die letzte Gleichung (62), folgende Gleichung:

$$(78) \quad \varrho^2 (AB - BC \sin^2 \Phi - CA \cos^2 \Phi) \sin^2 \Theta = AB (\varrho^2 - 2t_1 C).$$

Durch Differentiation dieser Gleichung erhält man mit Hinzuziehung der eben erwähnten und der Formel (77) folgende Umformung des Differentials

$$\frac{dr}{pq}: \quad (79) \quad \frac{C}{A-B} \cdot \frac{dr}{pq} = \frac{ABC}{\varrho \cos \Theta} \cdot \frac{d\Phi}{B(A-C) \sin^2 \Phi + A(B-C) \cos^2 \Phi},$$

worin  $\varrho \cos \Theta$  aus derselben Gleichung (78) auf folgende Weise durch  $\Phi$  ausgedrückt wird:

$$(80) \quad \varrho \cos \Theta = \pm \sqrt{\left( \frac{BC(2t_1 A - \varrho^2) \sin^2 \Phi + CA(2t_1 B - \varrho^2) \cos^2 \Phi}{B(A-C) \sin^2 \Phi + A(B-C) \cos^2 \Phi} \right)}.$$

Das vor dem Wurzelzeichen, welches stets positiv sein möge, vorgesetzte doppelte Zeichen bleibt unbestimmt, so lange über die Lage der dritten Hauptachse nichts festgesetzt ist. Nimmt man  $B$  als das mittlere Moment der Trägheit des rotirenden Körpers an, so daß  $A - B$  und  $B - C$  Größen desselben Zeichens sind, und unterscheidet die beiden Fälle, worin die Differenz:

$$2t_1 B - \varrho^2$$

positiv oder negativ ist, dadurch, daß man für  $A$  im erstern Falle das größte, im letztern das kleinste Trägheitsmoment nimmt, so hängt die Frage, wel-

ches Zeichen man zu nehmen hat, davon ab, ob die positive  $Z$  Halbachse über oder unterhalb derjenigen Ebene liegt, wozu im ersten Falle die beiden größten, im zweiten die beiden kleinsten Momente der Trägheit dazugehören. Man kann daher festsetzen, daß das Zeichen von  $\varrho \cos \Theta$  mit dem Zeichen von  $2t_1 B - \varrho^2$  übereinstimme, und wenn dann  $\varrho$ , wie im Folgenden immer angenommen wird, positiv ist, so liegt die positive  $Z$  Halbachse im ersten Falle über, im zweiten Falle unter dem Äquator.

Diese Lage behält aber auch diese Achse während der ganzen Dauer der Bewegung des Körpers; denn es kann  $\varrho \cos \Theta$  sein Zeichen nicht ändern, ohne, was gegen seine Natur ist, imaginär zu werden, da es durch eine Quadratwurzel ausgedrückt ist. Aus demselben Grunde kann auch  $\Theta$  nicht verschwinden, also die  $Z$  Achse nicht auf dem Äquator senkrecht stehen. Bei der soeben gemachten Annahme in Betreff der Hauptachsen ist der Winkel  $\Phi$  zwischen keinen Grenzen eingeschlossen. In der That haben die Größen

$$A - C, B - C, 2t_1 A - \varrho^2, 2t_1 B - \varrho^2, \varrho^2 - 2t_1 C,$$

wie die Gleichungen (62) zeigen, worin  $t_1$ ,  $p^2$ ,  $q^2$ ,  $r^2$  stets positive Größen sind, alle im ersten Falle das positive, im letzten das negative Zeichen, und es ist daher die unter dem Wurzelzeichen des Ausdrucks für  $\varrho \cos \Theta$ , ebenso wie die in dem Ausdrucke für  $\varrho \sin \Theta$ :

$$(81) \quad \varrho \sin \Theta = \sqrt{\frac{AB(\varrho^2 - 2t_1 C)}{B(A - C) \sin^2 \Phi + A(B - C) \cos^2 \Phi}},$$

unter dem Wurzelzeichen stehende Gröfse für jeden Werth von  $\Phi$  stets positiv.

Umgekehrt folgen daraus, daß diese Ausdrücke für jedes  $\Phi$  positiv bleiben, die Bedingungen, daß die Producte:

$$\begin{aligned} (A - C) \cdot (\varrho^2 - 2t_1 C), & \quad (B - C) \cdot (\varrho^2 - 2t_1 C), \\ (A - C) \cdot (2t_1 A - \varrho^2), & \quad (B - C) \cdot (2t_1 B - \varrho^2) \end{aligned}$$

stets positiv sein müssen, woraus sich ergibt, daß die Größen

$$(2t_1 B - \varrho^2), \quad (2t_1 A - \varrho^2), \quad (B - C), \quad (A - C), \quad (\varrho^2 - 2t_1 C)$$

stets dasselbe Zeichen haben müssen, wovon man oben ausgegangen war.

Wenn man nun ferner die zu  $r = r_0$  gehörigen Werthe aller Variablen die Anfangswerthe nennt, und durch eine angehängte 0 bezeichnet, so erhält man dieselben aus den Formeln (76) geradezu. Hiernach geht die erste der

Integralgleichungen (65) in folgende über, indem man die Formeln (79) und (80) hinein substituirt:

$$(82) \quad l + t = \int_{\Phi_0}^{\Phi} \frac{AB \sqrt{C} d\Phi}{\sqrt{\{B(2l, A - \varrho^2) \sin^2 \Phi + A(2l, B - \varrho^2) \cos^2 \Phi\} \{B(A - C) \sin^2 \Phi + A(B - C) \cos^2 \Phi\}}},$$

wobei in beiden Fällen, die oben unterschieden wurden, die Wurzelgröfse den positiven Werth erhält.

Hieraus folgt, dafs  $-l = t_0$  diejenige Zeit bedeutet, wofür  $\Phi = \Phi_0$  ist, also die Anfangszeit.

Dividirt man die beiden letzten Formeln (76) in einander, so erhält man:

$$\frac{\varrho \theta_1 \sin \theta}{\varrho^2 \cos \theta + Cr \psi_1} = \tan(\Psi - \beta).$$

Aus den drei vorhergehenden Formeln (76) folgt ferner die Gleichung:

$$\frac{\varrho(Cr^2 - 2t_1)}{\varrho^2 - C^2 r^2} = \frac{\varrho}{C} \cdot \frac{(\varrho^2 \cos^2 \Theta - 2t_1 C)}{\varrho^2 \sin^2 \Theta},$$

welche, mit Hinzuziehung der Gleichung (78), in folgende übergeht:

$$\frac{\varrho(Cr^2 - 2t_1)}{\varrho^2 - C^2 r^2} = -\varrho \frac{B \sin^2 \Phi + A \cos^2 \Phi}{B(A - C) \sin^2 \Phi + A(B - C) \cos^2 \Phi}.$$

Substituirt man diese beiden Formeln in die letzte Integralgleichung, so erhält dieselbe folgende Form:

$$(83) \quad g = \beta - \Psi - \varrho \sqrt{C} \int_{\Phi_0}^{\Phi} \frac{(B \sin^2 \Phi + A \cos^2 \Phi) d\Phi}{\sqrt{\{B(2l, A - \varrho^2) \sin^2 \Phi + A(2l, B - \varrho^2) \cos^2 \Phi\} \{B(A - C) \sin^2 \Phi + A(B - C) \cos^2 \Phi\}}},$$

woraus hervorgeht, dafs:

$$-g = \Psi_0 - \beta$$

ist, also der am Anfang der Bewegung in der  $XY$  Ebene vom niedersteigenden Knoten des Äquators bis zum aufsteigenden der  $xy$  Ebene direct gezählte Winkel die Constante  $-g$  ausdrückt.

Man kann hiernach die 3 Integralgleichungen des Problems auch auf folgende Weise darstellen. Durch die Gleichung (82) wird der Winkel  $\Phi$  als Function von der Zeit bestimmt. Die Gleichungen (83) und (81) bestimmen die Winkel  $\Psi$  und  $\Theta$  als Functionen von  $\Phi$ , also auch als Functionen der Zeit. Aus den Gleichungen (76) ergeben sich dann die drei ursprünglichen Winkel  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $\theta$  als Functionen der drei ebengenannten:  $\Phi$ ,  $\Psi$ ,  $\Theta$ , also

definitiv auch als Functionen der Zeit. Die gehörigen Combinationen dieser Gleichungen liefern zu diesem Zweck namentlich folgende Formeln:

$$(84) \quad \begin{cases} \cos \theta = \cos \Theta \cos \Gamma - \sin \Theta \sin \Gamma \cos (\Psi - \beta), \\ \sin \theta \sin (\psi - \alpha) = \sin \Theta \sin (\Psi - \beta), \\ \sin \theta \cos (\psi - \alpha) = \cos \Theta \sin \Gamma + \sin \Theta \cos \Gamma \cos (\Psi - \beta), \\ \sin \Theta \sin (\Phi - \phi) = \sin \Gamma \sin (\psi - \alpha), \\ \sin \Theta \cos (\Phi - \phi) = \cos \Gamma \sin \theta - \sin \Gamma \cos \theta \cos (\psi - \alpha), \end{cases}$$

welche lehren, was sich durch die Bedeutung dieser Größen bestätigt, daß

$$\pi - \theta, \quad \psi - \alpha, \quad \Phi - \phi,$$

oder, wenn letzteres negativ ist,

$$\pi - \theta, \quad \psi - \alpha, \quad 2\pi + \Phi - \phi$$

ein Winkel und die beiden ihn einschließenden Seiten eines sphärischen Dreiecks sind, dessen übrige drei jenen respective gegenüberliegende Stücke:

$$\Psi - \beta, \quad \Theta, \quad \Gamma$$

sind.

In diesen endlichen Gleichungen kommen die Constanten:

$$\varrho, \quad t, \quad \Phi_0, \quad l, \quad \beta, \quad g, \quad \alpha, \quad \Gamma$$

vor, welche sich, da zwei von ihnen, z. B.  $l_0$  und  $\beta$ , beliebig angenommen werden können, auf die 6 Constanten der endlichen Gleichungen reduciren. Es sollen diese jetzt noch durch die Anfangswerthe der Variablen und ihrer Abgeleiteten, in

$$\phi_0, \quad \psi_0, \quad \theta_0, \quad \phi'_0, \quad \psi'_0, \quad \theta'_0$$

und  $t_0$  ausgedrückt werden, damit alle Größen auf den Anfangszustand des Problems zurückgeführt werden können.

Zu diesem Ende leite ich aus den Gleichungen (3) folgende ab:

$$\begin{aligned} p_0 &= \psi'_0 \sin \phi_0 \sin \theta_0 - \theta'_0 \cos \phi_0, \\ q_0 &= \psi'_0 \cos \phi_0 \sin \theta_0 + \theta'_0 \sin \phi_0, \\ r_0 &= \phi'_0 - \psi'_0 \cos \theta_0, \end{aligned}$$

wodurch die Anfangswerthe der drei Größen  $p, q, r$  auf die soeben bezeichnete Art ausgedrückt sind. Da jedoch statt der drei Größen:

$$\phi'_0, \quad \psi'_0, \quad \theta'_0$$

gewöhnlich die anfängliche Lage der momentanen Drehungsachse, und die um sie stattfindende Winkelgeschwindigkeit in Gröfse und Richtung gegeben sind, so will ich hier noch auseinandersetzen, wie man hieraus die gehörige Lage der Halbachsen  $x_1, y_1, z_1$  und die Gröfsen  $p_0, q_0, r_0$  unzweideutig bestimmt. Bekanntlich drücken die letzteren die direct gezählten anfänglichen Rotationsgeschwindigkeiten des Körpers um die 3 Hauptachsen aus, und:

$$V(p_0^2 + q_0^2 + r_0^2) = \omega_0$$

ist die ebenfalls direct gezählte anfängliche Winkelgeschwindigkeit um diejenige Achse, deren Determinanten, in Bezug auf dasselbe Hauptachsen-System, respective:

$$\frac{p_0}{\omega_0}, \quad \frac{q_0}{\omega_0}, \quad \frac{r_0}{\omega_0}$$

sind. Hierdurch ist man in den Stand gesetzt, die ebengenannte Frage zu beantworten.

Es seien nämlich:

$$\cos^2 m_0, \cos^2 n_0, \cos^2 l_0$$

die Quadrate der gegebenen drei Determinanten der anfänglichen momentanen Drehungsachse, und  $\omega_0$  die dazugehörige anfängliche Winkelgeschwindigkeit des Körpers. Dann hat man die Formeln:

$$\begin{aligned} \varrho^2 &= \omega_0^2 \{M_0^2 \cos^2 m_0 + N_0^2 \cos^2 n_0 + L_0^2 \cos^2 l_0\}, \\ 2t_1 &= \omega_0^2 \{M_0 \cos^2 m_0 + N_0 \cos^2 n_0 + L_0 \cos^2 l_0\}, \end{aligned}$$

worin  $M_0, N_0, L_0$  respective die Momente der Trägheit des Körpers, in Bezug auf die 3 Hauptachsen, bedeuten. Hätte man letztere so geordnet, daß

$$M_0 - N_0, N_0 - L_0$$

positive Gröfsen sind, so wird man zwei Fälle unterscheiden, je nachdem der Ausdruck:

$$2t_1 N_0 - \varrho^2$$

positiv oder negativ ist. Im ersten Falle bestimme ich die drei Achsen  $x_1, y_1, z_1$  so, daß die in der früheren Betrachtung in Bezug auf sie genommenen Momente der Trägheit:

$$A, B, C,$$

respective mit

$$M_0, N_0, L_0$$



übereinstimmen. Im 2ten Falle lasse ich dieselben mit

$$L_o, N_o, M_o$$

übereinstimmen, und bestimme in beiden Fällen die drei positiven Halbachsen  $x_1, y_1, z_1$  so, daß in Bezug auf sie die gegebene Richtung der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit direct ist, d. h. so, daß dieselbe mit der Aufeinanderfolge der 3 Halbachsen  $x_1, y_1, z_1$  übereinstimmt. Nun bestimmt man die Determinanten der momentanen Drehungsachse, die am Anfange stattfindet, in Bezug auf dieses System. Sie seien respective:

$$\cos a_o, \cos b_o, \cos c_o,$$

ihre Quadrate werden natürlich mit

$$\cos^2 m_o, \cos^2 n_o, \cos^2 l_o$$

im ersten, und mit

$$\cos^2 l_o, \cos^2 n_o, \cos^2 m_o$$

im zweiten Falle übereinstimmen. Hieraus folgen dann die gesuchten Werthe:

$$p_o = \omega_o \cos a_o, \quad q_o = \omega_o \cos b_o, \quad r_o = \omega_o \cos c_o.$$

Aus diesen Werthen bestimmt man nun sofort die Größen  $\Theta_o$  und  $\Phi_o$  vermittelst der aus den Gleichungen (76) folgenden Formeln:

$$Cp_o = C\omega_o \cos a_o = -\rho \sin \Theta_o \sin \Phi_o,$$

$$Cq_o = C\omega_o \cos b_o = -\rho \sin \Theta_o \cos \Phi_o,$$

$$Cr_o = C\omega_o \cos c_o = \rho \cos \Theta_o.$$

Endlich ergeben sich aus denselben Gleichungen (76) die Werthe der Constanten

$$\alpha, \Psi_o - \beta, \Gamma,$$

durch die Formeln:

$$\cos \Gamma = \cos \Theta_o \cos \theta_o + \sin \Theta_o \sin \theta_o \cos (\Phi_o - \phi_o),$$

$$\begin{cases} \sin \Gamma \sin (\psi_o - \alpha) = \sin \Theta_o \sin (\Phi_o - \phi_o), \\ \sin \Gamma \cos (\psi_o - \alpha) = \cos \Theta_o \sin \theta_o - \sin \Theta_o \cos \theta_o \cos (\Phi_o - \phi_o), \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sin \Theta_o \sin (\Psi_o - \beta) = \sin \theta_o \sin (\psi_o - \alpha), \\ \sin \Theta_o \cos (\Psi_o - \beta) = -\theta_o \sin \Gamma + \sin \theta_o \cos \Gamma \cos (\Psi_o - \alpha), \end{cases}$$

welche lehren, daß:

$$\psi - \alpha, \quad \Psi_o - \beta, \quad \Gamma$$

zwei Seiten und der eingeschlossene Winkel eines sphärischen Dreiecks sind, dessen vorherbestimmte gegenüberliegende Stücke respective:

$$\Theta_0, \quad \pi - \theta_0, \quad \Phi_0 - \phi_0,$$

oder, wenn letzteres negativ ist,

$$\Theta_0, \quad \pi - \theta_0, \quad 2\pi + \Phi_0 - \phi_0$$

sind.

Es bleibt also nur noch die Gröfse  $t_0$  in den Gleichungen des Problems übrig, welche unter diesen Umständen einen ganz beliebigen Werth annehmen kann. Im Bisherigen ist die vollständige Interpretation der 3 Integralgleichungen (65') und der darin vorkommenden willkürlichen Constanten enthalten. Auf eine ähnliche Weise kann man das System Integralgleichungen (69) behandeln, welches von dem vorigen dadurch sich unterscheidet, dafs die untere Grenze der in ihnen vorkommenden Integrale nicht eine reine Constante ist, sondern durch die Gleichung:

$$R_0^2 = \frac{(2t_1 A - \varrho^2)}{C(A - C)}$$

bestimmt wird. Da  $CR_0 = \varrho \cos \Theta_0$  ist, so folgt aus der Gleichung (80), dafs  $\Phi_0 = \frac{\pi}{2}$  diesen Anfangswerth von  $r$  hervorruft. Es ist also diejenige Lage des Körpers als Anfangslage angenommen, wobei die niedersteigende Knotenlinie der  $x, y$ , Ebene auf der  $XY$  Ebene in der Verlängerung der positiven  $y$ , Halbachse liegt. Die 4te, 5te und 6te der Formeln (76) lehren, dafs in diesem Falle:

$$\begin{aligned} CR_0 &= \varrho \cos \Theta_0 = \pm \sqrt{\left(\frac{(2t_1 A - \varrho^2)C}{A - C}\right)}, \\ CQ_0 &= 0, \\ CP_0 &= -\varrho \sin \Theta_0 = -\sqrt{\left(\frac{A(\varrho^2 - 2t_1 C)}{A - C}\right)} \end{aligned}$$

sein wird, wenn  $Q_0$  und  $P_0$  die mit  $R_0$  correspondirenden Werthe von  $q$  und  $p$  sind. Es liegt daher die anfängliche momentane Drehungsachse in der  $x, z$ , Ebene. Umgekehrt kann man aus einer gegebenen Anfangslage der momentanen Drehungsachse in der Ebene des grössten und kleinsten Moments der Trägheit und der Gröfse und Richtung der anfänglichen Winkelgeschwindigkeit um diese Achse, ganz so wie es oben im allgemeineren Falle gezeigt ist, die richtige Lage der drei positiven  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , Halbachsen und den geeigneten der beiden Werthe von  $\cos \Theta_0$  ableiten, während man  $\Phi_0 = \frac{\pi}{2}$  erhält.

Die Bestimmung derjenigen Anfangswerthe von  $\phi_0, \psi_0, \theta_0$  und  $\phi'_0, \psi'_0, \theta'_0$ , wofür diese Anfangslage der momentanen Drehungsachse stattfindet, folgt aus den Formeln für  $p_0, q_0, r_0$ , wonach sich

$$\psi'_0 \cos \phi_0 \sin \theta_0 + \theta'_0 \sin \phi_0 = 0$$

als die zu diesem Zustande nöthige Bedingungsgleichungen, zwischen jenen sich auf ein beliebiges festes Achsensystem beziehenden Größen ergibt. Die übrigen Constanten werden ganz ebenso wie im vorigen Falle bestimmt. Nur ist es zu merken, daß  $t_0$  jetzt eine der 6 willkürlichen Constanten der Integralgleichungen wird, als welche man die Größen:

$$\varrho, t_1, t_0, \Phi_0 - \beta, \alpha, \Gamma$$

annehmen kann, welche, wie oben, aus dem Anfangszustande der Bewegung des Körpers bestimmt werden. Dieser Anfangswerth von  $\Phi_0 = \frac{\pi}{2}$  führt, durch eine einfache Transformation der in den Integralgleichungen vorkommenden Integrale in die Normalform der elliptischen Integrale, auf eine directe Bestimmung aller Variabeln des Problems durch die Zeit, mit Hülfe der elliptischen Functionen und Reihen. Ich werde die Grundformeln hierzu, welche zuerst in der schönen Abhandlung: „*de motu gyatorio corporis rigidi nulla vi acceleratrice sollicitati*“ von A. S. Rueb im Jahre 1834 aufgestellt sind, und wodurch drei von den 9 Größen (74), nämlich:

$$-\sin \Phi \sin \Theta, -\cos \Phi \sin \Theta, \cos \Theta$$

durch die Zeit auf die ebengenannte Weise ausgedrückt worden sind, aus meinen obigen Formeln, also auf eine eigenthümliche Weise ableiten.

Zu diesem Ende setze ich:

$$\frac{A-B}{B-C} \cdot \frac{\varrho^2 - 2t_1 C}{2t_1 A - \varrho^2} = \kappa^2,$$

$$\frac{A-C}{B-C} \cdot \frac{2t_1 B - \varrho^2}{2t_1 A - \varrho^2} = 1 - \kappa^2 = \kappa_1^2.$$

In beiden oben gesonderten Fällen sind diese beiden Ausdrücke positiv, also  $\kappa^2$  ein positiver ächter Bruch. Es werde um die Variable  $u$ , welche mit  $\Phi$  continuirlich jene von 0, diese von  $\frac{\pi}{2}$  an, wachsen möge, durch die Gleichung:

$$\tan \Phi + \sqrt{\frac{A(B-C)}{B(A-C)}} \cot \text{am}(u, \kappa) = 0$$

bestimmt, so erhält man die Formeln:

$$\begin{aligned}\cos \Phi &= -\sin \operatorname{am}(u, \kappa) \sqrt{\left( \frac{B(A-C)}{B(A-C) \sin^2 \operatorname{am}(u, \kappa) + A(B-C) \cos^2 \operatorname{am}(u, \kappa)} \right)}, \\ \sin \Phi &= \cos \operatorname{am}(u, \kappa) \sqrt{\left( \frac{A(B-C)}{B(A-C) \sin^2 \operatorname{am}(u, \kappa) + A(B-C) \cos^2 \operatorname{am}(u, \kappa)} \right)}, \\ d\Phi &= \sqrt{\left( \frac{A(B-C)}{B(A-C)} \right)} \cdot \frac{B(A-C) \Delta \operatorname{am}(u, \kappa) du}{B(A-C) \sin^2 \operatorname{am}(u, \kappa) + A(B-C) \cos^2 \operatorname{am}(u, \kappa)}, \\ B(A-C) \sin^2 \Phi + A(B-C) \cos^2 \Phi &= \frac{AB(A-C) \cdot (B-C)}{B(A-C) \sin^2 \operatorname{am}(u, \kappa) + A(B-C) \cos^2 \operatorname{am}(u, \kappa)}, \\ B(2t, A-\xi^2) \sin^2 \Phi + A(2t, B-\xi^2) \cos^2 \Phi &= \frac{AB(2t, A-\xi^2) \cdot (B-C) \Delta^2 \operatorname{am}(u, \kappa)}{B(A-C) \sin^2 \operatorname{am}(u, \kappa) + A(B-C) \cos^2 \operatorname{am}(u, \kappa)}, \\ B \sin^2 \Phi + A \cos^2 \Phi &= B + \frac{B(A-C) \cdot (A-B) \sin^2 \operatorname{am}(u, \kappa)}{B(A-C) \sin^2 \operatorname{am}(u, \kappa) + A(B-C) \cos^2 \operatorname{am}(u, \kappa)}.\end{aligned}$$

Substituiert man diese Ausdrücke in die obigen Gleichungen (82) und (83), nachdem man der Kürze wegen

$$\begin{aligned}\sqrt{\left( \frac{(B-C) \cdot (2t, A-\xi^2)}{ABC} \right)} &= n, \\ \sqrt{\left( \frac{A(B-C)}{C(A-B)} \right)} &= \operatorname{tang} \operatorname{am}(a, \kappa_1)\end{aligned}$$

gesetzt hat, so nehmen dieselben folgende einfachere Gestalt an:

$$(85) \quad u = n(t+l)$$

$$(86) \quad g + \Psi - \beta + \frac{\xi u}{An} = \pm i \Pi(u, ia, \kappa),$$

wo das obere Zeichen für den ersten, das untere für den zweiten Fall gilt, und hier wie vorher die bekannten Bezeichnungen der elliptischen Integrale und Functionen, wie sie in den *fundamentis novis theoriae functionum ellipticarum* zuerst eingeführt sind, benutzt werden.

Es ergeben sich hieraus die Formeln:

$$(87) \quad \begin{cases} p = -\frac{\xi}{A} \sin \Theta \sin \Phi = -\sqrt{\left( \frac{\xi^2 - 2t, C}{A(A-C)} \right)} \cos \operatorname{am}(n(t+l), \kappa), \\ q = -\frac{\xi}{B} \sin \Theta \cos \Phi = \sqrt{\left( \frac{\xi^2 - 2t, C}{B(B-C)} \right)} \sin \operatorname{am}(n(t+l), \kappa), \\ r = \frac{\xi}{C} \cos \Theta = \pm \sqrt{\left( \frac{2tA - \xi^2}{C(A-C)} \right)} \Delta \operatorname{am}(n(t+l), \kappa). \end{cases}$$

Jacobi hat in seiner neuesten Abhandlung „sur la rotation d'un corps“ im 39sten Bande des Crelleschen Journals auch die übrigen der 9 Coëfficienten (74) durch elliptische Functionen, deren Argument  $n(t+l)$  ist, dargestellt, indem er von diesen Gleichungen (85), (86), (87) ausgegangen ist. Diese äußerst sinnreiche und bisher von keinem Geometer geahnte Ausdrucksweise des ganzen Problems durch die Zeit ist als ein wesentliches und fundamentales Element der Dynamik der Körper zu betrachten. Sie beruht im Wesentlichen auf folgender Umformung unserer Gleichung (86). Es folgt nämlich aus der Darstellung des Integrals  $\Pi(u, a, \kappa)$  durch die Function  $\theta$ , welche Jacobi zuerst in die Theorie der elliptischen Functionen eingeführt hat, und wonach, wenn:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{V(1 - \kappa^2 \sin^2 \phi)} = K,$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{V(1 - \kappa_1^2 \sin^2 \phi)} = K_1,$$

$$q = e^{-\frac{\pi K_1}{K}},$$

$$\theta(u, \kappa) = 1 - 2q \cos \frac{\pi u}{K} + 2q^3 \cos \frac{2\pi u}{K} - 2q^9 \cos \frac{3\pi u}{K} + \dots$$

gesetzt wird,

$$\Pi(u, a, \kappa) = u \frac{\partial \log \theta a}{\partial a} + \frac{1}{2} \log \frac{\theta(u-a)}{\theta(u+a)}$$

ist, dafs die Gleichung (86) folgende Form annimmt:

$$g + \Psi - \beta = -u \left( \frac{\partial}{\partial a} \mp \frac{\partial \log \theta a}{\partial a} \right) \pm \frac{1}{2} i \log \frac{\theta(u-ia)}{\theta(u+ia)}.$$

Indem man nun

$$\frac{\partial}{\partial a} \mp \frac{\partial \log \theta a}{\partial a} = n'$$

setzt, den obigen Werth von  $u = n(t+l)$  substituirt und von den Logarithmen zu den Exponential-Functionen und trigonometrischen übergeht, so erhält man:

$$e^{\mp i(g + \Psi - \beta + nn'(t+l))} = V \left( \frac{\theta(n(t+l) - ia)}{\theta(n(t+l) + ia)} \right),$$

also:

$$(88) \begin{cases} \cos \{g + nn'(t+l) + \Psi - \beta\} = \frac{\theta(n(t+l) + ia) + \theta(n(t+l) - ia)}{2V(\{\theta(n(t+l) + ia)\} \cdot \{\theta(n(t+l) - ia)\})}, \\ \sin \{g + nn'(t+l) + \Psi - \beta\} = \frac{\theta(n(t+l) + ia) - \theta(n(t+l) - ia)}{2V(\{\theta(n(t+l) + ia)\} \cdot \{\theta(n(t+l) - ia)\})}. \end{cases}$$

Math. Kl. 1850.

G

Aus ihnen geht hervor, wie die 9 Coëfficienten (74), welche einfache Functionen von den Gröſsen

$$\sin(\Psi - \beta), \quad \cos(\Psi - \beta), \quad \sin \Phi, \quad \cos \Phi, \quad \sin \Theta, \quad \cos \Theta$$

sind, durch die Zeit mittelst äufferst convergirender Reihen ausgedrückt werden können.

Ich werde die weitere Behandlung dieser Formeln, welche zugleich mit der Einführung eines in der  $XY$  Ebene mit der constanten Winkelgeschwindigkeit  $nn'$  sich gleichförmig drehenden concentrischen rechtwinkligen ebenen Coordinatensystems  $X_i, Y_i$  und mit der Eigenschaft zusammenhängt, daß die 9 in Bezug auf das System:

$$X_i, Y_i, Z_i$$

bestimmten Coëfficienten, periodische Functionen der Zeit sind, welche nach der Zeit:

$$T = \frac{2k}{n} h,$$

wo  $h$  eine beliebige ganze Zahl ist, immer wieder dieselben Werthe annehmen, übergehen, und verweise in Bezug hierauf auf die obengenannte Abhandlung von Jacobi. Der Zweck, weshalb ich die Formeln so weit entwickelt habe, besteht darin, daß dadurch gezeigt werden sollte, wie alle Variablen des auf ein festes Achsensystem  $x, y, z$  bezogenen Problems der Rotation, mit Hülfe der elliptischen Functionen und Transcendenten durch die Zeit und sechs Constanten ausgedrückt werden können. Denn man darf nur zu diesem Ende mit den Formeln (87) und (88) die Gleichungen (84), oder was dasselbe ist, die Beziehung zu dem oben damit in Zusammenhang gebrachten sphärischen Dreieck vereinigen. Die daraus folgende Entwicklung des Problems nach Potenzen der Gröſse  $q$  werde ich hier, da sie dem eigentlichen Zweck dieser Abhandlung fremde ist, nicht weiter verfolgen, und nur noch die Bemerkung hinzufügen, daß die daraus folgenden Näherungsformeln vor allen bisher hierbei benutzten bei weitem den Vorzug verdienen, wie ich nächstens durch ihre Anwendung auf einige wichtige Probleme der Rotation eines Körpers mit störenden Kräften es zu zeigen Gelegenheit haben werde.

# VIII.

Die in den vorigen Artikeln gegebene Lösung der zum Problem der Rotation gehörigen partiellen Differential-Gleichung und die daraus folgende Entwicklung der Integralgleichungen dieses Problems läßt sich durch eine Methode, welche ich die Integration durch das sphärische Dreieck nennen will, auf eine eigenthümliche Weise vereinfachen. Ich glaube diese zweite Lösung der vorliegenden Aufgabe um so weniger zurückhalten zu dürfen, als die soeben erwähnte Methode neu ist und auch in andern Problemen eine merkwürdige Anwendung findet. Ich gehe von dem Differential (29) aus, auf dessen Integration die Lösung der partiellen Differential-Gleichung (7) beruht. Vergleicht man damit die partielle Differential-Gleichung (5) selbst und die Formel (6), so ergibt sich, daß es zur Lösung der letztern darauf ankommt, das Differential

$$(89) \quad \theta_1 d\theta + \phi_1 d\phi + \psi_1 d\psi - t_1 dt$$

zu integrieren, wo  $\psi_1$  und  $t_1$  constant sind und  $\theta_1$  und  $\phi_1$  aus den Gleichungen:

$$(90) \quad A^2 p^2 + B^2 q^2 + C^2 r^2 = g^2,$$

$$(91) \quad Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 = 2t_1,$$

als Functionen von  $\phi$  und  $\theta$  bestimmt werden sollen, während die Formeln (16), (17), (18), nämlich:

$$(92) \quad \begin{cases} Ap = \frac{(\psi_1 + \phi_1 \cos \theta)}{\sin \theta} \sin \phi - \theta_1 \cos \phi, \\ Bq = \frac{(\psi_1 + \phi_1 \cos \theta)}{\sin \theta} \cos \phi + \theta_1 \sin \phi, \\ Cr = \phi_1 \end{cases}$$

gelten. Zu diesem Ende führe ich ein sphärisches Dreieck ein, dessen Winkel und Seiten durch:

$$N, \quad M, \quad A,$$

$$\nu, \quad \mu, \quad \lambda$$

bezeichnet sein mögen, und welches dadurch bestimmt ist, daß man, wenn der Kürze wegen

$$(93) \quad \nu = \frac{\phi_1 + \psi_1 \cos \theta}{\sin \theta}$$

angenommen ist,

$$(94) \quad \psi_i = -\varrho \cos N, \quad \theta_i = \nu \tan \lambda, \quad M = \pi - \theta$$

setzt. Es sei, damit die Bestimmungen unzweideutig bleiben, hinzugefügt, daß die Winkel nicht größer als  $180^\circ$  werden und daß  $\sin \lambda$  und  $\theta_i$  dasselbe Zeichen haben mögen. Ich werde jetzt alle zur Umformung des obigen Differentials durch die Stücke dieses sphärischen Dreiecks nöthigen Größen durch dieselben ausdrücken. Zu dem Ende ziehe ich von den beiden Seiten der Gleichung (90) die folgende:

$$\psi_i^2 = \varrho^2 \cos^2 N$$

ab und erhalte die schon früher benutzte Gleichung:

$$\theta_i^2 + \nu^2 = \varrho^2 \sin^2 N,$$

wenn ich die Formeln (92) und (93) substituire.

Aus ihr und der zweiten Gleichung (94) ergibt sich, da  $\sin N$  und  $\varrho \theta_i \sin \lambda$  immer positiv sein sollen,

$$\theta_i = \varrho \sin N \sin \lambda,$$

$$\nu = \varrho \sin N \cos \lambda,$$

und daher, weil aus den Gleichungen (92) die Formel:

$$Cr = \phi_i = \nu \sin \theta - \psi_i \cos \theta$$

folgt, durch Substitution der eben gefundenen Werthe von  $\theta_i$  und  $\nu$ :

$$Cr = \varrho \{ \sin N \sin M \cos \lambda - \cos N \cos M \}.$$

Benutzt man die Formeln der sphärischen Trigonometrie, so erhält man:

$$(95) \quad \begin{cases} Cr = \varrho \cos \Lambda, \\ \nu = \varrho (\sin \Lambda \cos M \cos \nu + \cos \Lambda \sin M), \\ \theta_i = \varrho \sin \Lambda \sin \nu. \end{cases}$$

Auf ähnliche Weise erhält man die Formeln:

$$(96) \quad \begin{cases} u = \frac{\psi_i + \phi_i \cos \theta}{\sin \theta} = -\varrho \left\{ \frac{\cos N + \cos \Lambda \cos M}{\sin M} \right\} = -\varrho \sin \Lambda \cos \nu, \\ Ap = -\varrho \sin \Lambda \sin (\phi + \nu), \\ Bq = -\varrho \sin \Lambda \cos (\phi + \nu). \end{cases}$$



Substituirt man diese Werthe von  $Bp$ ,  $Bq$ ,  $Cr$  in die Gleichung (91), so erhält man daraus die beiden Formeln:

$$(97) \quad \begin{cases} \varrho \sin \Lambda = \sqrt{\frac{AB(\varrho^2 - 2t, C)}{B(A-C)\sin^2(\phi + \nu) + A(B-C)\cos^2(\phi + \nu)}}, \\ \varrho \cos \Lambda = \pm \sqrt{\frac{BC(2t, A - \varrho^2)\sin^2(\phi + \nu) + CA(2t, B - \varrho^2)\cos^2(\phi + \nu)}{B(A-C)\sin^2(\phi + \nu) + A(B-C)\cos^2(\phi + \nu)}}. \end{cases}$$

Daraus, dafs diese Ausdrücke unter den Wurzelzeichen weder negativ noch unendlich werden können, leitet man, falls der Winkel  $\phi + \nu$  nicht auf bestimmte Grenzen beschränkt wird, auf dieselbe Weise wie in der vorigen Nummer die Bedingung ab, dafs die sechs Differenzen:

$$\begin{array}{ccc} A - C, & A - B, & B - C, \\ 2t, A - \varrho^2, & 2t, B - \varrho^2, & \varrho^2 - 2t, C \end{array}$$

alle dasselbe Zeichen haben müssen. Das Zeichen in der letzten Formel (97) bleibt willkürlich, und es sei daher wie oben festgesetzt, dafs das obere oder untere Zeichen gelten möge, je nachdem die Differenz:

$$2t, B - \varrho^2$$

positiv oder negativ ist.

Nach diesen Vorbereitungen nehme ich an Stelle des umzuformenden Differentials (89) folgendes:

$$(98) \quad \theta_1 d\theta - \phi_1 d\nu + \phi_1 d\eta + \psi_1 d\psi - t_1 dt,$$

worin der Einfachheit halber

$$\eta = \phi + \nu$$

gesetzt ist.

Wenn man aber die Formel der sphärischen Trigonometrie:

$$\cos \mu = \cos \lambda \cos \nu + \sin \lambda \sin \nu \cos M$$

total differentiirt und statt der in den Coëfficienten des Differentials vorkommenden Gröfsen  $\cos M$  und  $\sin M$ , ihre folgenden Werthe:

$$\cos M = \frac{\cos \mu - \cos \lambda \cos \nu}{\sin \lambda \sin \nu},$$

$$\sin M = \frac{\sin \lambda \sin \mu}{\sin \nu}$$

substituirt, so erhält man nach Division durch  $\sin \mu$  die bekannte Formel:

$$(99) \quad d\mu = \cos N d\lambda + \cos \Lambda d\nu + \sin \lambda \sin N dM.$$

Substituirt man hierin die Formeln (94), so erhält man die Formeln:

$$\theta_1 d\theta - \phi_1 d\nu = \varrho \cos N d\lambda - \varrho d\mu.$$

Führt man aufser dieser Formel noch für den Coëfficienten von  $d\eta$  den damit übereinstimmenden Ausdruck:

$$\phi_1 = \varrho \cos \Lambda = \pm \sqrt{\left\{ \frac{BC(2t_1 A - \varrho^2) \sin^2 \eta + CA(2t_1 B - \varrho^2) \cos^2 \eta}{B(A-C) \sin^2 \eta + A(B-C) \cos^2 \eta} \right\}}$$

in das Differential (98), so enthält dasselbe lauter exacte Differentialien und man erhält nach vollzogener Integration, wenn man dieselbe von irgend einem Anfangswerthe von  $\eta$  an bis  $\eta = \phi + \nu$  ausdehnt, folgende Lösung der partiellen Differentialgleichung (5):

$$V = \psi_1 \psi - t_1 t - \varrho \mu - \psi_1 \lambda \pm \int_{\eta_0}^{\phi + \nu} \sqrt{\left\{ \frac{BC(2t_1 A - \varrho^2) \sin^2 \eta + CA(2t_1 B - \varrho^2) \cos^2 \eta}{B(A-C) \sin^2 \eta + A(B-C) \cos^2 \eta} \right\}} d\eta.$$

Setzt man, wie in der vorigen Nummer, nach Einführung der Gröfse  $\kappa^2$ ,

$$\tan \eta = - \sqrt{\left\{ \frac{A(B-C)}{B(A-C)} \right\}} \cotang \operatorname{am} (u, \kappa),$$

so erhält man, falls man  $\eta_0 = \frac{\pi}{2}$ , und die Variablen  $\eta$  und  $u$  continuirlich respective von  $\frac{\pi}{2}$  bis  $\phi + \nu$  und von 0 bis  $U$  wachsend annimmt, folgende Form der eben gefundenen Lösung:

$$V = \psi_1 (\psi - \lambda) - t_1 t - \varrho \mu \pm \sqrt{\left\{ \frac{BC}{A} \cdot \frac{2t_1 A - \varrho^2}{B-C} \right\}} \int_0^U \frac{\Delta^2 \operatorname{am} u \, du}{1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2 \operatorname{am} u},$$

worin  $U$  durch die Gleichung:

$$\tan (\phi + \nu) = - \sqrt{\left\{ \frac{A(B-C)}{B(A-C)} \right\}} \cotang \operatorname{am} (U, \kappa)$$

und die damit verbundene Bemerkung unzweideutig bestimmt ist.

Auch die Ableitung der Integralgleichungen des Problems, durch partielle Differentiation dieser Lösung nach den in ihr vorkommenden Gröfßen, bietet eine große Vereinfachung dar; ich werde sie daher hinzufügen, obgleich man dadurch nur zu denselben Resultaten gelangt, welche am Ende der vorigen Nummer auseinandergesetzt sind.

Wenn man am  $(u, \kappa) = \xi$ , und am  $(U, \kappa) = \Xi$  setzt, so wird die Lösung eine Form annehmen, worin die obere Grenze des darin vorkommenden

Integrals von den Constanten  $t_1$ ,  $\psi_1$ ,  $\varrho$  nur in so fern abhängig ist, als in der Formel:

$$(100) \quad \text{tang}(\phi + \nu) = -\sqrt{\frac{A(B-C)}{B(A-C)}} \cotang \Xi$$

$\Xi$  von  $\nu$  abhängt und diese Gröſſe jene involvirt. Ich gehe daher von dieser Form aus:

$$(101) \quad V = \psi_1(\psi - \lambda) - t_1 t - \varrho \mu \pm \sqrt{\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{2t_1 A - \varrho^2}{B - C}\right)} \int_0^{\Xi} \frac{\sqrt{(1 - \kappa^2 \sin^2 \frac{\Xi}{2})} d\frac{\Xi}{2}}{1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2 \frac{\Xi}{2}}.$$

Nun ist die Differentiation dieses Ausdruckes nach den 3 Gröſſen:

$$t_1, \quad \psi_1, \quad \varrho$$

theils in sofern als diese Gröſſen explicite darin vorkommen, theils in sofern als sie in den Gröſſen  $\Xi$ ,  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  vorkommen, anzustellen. Die letztern sind nämlich die drei Seiten eines sphärischen Dreiecks, dessen Stücke die erstern drei Gröſſen theils explicite theils dadurch enthalten, dafs in ihren Ausdrücken die Gröſſen  $\phi_1$  und  $\theta_1$  vorkommen, welche mittelst der Gleichungen (90) und (91) mit  $t_1$ ,  $\psi_1$  und  $\varrho$  verbunden sind. Diese beim ersten Anblick schwierig erscheinende Differentiation wird auf folgende Weise ganz einfach ausgeführt.

Man variire den Ausdruck (101) in der Art, dafs man die Gröſſen  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$  als Variable, hingegen  $\phi$  und  $\theta$  als constant betrachtet. Bezeichnet man diese Variation durch  $\delta$ , so erhält man die Gleichung:

$$(102) \quad \delta_1 V = -\psi_1 \delta_1 \lambda - \varrho \delta_1 \mu \pm \sqrt{\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{2t_1 A - \varrho^2}{B - C}\right)} \cdot \frac{\sqrt{(1 - \kappa^2 \sin^2(\Xi))}}{1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2(\Xi)} \delta_1(\Xi),$$

wo  $\Xi$  durch die Gleichung (100) bestimmt wird. Variirt man diese letztere auf dieselbe Weise, so erhält man folgende Gleichung:

$$\delta_1 \nu = \sqrt{\left(\frac{A(B-C)}{B(A-C)}\right)} \cdot \frac{\cos^2(\phi + \nu)}{\sin^2 \Xi} \delta_1 \Xi,$$

woraus man folgenden Werth für  $\delta_1 \Xi$  ableitet:

$$\delta_1 \Xi = \sqrt{\left(\frac{B(A-C)}{A(B-C)}\right)} \cdot \frac{B(A-C) \sin^2 \Xi + A(B-C) \cos^2 \Xi}{B(A-C)} \delta_1 \nu.$$

Substituirt man denselben in die Gleichung (102), so erhält man nach leichter Reduction folgenden Werth für  $\delta_1 V$ :

$$\delta_1 V = -\psi_1 \delta_1 \lambda - \varrho \delta_1 \mu \pm V \left( \frac{C(2t_1 A - \varrho^2)}{A - C} \right) \cdot V(1 - \kappa^2 \sin^2 \Xi) \delta_1 \nu.$$

Aus derselben Gleichung (100) ergibt sich aber folgender Werth für den hierin vorkommenden Coëfficienten von  $\delta_1 \nu$ :

$$V \left( \frac{C(2t_1 A - \varrho^2)}{A - C} \right) \cdot V(1 - \kappa^2 \sin^2 \Xi) = V \left( \frac{BC(2t_1 A - \varrho^2) \sin^2(\phi + \nu) + AC(2t_1 B - \varrho^2) \cos^2(\phi + \nu)}{B(A - C) \sin^2(\phi + \nu) + A(B - C) \cos^2(\phi + \nu)} \right),$$

welcher vermittelt der zweiten Gleichung (97) sich auf

$$V \left( \frac{C(2t_1 A - \varrho^2)}{A - C} \right) \cdot V(1 - \kappa^2 \sin^2 \Xi) = \pm \varrho \cos \Lambda$$

reducirt. Man erhält daher endlich:

$$\delta_1 V = -\psi_1 \delta_1 \lambda - \varrho \delta_1 \mu \pm \varrho \cos \Lambda \delta_1 \nu.$$

Variirt man anderseits die Gleichung des sphärischen Dreiecks:

$$\cos \mu = \cos \lambda \cos \nu + \sin \lambda \sin \nu \cos M$$

auf dieselbe Weise, also in der Art, daß  $M = \pi - \theta$  als constant betrachtet wird, so ergibt sich aus der Formel (99) folgende:

$$0 = \delta_1 \lambda \cos N - \delta_1 \mu + \delta_1 \nu \cos \Lambda,$$

welche mit  $\varrho$  multiplicirt, wenn man statt  $\varrho \cos N = -\psi_1$  setzt, zeigt, daß dieser Theil der Variation, den ich durch  $\delta_1 V$  bezeichnete, verschwindet.

Ich schreite daher jetzt zu derjenigen Differentiation des Ausdrucks (101), welche dadurch entsteht, daß die drei Größen

$$t_1, \quad \psi_1, \quad \varrho$$

explicite, oder im Ausdrücke für  $\kappa^2$ , darin vorkommen. Aus dem obigen Ausdruck für  $\kappa^2$ :

$$\kappa^2 = \frac{A - B}{B - C} \cdot \frac{\varrho^2 - 2t_1 C}{2t_1 A - \varrho^2}$$

ergibt sich:

$$\frac{\partial \kappa^2}{\partial t_1} = -2 \frac{(A - B) \cdot (A - C)}{B - C} \cdot \frac{(2t_1 A - \varrho^2)^2}{\varrho^2},$$

$$\frac{\partial \kappa^2}{\partial \psi_1} = 0,$$

$$\frac{\partial \kappa^2}{\partial \varrho} = \frac{(A - B) \cdot (A - C)}{B - C} \cdot \frac{2t_1 \varrho}{(2t_1 A - \varrho^2)^2}.$$

Durch Differentiation von (101) nach  $t_1$  erhält man hiernach mit Benutzung dieser Formeln und mit Berücksichtigung der obigen Definition des doppelten Zeichens vor dem Integralausdrucke:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t_1} = -t + V\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{1}{(B-C) \cdot (2t_1 A - \varrho^2)}\right) \int_0^{\pi} \frac{A \sqrt{(1-\kappa^2 \sin^2 \xi)}}{1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2 \xi} d\xi$$

$$\pm V\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{2t_1 A - \varrho^2}{B-C}\right) \cdot \frac{(A-B) \cdot (A-C)}{(B-C) \cdot (2t_1 A - \varrho^2)} \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 \xi d\xi}{\left(1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2 \xi\right) \cdot \sqrt{(1-\kappa^2 \sin^2 \xi)}}.$$

Zieht man hierin die beiden letzten Glieder zusammen und substituirt im Zähler den Werth für  $\kappa^2$ , so erhält man die Gleichung:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial t_1} = -t + V\left(\frac{ABC}{(B-C) \cdot (2t_1 A - \varrho^2)}\right) \int_0^{\pi} \frac{d\xi}{V(1-\kappa^2 \sin^2 \xi)}.$$

Die Differentiation des Ausdrucks (101) nach  $\psi_1$  liefert die Gleichung:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \psi_1} = \psi - \lambda.$$

Endlich erhält man durch Differentiation nach  $\varrho$  die Formel:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \varrho} = -\mu - \varrho V\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{1}{(B-C) \cdot (2t_1 A - \varrho^2)}\right) \int_0^{\pi} \frac{\sqrt{(1-\kappa^2 \sin^2 \xi)} d\xi}{1 + \frac{C}{A} \cdot \frac{A-B}{B-C} \sin^2 \xi}$$

$$\pm V\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{2t_1 A - \varrho^2}{B-C}\right) \cdot \frac{(A-B) \cdot (A-C)}{B-C} \cdot \frac{2t_1 \varrho}{2t_1 A - \varrho^2} \int_0^{\pi} \frac{\sin^2 \xi d\xi}{\left(1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2 \xi\right) \sqrt{(1-\kappa^2 \sin^2 \xi)}},$$

oder nach Zusammenziehung der beiden letzten Glieder, und Substitution des Werthes von  $\kappa^2$  im Zähler folgende:

$$\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial \varrho} = -\mu - \varrho V\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{1}{(B-C) \cdot (2t_1 A - \varrho^2)}\right) \int_0^{\pi} \frac{\left(1 + \frac{A-B}{B-C} \sin^2 \xi\right) d\xi}{\left(1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2 \xi\right) \cdot \sqrt{(1-\kappa^2 \sin^2 \xi)}}.$$

Es ergeben sich hieraus, wenn man die Bezeichnungen des vorigen Artikels anwendet, die drei Integralgleichungen:

$$l = -t + \frac{u}{n},$$

$$\alpha = \psi - \lambda,$$

$$g = -\mu - \frac{\varrho}{A} u \pm i \Pi(u, ia),$$

und man gelangt daher zu derselben geometrischen Interpretation der drei Constanten  $l, \alpha, g$ , wie sie in demselben Artikel am Ende gefunden sind. In der That erhält man für das jetzt eingeführte sphärische Dreieck folgende Bestimmungen:

$$\begin{aligned} N &= \Gamma, & M &= \pi - \theta, & A &= \Theta, \\ \nu &= \Phi - \phi, & \mu &= \Psi - \beta, & \lambda &= \psi - \alpha, \end{aligned}$$

worin, wenn  $\Phi - \phi$  negativ ist, statt dessen  $2\pi + \Phi - \phi$  gesetzt werden muß.

Außer den 3 endlichen Integralgleichungen, welche, wie in der vorigen Nummer gezeigt worden ist, aus den so eben gefundenen abgeleitet werden können, und welche zwischen den Variablen:

$$\phi, \psi, \theta$$

bestehen, kann man noch, wie in der am Anfange dieser Abhandlung mitgetheilten Methode ersichtlich ist, auch die sogenannten Zwischen-Integralgleichungen, welche außer diesen Variablen auch die Differentialquotienten derselben nach der Zeit enthalten, durch partielle Differentiation der Lösung (101) nach den Variablen  $\phi, \psi, \theta$  selbst, und dadurch, daß man die erhaltenen Resultate respective den Größen

$$\phi_1, \psi_1, \theta_1$$

gleichsetzt, ableiten. Das in diesem Sinne genommene Differential der Lösung ist nach dem Früheren:

$$dV = \theta_1 d\theta + \phi_1 d\phi + \psi_1 d\psi,$$

wo  $\theta_1, \phi_1, \psi_1$  aus den Gleichungen:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= -\varrho \cos N, \\ A^2 p^2 + B^2 q^2 + C^2 r^2 &= \varrho^2, \\ Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 &= 2t \end{aligned}$$

bestimmt werden. Es ergibt sich daher, daß diese drei Gleichungen die drei andern Integralgleichungen sind, in der Art, daß  $N, \varrho, t$ , ihre drei Constanten und  $\psi_1, p, q, r$  durch die Formeln:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= Ap \sin \phi \sin \theta + Bq \cos \phi \sin \theta - Cr \cos \theta, \\ p &= \psi' \sin \phi \sin \theta - \theta' \cos \phi, \\ q &= \psi' \cos \phi \sin \theta + \theta' \sin \phi, \\ r &= -\psi' \cos \theta + \phi' \end{aligned}$$

als Functionen der ursprünglichen Variablen und ihrer Differentialquotienten nach der Zeit:

$$\phi, \psi, \theta, \phi', \psi', \theta'$$

dargestellt werden.

Natürlich führt die in der andern Form (101) variierte Lösung auf dieselben Gleichungen; denn bezeichnet man solche Variation einer von  $\phi, \psi, \theta$  abhängigen GröÙe für den Augenblick durch ein vorgesetztes  $d$ , so liefern die Formeln (101) die Gleichung:

$$\cos \mu = \cos \lambda \cos \nu + \sin \lambda \sin \nu \cos M,$$

und die Formel (100) in dieser Weise variiert, die drei Gleichungen:

$$\begin{aligned} dV &= -g \cos N (d\psi - d\lambda) - g d\mu \pm \sqrt{\left(\frac{BC}{A} \cdot \frac{2\epsilon_1 A - g^2}{B - C}\right)} \cdot \frac{\sqrt{(1 - \epsilon^2 \sin^2 \Xi)}}{1 + \frac{C(A-B)}{A(B-C)} \sin^2 \Xi} d\Xi, \\ 0 &= \sin \lambda \sin N d\theta + d\mu - \cos N d\lambda - \cos \Lambda d\nu, \\ 0 &= d\phi + d\nu - \sqrt{\left(\frac{B(A-C)}{A(B-C)}\right)} \cdot \frac{1}{1 + \frac{C(A-B)}{B(A-C)} \sin^2 \Xi} d\Xi, \end{aligned}$$

wobei die Formeln (94) berücksichtigt sind.

Multipliziert man die zweite dieser Gleichungen mit  $g$ , die dritte mit  $g \cos \Lambda$ , und addirt sie zur ersten, so erhält man, mit Benutzung der Formel (103), folgende:

$$dV = -g \cos N d\psi + g \sin \lambda \sin N d\theta + g \cos \Lambda d\phi,$$

woraus die drei, aus den Gleichungen (90) und (91) oben abgeleiteten Gleichungen:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= -g \cos N, \\ \theta_1 &= g \sin \lambda \sin N, \\ \phi_1 &= g \cos \Lambda \end{aligned}$$

folgen. Ich habe diese letzten Entwicklungen, welche keine neuen oder zur endlichen Lösung nöthigen Formeln liefern, nur hinzugefügt, um in diesem Beispiele, mit Benutzung der Methode der Integration durch das sphärische Dreieck, darzuthun, wie sich die Jacobi-Hamiltonsche Theorie der Integration der dynamischen Gleichungen durch partielle Differentiation der Lösung einer, jedem einzelnen Problem zum Grunde liegenden partiellen Differentialgleichung, in ihrem Kreislauf vollendet.



## Berichtigung.

---

Seite 16 Zeile 2 v. u. lies:  $\frac{\partial \phi_1}{\partial \phi}$  statt  $\frac{\partial \phi_1}{\partial \theta}$ ,

» 23 » 8 v. o. lies:  $\sqrt{(\kappa + \psi_1^2)}$  statt  $\sqrt{(\kappa + \psi_1^2)}$ .

---



# Zur Statik unfester Körper.

An dem Beispiele des Drucks der Erde auf Futtermauern.

Von  
H<sup>rn</sup>. C R E L L E.

~~~~~

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 28. Februar 1850.]

1.

Die Gesetze des Gleichgewichts fester oder starrer Körper stehen fest. Sie machen die Statik aus. Eben so die Gesetze des Gleichgewichts flüssiger Körper, die Hydrostatik. Es giebt aber noch eine Menge von Körpern, die weder fest noch flüssig sind, wie z. B. Erde, von der Nässe gesättigter Lehm, Schlamm, und überhaupt alles Teigartige; ungerechnet die aus einzelnen Körnern zusammengehäuften Massen, wie z. B. trockner Sand, Getraide und dergleichen. Man nennt solche Körper, besonders die teigartigen, halbflüssige Körper (*demi-fluides*), aber wohl nicht sehr angemessen; denn sie sind vielleicht nicht etwa grade halbflüssig, sondern können auch einviertelflüssig, zweidrittheilflüssig u. s. w. sein. Vielleicht ist die Benennung unfeste Körper etwas besser. Den flüssigen Körpern, die freilich ebenfalls unfest sind, bliebe ihre ausschließliche Benennung vorbehalten. Von den unfesten Körpern fehlt noch die Statik oder der Inbegriff der Gesetze ihres Gleichgewichts gänzlich.

Gleichwohl ist es in vielen Fällen, besonders in der Technik, unvermeidlich nothwendig, das Verhalten solcher Körper, in Folge der Wirkung der Schwere auf sie, im Voraus zu schätzen. So z. B. bei Futtermauern. Man will Erde oder Sand durch eine Mauer oder Wand abhalten, ihre natürliche Böschung anzunehmen, und muß also nothwendig vorher wissen, wie dick die Mauer werde sein müssen. Es läßt sich nicht erst eine Mauer zur Probe gegen dieselbe Erd- oder Sandmasse von derselben Höhe errichten, meistens auch nicht erst etwa eine bretterne Wand, die man gegen

die Erdmasse festhält, aufstellen, um es aus dem Druck auf dieselbe zu erfahren. Man muß nothwendig den Druck der Erd- oder Sandmasse vorher zu schätzen suchen, so gut es gehen will. Da es nun dazu an festen Grundlagen fehlt, so muß man sich auch hier, wie häufig in der Technik, mit Hypothesen behelfen. Wahrscheinlich ist es sogar unmöglich, die Statik unfester Körper eben so allgemein und eben so fest zu begründen, wie die der festen und der flüssigen Körper; theils wegen der großen Verschiedenheit der unfesten Massen unter sich, theils weil man diejenigen ihrer Eigenschaften, die in Betracht kommen: Reibung, Cohäsion, Zähigkeit, Pressbarkeit, Elasticität u. s. w. nicht so weit kennt, als nöthig ist, um sie unter Maafs und Zahl zu bringen. Von den unfesten Körpern ist fast nichts weiter als der Umstand bekannt, daß sie (z. B. Erde und Sand), sich selbst überlassen, unter einer gewissen Böschung oder Neigung gegen den Horizont ruhen bleiben, während flüssige Körper (z. B. Wasser) eine horizontale Oberfläche annehmen, und feste Körper senkrecht und sogar überhangend sich erhalten können. Die Böschung der Sand- und Erdmassen ist dabei sehr verschieden; nicht bloß von einer Erd-Art zur andern, von einem viertel bis zu einem halben rechten Winkel und darüber, sondern sogar in einer und derselben Erd-Art, je nachdem die Erde trocken oder naß ist. Nächst Diesem kennt man noch das specifische Gewicht der Masse. Aber diese beiden Data sind nicht hinreichend, um daraus den Seitendruck im Voraus zu berechnen: also bleibt nichts übrig, als zu Hypothesen zu greifen.

Es ist merkwürdig genug, daß die Mathematik, mit aller ihrer Kraft, der Technik gegenüber, schon in Verlegenheit kommt, wenn man sie, selbst in sehr einfachen Fällen, in Anspruch nimmt; z. B. hier in dem so einfach scheinenden Falle einer Futtermauer, und sie fragt, wie dick die Mauer werde sein müssen, um auf eine gegebene Höhe dem Drucke dieser oder jener Erd- oder Sand-Art zu widerstehen. Sie weiß eigentlich, wenn sie aufrichtig sein will, nichts weiter darauf zu antworten als: nicht dicker, als nöthig sein würde, um den Druck der Erdmasse dann abzuhalten, wann diese mit ihrem eigenthümlichen Gewichte flüssig wäre. Das aber kann mehr als das Doppelte und Dreifache Dessen sein, was nöthig ist. Und wenn die Oberfläche der gegen die Mauer drückenden Erde nicht horizontal ist, so paßt auch jene Antwort nicht, sondern die Mathematik weiß gar nichts Zuver-

läßiges zu sagen. Gleichwohl kann der Techniker nirgend anderswo anfragen. Die Mathematik hilft sich dann nun freilich dadurch, daß sie diese oder jene Voraussetzungen macht, darauf Formeln gründet und nun ein Resultat zum Vorschein bringt, welches der Techniker glauben soll, und auch meistens, in Rücksicht der Unfehlbarkeit der Mathematik an sich, nur zu oft wirklich glaubt. Aber die Dinge richten sich in ihren Wirkungen danach nicht: ist die Mauer zu dick berechnet, so ist dafür überflüssig Geld ausgegeben: ist sie zu schwach angenommen, so stürzt sie ein und der Kosten gehen noch mehr verloren. Es ist auch hier einer der vielen Fälle, wo allzu zuversichtliche Anwendungen der Mathematik eher schädlich als nützlich sein können und wo das Vertrauen auf ihre Angaben um so gefährlicher ist, auf je künstlicheren Wegen man zu denselben gelangte; denn die Resultate sind grade um so gewisser falsch, wenn die Voraussetzungen es sind, von welchen die Rechnung ausging, weil die Rechnungen, das heißt die Schlüsse vom Ausgangspunkt an bis zum Endziele, unzweifelhaft richtig waren.

Was ist nun in den Fällen zu thun, wo es unabweislich verlangt wird, durch Schlüsse oder, wie man es nennt, durch Theorie, Antworten auf Fragen zu geben, die eigentlich nur allein die Erfahrung selbst oder Versuche im Großen mit Sicherheit beantworten können. Wie es scheint, ist das Einzige, was man thun kann, um sehr große Fehler zu vermeiden, die Schlüsse, wo es irgend angeht, so wenig als möglich auf Hypothesen *a priori* zu stützen, vielmehr, wenn einmal dergleichen unvermeidlich sind, dazu schon Erscheinungen *a posteriori*, schon Resultate *zusammengesetzter* Wirkungen zu nehmen; nicht viele Schlüsse auf einander zu bauen, sondern möglichst unmittelbar, bloß von einer wahrgenommenen zusammengesetzten Erscheinung auf die andere zu schließen. Es wird sich hier unten, auch an dem vorliegenden Falle beispielsweise zeigen, wie dies gemeint ist. Freilich ist ein solches Verfahren eben nicht geeignet, mit der Mathematik und durch sie in die inneren zu abstrahirenden Urgesetze der Naturwirkungen einzudringen; aber möge das Letztere allerdings auch immer ein wichtiges und wissenschaftlich nützlichcs Unternehmen sein, so muß man doch meistens in der Technik und Ausübung nothwendig bei Fragen, welche diese der Wissenschaft vorlegt, darauf verzichten und ihr nicht künstlich aufgestellte Formeln für Wahrheit geben, sondern ihr nur helfen, daß sie zu möglichst sicheren Resultaten gelange. Die Entwicklung der Resultate

*a priori* kann für die Mathematik selbst sehr nützlich sein: sie kann Aufgaben für sie anregen, die sich ihr sonst vielleicht nicht dargeboten hätten, und es können so Vervollkommnungen für sie selbst gewonnen werden; wie es hie und da, z. B. in der Theorie der Wärme, der Electricität u. s. w. wirklich der Fall gewesen ist; auch können solche Untersuchungen mit der Zeit vielleicht wirklich zu einer tiefern Einsicht in die Natur der Dinge führen: allein bei dem jetzigen Zustande unserer Kenntniß von den Naturwirkungen sind sie in allen den Fällen, wo mehrere Wirkungen zusammenkommen und einander modificiren (also, ausgenommen die Bewegung der Himmelskörper und die des Lichts) wohl nichts weiter als mathematische Übungen, und der Mathematiker hat alle Ursach und die Pflicht, von Resultaten, die er für die Technik aufstellt, dem Ausübenden aufrichtig zu gestehen, daß sie keinesweges zuverlässig sind, sondern nur insofern richtig sein können, als die Voraussetzungen, von welchen die Rechnung ausging, die rechten waren, und daß sie sogar nothwendig falsch sein müssen, wenn etwa diese Hypothesen die wahren Grund-Ursachen der Wirkungen nicht, oder nicht vollständig erfassten.

## 2.

Die Aufgabe von Futtermauern gewährt ein interessantes einzelnes Beispiel für eine noch zu wünschende Statik der unfesten Körper; und da für diese selbst schwerlich sobald schon etwas Allgemeines zu erwarten sein dürfte, indem die dazu gemachten Versuche, wie es scheint, erst wenig Befriedigendes geliefert haben, so mag hier nur von jener einzelnen Aufgabe insbesondere die Rede sein und es mögen einige Untersuchungen und Betrachtungen darüber vorgetragen werden.

Von Interesse ist die Aufgabe von Futtermauern gar sehr; denn die Menge der in der Ausübung vorkommenden Fälle ist sehr bedeutend; und dabei sind diese Mauern theure Bauwerke. Die Ufer der Flüsse, Ströme und des Meeres erfordern, wenn Quais daraus werden sollen, Futtermauern; die Straßen, besonders in bergigen Gegenden, erfordern gar viele solche Mauern, und auch in andern Fällen, innerhalb und außerhalb der Wohnorte, kommen sie vor, überall wo Erde in ungleicher Höhe zu halten ist und natürliche Böschungen nicht passend sind. Besonders erfordern die Wälle und Gräben der Festungen eine Menge, zum Theil hoher Futtermauern.

Jeder Fuß dick einer Futtermauer aber kostet schon, wenn die Mauer nur 10 bis 12 Fuß hoch ist, auf die laufende Ruthe wohl 40 bis 50 Thaler und mehr: also ist die Aufgabe, zu sagen, wie dick eine Futtermauer sein müsse, damit man das Überflüssige spare und nicht unter dem Nothwendigen bleibe, für die Technik in der That ganz bedeutend.

Deshalb haben sich denn auch seit langer Zeit eine Menge von Mathematikern und Technikern, z. B. Vauban, Belidor, Coulomb, Kästner, Lambert, Woltmann, Eytelwein, Wiebeking, Navier, Poncelet, Hagen, Moseley etc. mit dieser Aufgabe beschäftigt. Die Petersburger Akademie der Wissenschaften erachtete schon vor mehr als 50 Jahren den Gegenstand für wichtig genug, eine Preis-Aufgabe davon zu machen. Allein alles Das hat, wie es scheint, noch Wenig zu Tage gefördert, was als sicheres Resultat und Regel für die Ausübung zu betrachten wäre. Denn die Ergebnisse von Versuchen im Kleinen, oder mehr oder weniger im Großen, weichen noch gar sehr von denen der Theorie ab, wohl, wie z. B. bei Woltmann, um 50 pr. cent; und gar manche Futtermauer, die nach der Theorie gebaut wurde, ist auch wohl eingestürzt, andere dagegen, nach der Theorie gebaute und stehen gebliebene Mauern sind vielleicht viel stärker, als nöthig.

Es mögen hier zunächst die vorzüglichsten älteren Theorien übersichtlich betrachtet werden, und dann mag daran ein Versuch einer andern Art sich fügen, auf die oben gedachte Weise zu einem möglichst befriedigenden Resultate zu gelangen.

### 3.

Es ist bei der Aufgabe von Futtermauern nur insbesondere die Ermittlung des Drucks der Erde auf die Mauer fraglich und unsicher. Kennt man diesen Druck mit Sicherheit, so ist die Aufgabe schon fast als gelöst zu betrachten; denn der Widerstand der Mauer selbst, kann, insofern man die Mauer als eine feste Masse betrachten darf, nach den unzweifelhaften Gesetzen der Statik fester Körper geschätzt werden. Freilich ist es auch dabei wieder noch eine Hypothese, daß die Mauer ein fester Körper sei, allein diese Voraussetzung ist hier in der Regel hinreichend richtig.

Schon Vauban hatte vielleicht eine Art von Theorie des Erddrucks sich gebildet. Belidor scheint ebenfalls schon die Aufgabe auf gewisse Weise der Rechnung unterworfen zu haben. Allein eine eigentlich so zu nennende Theorie oder Zusammenfügung von Schlüssen, und zwar diejenige, welcher alle späteren Mathematiker im Wesentlichen gefolgt zu sein scheinen, indem sie nur weiter sie zu vervollständigen suchten, scheint von Coulomb herzurühren. Der Hauptgedanke dabei ist ungefähr folgender.

Wenn eine Erdmasse sich selbst überlassen ist, so gleitet sie bis auf einen gewissen Winkel  $BAT$  (Fig. 1) gegen den Horizont hinab und bleibt mit dieser Böschung stehen. Errichtet man nun am Fusse dieser Böschung eine Mauer oder Wand  $DACE$  und füllt den Keil  $BDA$  bis auf die Böschung mit Erde aus, so ist klar, daß nur dieser Erdkeil  $BDA$  es ist, der auf die Mauer seitwärts drückt und sie umzuwerfen oder wegzuschieben strebt.

Es kommt also darauf an, den Seitendruck dieses Erdkeils zu schätzen.

Betrachtete man den Erdkeil als einen festen Körper, der auf der natürlichen Böschung  $AB$  der Erde ruht, so würde sich ergeben, daß sein Seitendruck auf die Mauer Null ist; denn die natürliche Böschung ist eben diejenige Schräge, auf welcher andere, gleiche Erde, darauf ruhend, so viel Widerstand durch Reibung, Cohäsion u. s. w. findet, daß sie nicht mehr hinuntergleitet: also würde der Erdkeil, wenn er ein fester Körper wäre, auf der Böschung  $AB$  ruhig liegen bleiben; er würde nicht hinuntergleiten und also auch keinen Seitendruck auf die Mauer ausüben. Dies ist aber der Erfahrung zuwider; vielmehr drückt der Erdkeil wirklich auf die Mauer. Daß das Ergebniss des Schlusses mit der Erfahrung nicht übereinstimmt, ist eine nothwendige Folge; denn die Voraussetzung, die man machte, ist nicht richtig. Der Erdkeil ist nicht ein fester Körper. Er ist nun aber auch kein vollkommen flüssiger Körper; denn wäre er das, so würde die Erde, sich selbst überlassen, nicht die bestimmte Böschung annehmen, sondern ihre Oberfläche würde sich, gleich dem Wasser, von selbst in eine horizontale Lage versetzen; was nicht geschieht. Um demnach die Wahrheit zu treffen, die hier offenbar zwischen den Ergebnissen der beiden extremen Voraussetzungen, der vollkommenen Festigkeit und der vollkommenen Flüssigkeit des Erdkeils liegt, erwägt Coulomb, daß, vermöge der Unfestigkeit der Erdmasse, nicht sowohl der ganze, auf der natürlichen Böschung ruhende

Erdkeil  $BDA$ , sondern ein anderer Erdkeil  $ZDA$ , ein Theil des vorigen, der einerseits gegen die Mauer anliegt, andererseits auf einer steileren, innerhalb des ersten Keils fallenden Böschung  $ZA$  ruht, abgleiten dürfte, und daß dieser Keil  $ZDA$  auch wirklich abrutschen muß, weil die Böschung  $ZA$  zu steil ist, als daß die Erde ruhig darauf liegen bleiben könnte. Nun weiß man aber nicht, welcher Erdkeil  $ZDA$  es sein werde, der wirklich auf seiner Böschung hinuntergleitet; denn jeder andere Erdkeil  $XDA$ ,  $YDA$ , dessen untere Böschung steiler ist als  $BA$ , kann es sein. Man erwägt also weiter, daß jeder der Erdkeile  $XDA$ ,  $YDA$ ,  $ZDA$ , wenn er abrutschte, einen andern Seitendruck auf die Mauer ausüben würde. Es wird demnach irgend einen Keil z. B.  $ZDA$  geben, der unter allen am stärksten auf die Mauer drückt. Man schließt nun: diesem stärksten Drucke müsse die Mauer zu widerstehen vermögen. Man sucht also durch Rechnung diejenige Böschung  $ZA$ , für welche der Seitendruck des entsprechenden Keils  $ZDA$  auf die Mauer ein Maximum ist, und diesen Druck nimmt man für denjenigen an, welchen die Erde  $BDA$  wirklich auf die Mauer ausübt.

Dieses ist, wie es scheint, der Grundgedanke bei allen bisherigen Theorien. Auch diejenige von Woltmann, welche derselbe in Folge der Preis-Aufgabe der Petersburger Akademie aufstellte, beruht im Wesentlichen darauf. Spätere Schriftsteller haben zugleich noch andere Umstände in Betracht gezogen, die Woltmann außer Acht gelassen hatte. Eytelwein z. B. berücksichtigt auch noch die Reibung der Erde an der Mauer in  $DA$ . Navier berücksichtigt noch die Cohäsion, welche in der Sonderungsfläche  $ZA$  der Erde Statt findet, dagegen wieder nicht die Reibung an  $DA$ . Die Reibung wird gewöhnlich als eine widerstehende Kraft betrachtet, die nur im Verhältniß des Drucks, nicht der Gröfse der gedrückten Fläche steht: die Cohäsion als eine widerstehende Kraft, welche nur im Verhältniß der Gröfse der cohärirenden Fläche, nicht im Verhältniß des Drucks steht.

Hiebei sind bis jetzt im Wesentlichen, so viel mir bekannt, die Versuche der Lösung der Aufgabe stehen geblieben. Denn, andere Ansichten, wie sie z. B. Garidel von dem Gegenstande aufgestellt hat, dürften, wie Poncelet wohl mit Recht bemerkt, mancherlei Einwendungen finden. Auch in der neuern Zeit ist meines Erachtens nichts entschieden Sichereres hinzugekommen.

## 4.

Leicht ist nun aber zu sehen, daß es in der That fast nur Zufall wäre, wenn die vorhingedachte Behandlung der Aufgabe in der bisherigen Theorie die Wahrheit träfe. Denn, um nur zweier Umstände zu gedenken, so wird doch eigentlich angenommen, der auf  $ZA$  abrutschende Erdkeil  $ZDA$  sei ein fester Körper, und dies ist er nicht; dann aber bleibt zweitens der Keil  $ZAB$  ganz außer Betracht; was nicht geschehen darf, da unstreitig immer der ganze Keil  $BDA$  auf die Mauer drückt.

Wie wenig die Ansicht, dieser oder jener auf die Mauer seitwärts drückende Erdkeil sei ein fester Körper, der Wirklichkeit angemessen sein könne, wird sich am deutlichsten aus folgender einfachen Erwägung zeigen, deren Ergebniss die Grundlagen aller bisherigen Theorien nicht anders als zweifelhaft machen kann.

Man stelle sich nemlich vor, die ganze Masse  $BDEFA$  (Fig. 2) sei gleichförmige Erde oder Sand;  $FE$ , und parallel damit  $AB$ , sei die natürliche Böschung der Erd- oder Sand-Art, nemlich diejenige Schräge, in welcher die Erd- oder Sandmasse ohne weitere Unterstützung sich zu halten vermag;  $DB$  sei eine flachere, oder auch eben so steile, nur nicht steilere Böschung als  $FE$ ;  $ED$  sei horizontal: so ist offenbar die ganze Masse  $BDEFT$  in Ruhe und völlig stabil. Man stelle sich nun vor, der Theil  $EDCA$  der Masse sei jetzt nicht Erde, sondern eine Mauer, so wird dadurch an dem Gleichgewicht und der Standfestigkeit der ganzen Masse offenbar nichts geändert. Man wird folglich wegen des vorhandenen Gleichgewichts anzunehmen haben, daß die Mauer von der Erde rechts, in der Fläche  $DA$  eben so stark nach der Seite gedrückt wird, als von der Erde links, in der Fläche  $EC$ ; denn der Seitendruck der Erde ändert sich an sich selbst nicht, er möge auf das Mauerwerk  $EDCA$  oder auf eine gleiche Erdmasse  $EDCA$  wirken; wäre er auf die Erdmasse  $EDCA$  von rechts her nicht wirklich eben so stark, als links, so könnte kein Gleichgewicht Statt finden, indem die Erdmasse nicht, gleich der Mauer, einem Überschuss an Seitendruck, welcher sie umzuwerfen trachtete, zu widerstehen vermag. Solches wird noch deutlicher, wenn man dem Theile  $EDCA$  in der Vorstellung keine Breite oder Dicke giebt, sondern statt der Masse  $EDCA$



eine bloße Ebene oder Wand  $DA$  ohne Dicke annimmt und folglich die gesammte Erdmasse  $BDKA$  statt  $BDEFA$  sein läßt.

Nun nehme man (in der ersten Voraussetzung der Masse  $BDEFT$ ) den Erdkeil  $EGC$ , bei der zweiten (der Masse  $BDKT$ ) den Erdkeil  $DLA$  weg, für welche Keile die Winkel  $GCF = LAK = \alpha$  den Winkeln  $EFC = BAT = \alpha$  der natürlichen Böschung der Erde gleich sein sollen. Nachdem der Keil  $EGC$  oder  $DLA$  weggenommen ist, wird nun die Mauer  $EDCA$  oder die Wand  $DA$  links völlig frei und aller Stütze beraubt sein: also wird jetzt auf sie von rechts her der volle Druck des Erdkeils  $BDA$  wirken. Als der Keil  $EGC$  oder  $DLA$  noch da war, hielt sein Druck dem Seitendrucke von rechts her das Gleichgewicht: also widerstand der Keil  $EGC$  oder  $DLA$  dem viel größeren Keile  $BDA$ , mithin der Theil dem Ganzen, unter übrigens ganz gleichen Umständen; denn der Keil  $EGC$  oder  $DLA$  ruht auf einer gleichen Schräge  $GC$  oder  $LA$  gegen den Horizont, wie der Keil  $BDA$  auf der Fläche  $BA$ . Dieses aber scheint gradezu unmöglich; denn es ist den Gesetzen der Statik fester Körper zuwider. Gleichwohl ist es in der Wirklichkeit der Fall. Der Keil  $EGC$  oder  $DLA$  hat nicht bloß dem gleich großen Keile  $DHA$  (diesen ebenfalls als festen Körper betrachtet, der auf einer gleichen Schräge  $AH$  ruht, wie der  $DLA$  auf  $LA$ ), sondern auch noch außerdem dem Keile  $DIIB$  widerstanden, gleich als hätte dieser letztere gar keine Wirkung gehabt, was doch nicht sein kann, da er, sich selbst überlassen und von  $DHA$  nicht gestützt, unfehlbar hinuntergleiten würde und also jedenfalls seinerseits nothwendig ebenfalls auch auf  $DHA$  und folglich auf die Mauer drücken muß.

Die scheinbare Unmöglichkeit erklärt sich vielleicht dadurch, daß  $EFC$ , oder  $EGC$ , als integrierender Theil der Erdmasse  $BDEFT$ , und  $DKA$  oder  $DLA$ , als integrierender Theil der Masse  $BDKT$ , von  $BDECT$  oder  $BDAT$  zusammengepreßt wird, so eine Art von fester Stütze ist und, zusammengepreßt, stärker auf  $EC$  oder  $DA$  horizontal entgegenwirkt, als es ohne die Zusammenpressung der Fall sein würde.

Es könnte auch scheinen, die Ausgleichung des Widerspruchs sei in der Cohäsion der Erde zu suchen, die in der größern Fläche  $BA$  bedeutender sei, als in der kleineren  $GC$  oder  $LA$ , und verursache, daß der größere Keil  $BDA$  nicht stärker seitwärts drückt, als der kleinere  $EGC$  oder  $DLA$ . Aber diese Erklärung reicht nicht aus. Denn die Linien  $GC$ ,  $LH$

und  $HA$  sind, als die Seiten gleicher und gleichschenkliger Dreiecke  $EGC$ ,  $DLA$  und  $DHA$ , gleich lang; also ist der für den Keil  $BDA$  auf  $AH$  kommende Theil der Cohäsion in  $BA$  der Cohäsion für den Keil  $EGC$  oder  $DLA$  in  $GC$  und  $LA$  gleich, und folglich müßte der übrige Theil  $BH$  der Cohäsion die Wirkung des Keils  $BDH$  allein aufheben; was nicht sein kann, da der Keil  $BDH$  überhangt und folglich nothwendig immer noch auf  $DHA$  drücken muß.

Jedenfalls folgt also, dafs die Erdkeile  $BDA$  und  $EGC$  oder  $DLA$  nicht als feste, auf  $BA$ ,  $GC$  oder  $LA$  ruhende und auf diesen Schrägen mit Reibung hinabzugleiten-strebende Körper betrachtet werden können, und dafs jedes Ergebnifs, welches aus einer solchen Voraussetzung durch Rechnung gewonnen wird, nothwendig unrichtig sein muß. Es muß nothwendig noch Anderes in Betracht kommen, um die obige scheinbare Unmöglichkeit zu erklären.

## 5.

Unter diesen Umständen scheint es, man müsse, um bei der Lösung der Aufgabe näher zur Wahrheit zu gelangen, auf die obigen Voraussetzungen verzichten und andere Ansichten zu begründen suchen.

Es mögen aber, ehe wir zu Dem übergehen, was hier vorzuschlagen sein dürfte, die Resultate nach den gewöhnlichen Voraussetzungen etwas weiter entwickelt werden: einestheils, weil die Entwicklung auch rein theoretisch nicht ganz ohne Interesse ist, und dann, weil dabei zuweilen nicht alle Umstände berücksichtigt wurden; auch die Untersuchung wohl nur auf den besondern Fall beschränkt wurde, wo  $BD$  (Fig. 1) horizontal ist, während grade der allgemeinere Fall, wo  $BD$  nicht horizontal ist, am häufigsten vorkommt; besonders bei den Futtermauern der Festungswälle.

Wir beginnen also mit der Entwicklung, wenn nicht der gewöhnlichen Theorie, so doch einer Theorie nach den gewöhnlichen Ansichten.

## 6.

Es sei unter den verschiedenen Erdkeilen  $XDA$ ,  $YDA$ ,  $ZDA$ ,  $BDA$  (Fig. 1)  $ZDA$  derjenige, welcher vermöge seines Gewichts, während er an der Mauer in  $DA$  und auf der unterliegenden Erde in  $ZA$  sich reibt, so wie auch mit der einen und der andern cohäriert, den größten horizontalen

Seitendruck hervorbringt. Dieser größte Seitendruck soll es sein, welchem die Mauer zu widerstehen hat.

Um zunächst den unbekannten Winkel  $ZAT$ , welcher dem Keile vom größten Seitendruck zukommt, zu finden, wird man den Seitendruck eines beliebigen Keils  $ZDA$  suchen und ihn etwa durch die bestimmte senkrechte Höhe  $DR$ , durch den bestimmten Winkel  $DAC$ , durch den ebenfalls bestimmten Winkel, welchen  $DB$  mit dem Horizont macht, so wie durch den noch unbekannten Winkel  $ZAT$  ausdrücken müssen. Differenziert man darauf diesen Ausdruck nach dem Winkel  $ZAT$  und setzt das Differential gleich Null, so wird sich aus dieser Gleichung derjenige Winkel  $ZAT$  ergeben, welcher dem Keile  $ZDA$  vom größten Seitendruck zukommt, und dann aus dem Ausdruck des Seitendrucks dieser Seitenschub selbst.

Ist darauf zu rechnen, daß der Seitendruck der Erde die Mauer nicht auf  $CA$  horizontal solle wegschieben können, so ist bloß der gefundene größte Seitenschub der Reibung der Mauer auf  $CA$  gleich zu setzen und daraus die der Mauer zum Widerstande nöthige Masse, also ihre Dicke zu suchen.

Hat dagegen die Mauer dem Drucke der Erde auf die Weise zu widerstehen, daß sie von demselben nicht umgeworfen, das heißt nicht um den Punct  $C$  gedreht werden könne, so kommt es auf das Umdrehungsmoment des Seitenschubes an.

Dieses zu finden, wird man in dem Ausdruck des größten Seitenschubes die Höhe  $DR$  veränderlich zu setzen haben, während alles Übrige unveränderlich bleibt. Dies giebt den größten Seitenschub für eine beliebige Höhe  $DK$ , der also von dem Erdkeile  $DMS$  herkommt, für welchen  $MS$  mit  $AZ$  parallel ist. Das Differential davon giebt den von der Differentialschicht  $SMsm$  herkommenden horizontalen Seitenschub, welcher an dem Hebelsarm  $KR$  wirkt. Multiplicirt man ihn also mit  $KR$  und integrirt das Product, so findet sich das Moment der horizontalen Kraft, welche die Mauer um den Punct  $C$  zu drehen strebt. Dieses Moment dem entgegenwirkenden Moment der Mauer gleich gesetzt, giebt die Masse und die Dicke welche ihr nöthig ist, damit der Erddruck sie nicht um den Punct  $C$  drehen könne.

Von den beiden Beträgen der Masse und Dicke, welche die Mauer bekommen muß, um nicht weggeschoben und nicht umgeworfen zu werden, ist es die größte, welche die Mauer wirklich nöthig hat.

Zunächst also ist der horizontale Seitenschub, welchen ein beliebiger Erdkeil  $ZDA$ , als feste Masse betrachtet, ausübt, durch die Höhe  $DR$  und durch die Winkel, welche  $DA$ ,  $ZA$  und  $ZD$  mit dem Horizonte machen, auszudrücken.

## 7.

Es sei  $BDA$  (Fig. 3 und 4) ein beliebiger Erdkeil, welcher also auch denjenigen vorstellen kann, der unter allen andern auf die Mauerfläche  $DA$  den größten Seitenschub hervorbringt.

Es sei  $P$  das Gewicht der Erdmasse  $DBA$  für die Einheit der senkrecht auf den Querschnitt genommenen Länge des Keils.

$\beta = BAO$ ,  $\gamma = DAM$  und  $\delta = BDK$  seien die Winkel, welche  $BA$ ,  $DA$  und  $BD$  mit dem Horizonte machen.

$h$  bezeichne die senkrechte Höhe  $DH$ , und  $DA$  sei  $= p$ ,  $BA = q$ .

$m$  und  $n$  mal der senkrechte Druck sei der Betrag der Reibung der Erde auf die Mauerfläche  $DA$  und auf die Erdfläche  $BA$ .

$\alpha$  und  $\lambda$  sei die Cohäsion der Erde mit der Mauerfläche und mit der Erdfläche, auf die Einheit der Flächen.

$V$  und  $W$  seien die horizontalen Seitendrucke des Erdkeils  $BDA$  auf die Mauerfläche  $DA$  und auf die Erdfläche  $BA$ , so daß also  $V = W$  sein soll.

Alle Gewichte werden in Cubikfussen Erde ausgedrückt angenommen, die Längen und Flächen in Fussen und Quadratfussen.

Die gesuchten horizontalen Kräfte  $V$  und  $W$  werden nun auf die eine oder die andere der beiden folgenden Arten zu finden sein.

I. Erste Art,  $V$  und  $W$  zu finden.

A) Man setze, dem Gewichte  $P$  des Erdkeils  $BDA$  wirken nur allein die beiden Kräfte  $R$  und  $S$  (Fig. 3 und 4) entgegen, perpendicular auf  $DA$  und  $BA$ , nach  $ME$  und  $OF$ . Alsdann werden, wenn man jede dieser beiden Kräfte  $R$  und  $S$  in eine wagerechte und eine lothrechte Kraft zerlegt, erstere, die wagerechten, den Kräften  $V$  und  $W$ , letztere, die lothrechten,

beide zusammen dem Gewichte  $P$  gleich sein müssen. Und da die Richtung der wagerechten Kräfte  $V$  und  $W$  auf die Richtung der Kräfte  $P$ ,  $P_1$  und  $P_2$  senkrecht ist, so werden sie durch sie gar nicht verändert und müssen also sich aufheben und folglich einander gleich sein. Man hat demnach zunächst die beiden Gleichungen:

$$(1) \quad V = W \text{ und}$$

$$(2) \quad P_2 + P_1 = P \text{ für (Fig. 3) und } P_2 - P_1 = P \text{ für (Fig. 4).}$$

B) Nun gibt in (Fig. 3) die Kraft  $S$ , zerlegt,

$$(3) \quad \text{die Kraft } S \cos \beta \text{ nach } F_1 F \text{ und die Kraft } S \sin \beta \text{ nach } FG.$$

Die Kraft  $R$  giebt, zerlegt,

$$(4) \quad \text{die Kraft } R \cos \gamma \text{ nach } E_1 E \text{ und die Kraft } R \sin \gamma \text{ nach } EG.$$

C) Fände in den Flächen  $DA$  und  $BA$  keine Reibung und keine Cohäsion Statt, so wären keine Kräfte weiter als die eben angezeigten vorhanden. Also wären dann die beiden Kräfte  $S \cos \beta$  und  $R \cos \gamma$ , nach  $F_1 F$  und  $E_1 E$ , die  $P_2$  und  $P_1$  selbst und folglich nach (2) zusammen  $P$  gleich, und die beiden Kräfte  $S \sin \beta$  und  $R \sin \gamma$ , nach  $FG$  und  $EG$ , wären  $V$  und  $W$  selbst und folglich nach (1) einander gleich. Also wäre

$$(5) \quad S \sin \beta = R \sin \gamma = V = W \text{ und } S \cos \beta + R \cos \gamma = P;$$

woraus 
$$S = \frac{V}{\sin \beta}, \quad R = \frac{V}{\sin \gamma}, \quad \text{also } V \left( \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} \right) = P \text{ und}$$

$$(6) \quad V - W = \frac{P}{\cot \beta + \cot \gamma}$$

folgt.

In (Fig. 4) giebt die Kraft  $S$ , zerlegt, ganz dieselben Kräfte (3) wie in (Fig. 3). Die Kraft  $R$  dagegen giebt:

$$(7) \quad \begin{aligned} &\text{die Kraft } R \cos (2\varrho - \gamma) = - R \cos \gamma \text{ nach } E_1 E \text{ und} \\ &\text{die Kraft } R \sin (2\varrho - \gamma) = + R \sin \gamma \text{ nach } GE, \end{aligned}$$

und ohne Reibung und Cohäsion wären die beiden Kräfte  $S \cos \beta$  und  $- R \cos \gamma$ , nach  $F_1 F$  und  $E_1 E$ , diejenigen  $P_1$  und  $P_2$  selbst und folglich nach (2) ihr Unterschied der Kraft  $P$  gleich, und die beiden Kräfte  $S \sin \beta$

und  $R \sin \gamma$ , nach  $FG$  und  $GE$ , wären wieder  $V$  und  $W$  selbst und folglich nach (1) einander gleich. Also wäre

$$(8) \quad S \sin \beta = R \sin \gamma = V = W \text{ und } S \cos \beta + R \sin \gamma = P;$$

ganz wie in (5). Es folgt also auch aus (8), wie oben, die Gleichung (6). Mithin ist sowohl in (Fig. 3), als in (Fig. 4), das heisst, der Winkel  $\gamma$  mag kleiner oder grösser als ein rechter sein:

$$(9) \quad V = W = \frac{P}{\cot \beta + \cot \gamma};$$

insofern in den Flächen  $BA$  und  $DA$  keine Reibung und Cohäsion Statt findet.

*D)* Findet dagegen Reibung und Cohäsion Statt, so setzen sich dieselben den andern Kräften entgegen und ihr Betrag ist, wenn man ihn durch  $M$  und  $N$  bezeichnet:

$$(10) \quad M = mR + \mu p \text{ nach } DA \text{ und}$$

$$(11) \quad N = nS + \lambda q \text{ nach } BA.$$

Zerlegt man nun  $N$  in eine wagerechte und eine lothrechte Kraft, so ergibt sich daraus in (Fig. 3), eben wie in (Fig. 4),

$$(12) \quad \text{eine lothrechte Kraft } N \sin \beta \text{ und eine wagerechte Kraft } N \cos \beta.$$

Aus  $M$  ergibt sich in (Fig. 3):

$$(13) \quad \text{eine lothrechte Kraft } M \sin \gamma \text{ und eine wagerechte Kraft } M \cos \gamma;$$

und in (Fig. 4):

$$(14) \quad \begin{aligned} &\text{eine lothrechte Kraft } M \sin (2\varphi - \gamma) = + M \sin \gamma \text{ und} \\ &\text{eine wagerechte Kraft } M \cos (2\varphi - \gamma) = - M \cos \gamma. \end{aligned}$$

*E)* In (Fig. 3) kommen die aus  $M$  und  $N$  hervorgehenden lothrechten Kräfte  $N \sin \beta$  und  $M \sin \gamma$  (12 und 13) den aus  $S$  und  $R$  hervorgehenden lothrechten Kräften  $S \cos \beta$  und  $R \cos \gamma$  (3 und 4) zu Hülfe und machen mit ihnen zusammen  $P_2$  und  $P_1$  aus. Also ist

$$(15) \quad P_1 = R \cos \gamma + M \sin \gamma \text{ und } P_2 = S \cos \beta + N \sin \beta,$$

und folglich gemäß (2):

$$(16) \quad P = P_1 + P_2 = R \cos \gamma + S \cos \beta + M \sin \gamma + N \sin \beta,$$

oder, wenn man die Werthe von  $M$  und  $N$  aus (10 und 11) setzt:

$$(17) \quad P = R \cos \gamma + S \cos \beta + (mR + \kappa p) \sin \gamma + (nS + \lambda q) \sin \beta.$$

Die aus  $M$  und  $N$  hervorgehenden wagerechten Kräfte  $N \cos \beta$  und  $M \cos \gamma$  (12 und 13) dagegen setzen sich den aus  $S$  und  $R$  hervorgehenden wagerechten Kräften  $S \sin \beta$  und  $R \sin \gamma$  (3 und 4) entgegen; also bleibt für die Kräfte  $V$  und  $W$  nur

$$(18) \quad W = S \sin \beta - N \cos \beta \text{ und } V = R \sin \gamma - M \cos \gamma,$$

oder, wenn man die Werthe von  $M$  und aus (10 und 11) setzt:

$$(19) \quad W = S \sin \beta - (nS + \lambda q) \cos \beta \text{ und } V = R \sin \gamma - (mR + \kappa p) \cos \gamma.$$

F) In (Fig. 4) verhält es sich zunächst mit den aus den Kräften  $N$  und  $S$  hervorgehenden lothrechten und wagerechten Kräften ganz wie in (Fig. 3); also ist zuerst, ganz wie in (15 und 18):

$$(20) \quad P_z = S \cos \beta + N \sin \beta \text{ und}$$

$$(21) \quad W = S \sin \beta - N \cos \beta.$$

Der aus  $R$  hervorgehenden lothrechten Kraft  $-R \cos \gamma$  (7) dagegen setzt sich die aus  $M$  hervorgehende lothrechte Kraft  $M \sin \gamma$  (14) entgegen und folglich bleibt für  $P_1$  nur

$$(22) \quad P_1 = -R \cos \gamma - M \sin \gamma.$$

Es ist also, vermöge (2), aus (20 und 22):

$$(23) \quad P_z - P_1 = P = S \cos \beta + N \sin \beta + R \cos \gamma + M \sin \gamma;$$

ganz wie in (16), so daß auch hier der Ausdruck (17) unverändert Statt findet.

Der aus  $M$  hervorgehenden wagerechten Kraft  $-M \cos \gamma$  (14) kommt die aus  $R$  hervorgehende wagerechte Kraft  $R \sin \gamma$  (7) zu Hülfe: also ist die Summe beider, welche  $V$  giebt,

$$(24) \quad V = R \sin \gamma - M \cos \gamma.$$

Folglich sind zufolge (21 und 24) auch die Ausdrücke von  $V$  und  $W$  für (Fig. 4) ganz dieselben, wie die (18) für (Fig. 3).

Die Ausdrücke von  $P$ ,  $V$  und  $W$  (17 und 19) gelten also in allen Fällen, der Winkel  $\gamma$  mag kleiner oder größer als ein rechter sein.

G) Nun ergibt sich aus (19), da vermöge (1)  $V = W$  ist:

$$(25) \quad S = \frac{V + \lambda q \cos \beta}{\sin \beta - n \cos \beta} \quad \text{und} \quad R = \frac{V + \kappa p \cos \gamma}{\sin \gamma - m \cos \gamma}.$$

Setzt man dies in (17), so findet sich:

$$P = \frac{V + \kappa p \cos \gamma}{\sin \gamma - m \cos \gamma} \cdot (\cos \gamma + m \sin \gamma) + \frac{V + \lambda q \cos \beta}{\sin \beta - n \cos \beta} \cdot (\cos \beta + n \sin \beta) \\ + \kappa p \sin \gamma + \lambda q \sin \beta, \quad \text{oder}$$

$$P(\sin \gamma - m \cos \gamma) \cdot (\sin \beta - n \cos \beta) \\ = V[(\cos \gamma + m \sin \gamma) \cdot (\sin \beta - n \cos \beta) + (\cos \beta + n \sin \beta) \cdot (\sin \gamma - m \cos \gamma)] \\ + \kappa p (\cos \gamma^2 + m \sin \gamma \cos \gamma + \sin \gamma^2 - m \sin \gamma \cos \gamma) \cdot (\sin \beta - n \cos \beta) \\ + \lambda q (\cos \beta^2 + n \sin \beta \cos \beta + \sin \beta^2 - n \sin \beta \cos \beta) \cdot (\sin \gamma - m \cos \gamma), \quad \text{oder}$$

$$P(\sin \gamma - m \cos \gamma) \cdot (\sin \beta - n \cos \beta) \\ = V[(\cos \gamma + m \sin \gamma) \cdot (\sin \beta - n \cos \beta) + (\cos \beta + n \sin \beta) \cdot (\sin \gamma - m \cos \gamma)] \\ + \kappa p (\sin \beta - n \cos \beta) + \lambda q (\sin \gamma - m \cos \gamma),$$

oder, mit  $\sin \gamma \sin \beta$  dividirt:

$$(25a) \quad P(1 - m \cot \gamma) \cdot (1 - n \cot \beta) \\ = V[(m + \cot \gamma) \cdot (1 - n \cot \beta) + (n + \cot \beta) \cdot (1 - m \cot \gamma)] \\ + \frac{\kappa p}{\sin \gamma} (1 - n \cot \beta) + \frac{\lambda q}{\sin \beta} (1 - m \cot \gamma).$$

Der Factor von  $V$  ist:

$$= m - mn \cot \beta + \cot \gamma - n \cot \beta \cot \gamma + n - mn \cot \gamma + \cot \beta - m \cot \beta \cot \gamma \\ = (m + n) \cdot (1 - \cot \beta \cot \gamma) + (1 - mn) \cdot (\cot \beta + \cot \gamma),$$

also erhält man schliesslich:

$$(26) \quad V = \frac{P(1 - m \cot \gamma) \cdot (1 - n \cot \beta) - \frac{\kappa p}{\sin \gamma} (1 - n \cot \beta) - \frac{\lambda q}{\sin \beta} (1 - m \cot \gamma)}{(m + n) \cdot (1 - \cot \beta \cot \gamma) + (1 - mn) \cdot (\cot \beta + \cot \gamma)},$$

oder auch, weil  $1 - \cot \beta \cot \gamma = 1 - \frac{\cos \beta \cos \gamma}{\sin \beta \sin \gamma} = -\frac{\cos(\beta + \gamma)}{\sin \beta \sin \gamma}$  und  $\cot \beta + \cot \gamma = \frac{\cos \beta}{\sin \beta} + \frac{\cos \gamma}{\sin \gamma} = \frac{\sin(\beta + \gamma)}{\sin \beta \sin \gamma}$  ist, wenn man in (26) oben und unten mit  $\sin \beta \sin \gamma$  multiplicirt:

$$(27) \quad V = \frac{P(\sin \gamma - m \cos \gamma) \cdot (\sin \beta - n \cos \beta) - \kappa p (\sin \beta - n \cos \beta) - \lambda q (\sin \gamma - m \cos \gamma)}{(1 - mn) \sin(\beta + \gamma) - (m + n) \cos(\beta + \gamma)};$$



und dies wäre der horizontale Seitendruck des Erdkeils  $BDA$  auf die Mauerfläche  $DA$ .

## II. Zweite Art, $V$ und $W$ zu finden.

H) Man setze, es seien die beiden lothrechten Kräfte  $P_1$  und  $P_2$  und die beiden wagerechten Kräfte  $V$  und  $W$  vorhanden, so muß zuerst, eben wie in (1 und 2),

$$(28) \quad V = W \text{ und}$$

$$(29) \quad P_2 + P_1 = P \text{ für (Fig. 3) und } P_2 - P_1 = P \text{ für (Fig. 4)}$$

sein, und es ist zu untersuchen, unter welchen Bedingungen die Kräfte  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $V$  und  $W$ , auf die Flächen  $DA$  und  $BA$  wirkend, einander das Gleichgewicht halten.

I) Die Kraft  $P_2$  bringt in (Fig. 3 und 4)

$$(30) \quad \text{die Kraft } P_2 \sin \beta \text{ nach } B_1F \text{ und die Kraft } P_2 \cos \beta \text{ nach } F_1B_1$$

hervor. Die Kraft  $P_1$  bringt in (Fig. 3)

$$(31) \quad \text{die Kraft } P_1 \sin \gamma \text{ nach } D_1E \text{ und die Kraft } P_1 \cos \gamma \text{ nach } E_1D_1, \\ \text{in (Fig. 4) dagegen:}$$

$$(32) \quad \text{die Kraft } P_1 \sin (2\varrho - \gamma) = + P_1 \sin \gamma \text{ nach } D_1E \text{ und} \\ \text{die Kraft } P_1 \cos (2\varrho - \gamma) = - P_1 \cos \gamma \text{ nach } E_1D_1$$

hervor.

Die Kraft  $W$  bringt in (Fig. 3 und 4):

$$(33) \quad \text{die Kraft } W \cos \beta \text{ nach } B_2F \text{ und die Kraft } W \sin \beta \text{ nach } NB_2$$

hervor. Die Kraft  $V$  bringt in (Fig. 3):

$$(34) \quad \text{die Kraft } V \cos \gamma \text{ nach } D_2E \text{ und die Kraft } V \sin \gamma \text{ nach } MD_2, \\ \text{in (Fig. 4) dagegen:}$$

$$(35) \quad \text{die Kraft } V \sin (\gamma - \varrho) = - V \cos \gamma \text{ nach } D_2E \text{ und} \\ \text{die Kraft } V \cos (\gamma - \varrho) = + V \sin \gamma \text{ nach } M_1D_2$$

hervor.

K) Wäre keine Reibung und Cohäsion vorhanden, so müßte bloß in (Fig. 3 und 4) die von  $P_2$  hervorgebrachte Kraft  $P_2 \sin \beta$  nach  $B_1F$  (30) der von  $W$  nach  $B_2F$  hervorgebrachten Kraft  $W \cos \beta$  (33) gleich sein; also wäre in (Fig. 3 und 4):

$$(36) \quad P_2 \sin \beta = W \cos \beta.$$

Ferner müßte in (Fig. 3) die von  $P_1$  nach  $D_1E$  hervorgebrachte Kraft  $P_1 \sin \gamma$  (31) der von  $V$  nach  $D_2E$  hervorgebrachten Kraft  $V \cos \gamma$  (34) gleich sein, welches

$$(37) \quad P_1 \sin \gamma = V \cos \gamma$$

gibt. In (Fig. 4) müßte die von  $P_1$  nach  $D_1E$  hervorgebrachte Kraft  $P_1 \sin \gamma$  (32) der von  $V$  nach  $D_2E$  hervorgebrachten Kraft  $-V \cos \gamma$  (35) gleich sein, welches

$$(38) \quad P_1 \sin \gamma = -V \cos \gamma$$

gibt.

Für (Fig. 3) finden also die beiden Bedingungsgleichungen (33 und 34) und für (Fig. 4) die beiden Gleichungen (33 und 35) Statt; nächst den Gleichungen (28 und 29).

Setzt man nun für (Fig. 3) aus (36 und 37)  $P_2 = W \cot \beta$  und  $P_1 = V \cot \gamma$  in  $P_1 + P_2 = P$  (29), so ergibt sich, wegen  $V = W$  (28),

$$P_1 + P_2 = P = V \cot \beta + V \cot \gamma$$

und daraus

$$(39) \quad V = \frac{P}{\cot \beta + \cot \gamma}.$$

Setzt man für (Fig. 4) aus (36 und 38)  $P_2 = W \cot \beta$  und  $P_1 = -V \cot \gamma$  in  $P_2 - P_1 = P$  (29), so ergibt sich, wegen  $V = W$ , ebenfalls

$$(40) \quad P_2 - P_1 = P = V \cot \beta + V \cot \gamma;$$

und folglich ebenfalls der Ausdruck von  $V$  (39). Es hat also  $V$  immer, der Winkel  $\gamma$  mag größer oder kleiner als  $\varphi$  sein, den Werth (39); was mit dem obigen Ergebnisse aus (B) wie gehörig übereinstimmt.

L) Finden Reibung und Cohäsion Statt, so kommen auch noch die von  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $V$  und  $W$  senkrecht auf  $DA$  und  $BA$  hervorgebrachten Kräfte in Betracht; denn von ihnen rührt die Reibung her.

Die Summe der von  $P_2$  und  $W$  senkrecht auf  $BA$  hervorgebrachten Kräfte nach  $F_1B_1$  und  $NB_2$ , von welchen in (Fig. 3 und 4) die Reibung auf  $BA$  herrührt, ist nach (30 und 33)  $P_2 \cos \beta + W \sin \beta$ ; also ist die Reibung selbst

$$(41) \quad = n (P_2 \cos \beta + W \sin \beta).$$

Zu ihr gesellt sich die Cohäsion  $\lambda q$  in der Fläche  $BA$ : also ist hier die in (C) durch  $N$  bezeichnete, nach  $BA$  mit den Kräften  $P_2$  und  $W$  gemeinschaftlich wirkende, von der Reibung und Cohäsion herrührende Kraft

$$(42) \quad N = n (P_2 \cos \beta + W \sin \beta) + \lambda q \text{ für (Fig. 3 und 4).}$$

Die Summe der von  $P_1$  und  $V$  senkrecht auf  $DA$  hervorgebrachten Kräfte nach  $E_1 D_1$  und  $MD_2$ , von welchen die Reibung in  $DA$  herrührt, ist für (Fig. 3) nach (31 und 34)  $P_1 \cos \gamma + V \sin \gamma$ ; also ist die Reibung selbst

$$(43) = m (P_1 \cos \gamma + V \sin \gamma).$$

Für (Fig. 4) dagegen ist diese Reibung nach (32 und 35)

$$(44) = m (-P_1 \cos \gamma + V \sin \gamma).$$

Zu beiden gesellt sich die Cohäsion  $\kappa p$  in der Fläche  $DA$ ; also ist hier die in (C) durch  $M$  bezeichnete, nach  $DA$  mit den Kräften  $P_1$  und  $V$  gemeinschaftlich wirkende, von Reibung und Cohäsion herrührende Kraft:

$$(45) \quad M = m (+P_1 \cos \gamma + V \sin \gamma) + \kappa p \text{ für (Fig. 3) und}$$

$$(46) \quad M = m (-P_1 \cos \gamma + V \sin \gamma) + \kappa p \text{ für (Fig. 4).}$$

M) Nun kommen in (Fig. 3) die Kräfte  $N$  und  $M$  (42 und 45) den von  $W$  und  $V$  nach  $B_2 F$  und  $D_2 E$  hervorgebrachten Kräften  $W \cos \beta$  und  $V \cos \gamma$  (33 und 34) zu Hülfe und müssen mit ihnen zusammen den von  $P_2$  und  $P_1$  nach  $B_1 F$  und  $D_1 E$  hervorgebrachten Kräften  $P_2 \sin \beta$  und  $P_1 \sin \gamma$  (30 und 31) das Gleichgewicht halten; also muß in (Fig. 3)

$$(47) \quad N + W \cos \beta = P_1 \sin \beta \text{ und } M + V \cos \gamma = P_1 \sin \gamma,$$

oder, wenn man hierin die Werthe von  $N$  und  $M$  aus (42 und 45) setzt:

$$(48) \quad \begin{cases} P_2 \sin \beta = n (P_2 \cos \beta + W \sin \beta) + \lambda q + W \cos \beta \text{ und} \\ P_1 \sin \gamma = m (P_1 \cos \gamma + V \sin \gamma) + \kappa p + V \cos \gamma \end{cases}$$

sein. Daraus folgt:

$$(49) \quad P_2 = \frac{W (\cos \beta + n \sin \beta) + \lambda q}{\sin \beta - n \cos \beta} \text{ und } P_1 = \frac{V (\cos \gamma + m \sin \gamma) + \kappa p}{\sin \gamma - m \cos \gamma},$$

oder, da  $P_1 + P_2 = P$  und  $V = W$  ist (28 und 29):

$$(50) \quad P = W \left( \frac{\cos \beta + n \sin \beta}{\sin \beta - n \cos \beta} + \frac{\cos \gamma + m \sin \gamma}{\sin \gamma - m \cos \gamma} \right) + \frac{\lambda q}{\sin \beta - n \cos \beta} + \frac{\kappa p}{\sin \gamma - m \cos \gamma}.$$

N) In (Fig. 4) kommt zunächst die Kraft  $N$  (42) der von  $W$  nach  $B_2 F$  hervorgebrachten  $W \cos \beta$  (33) zu Hülfe und muß mit ihr zusammen der von  $P_2$  nach  $B_1 F$  hervorgebrachten Kraft  $P_2 \sin \beta$  (30) das Gleichgewicht halten. Alsdann ist für (Fig. 4), eben wie für (Fig. 3),

$$(51) \quad N + W \cos \beta = P_2 \sin \beta.$$

Die Kraft  $M$  dagegen wirkt der von  $V$  nach  $D_2E$  hervorgebrachten Kraft  $-V \cos \gamma$  (35) entgegen, und der Rest muß der von  $P_1$  nach  $D_1E$  hervorgebrachten Kraft  $P_1 \sin \gamma$  (32) das Gleichgewicht halten. Also ist für (Fig. 4)

$$(52) \quad -V \cos \gamma - M = P_1 \sin \gamma.$$

Folglich ist für (Fig. 4), wenn man in (51 und 52) die Werthe von  $N$  und  $M$  (42 und 46) setzt:

$$(53) \quad \begin{cases} P_2 \sin \beta = n(P_2 \cos \beta + W \sin \beta) + \lambda q + W \cos \beta \text{ und} \\ P_1 \sin \gamma = m(P_1 \cos \gamma - V \sin \gamma) - \kappa p - V \cos \gamma. \end{cases}$$

Daraus folgt

$$(54) \quad P_2 = \frac{W(\cos \beta + n \sin \beta) + \lambda q}{\sin \beta - n \cos \beta} \text{ und } P_1 = -\frac{V(\cos \gamma + m \sin \gamma) + \kappa p}{\sin \gamma - m \cos \gamma},$$

und da für (Fig. 4), nächst  $W = V$  (28),  $P_2 - P_1 = P$  ist (29):

$$(55) \quad P = V \left( \frac{\cos \beta + n \sin \beta}{\sin \beta - n \cos \beta} + \frac{\cos \gamma + m \sin \gamma}{\sin \gamma - m \cos \gamma} \right) + \frac{\lambda q}{\sin \beta - n \cos \beta} + \frac{\kappa p}{\sin \gamma - m \cos \gamma};$$

eben wie (50), so daß also  $P$  für (Fig. 3) und (Fig. 4) einen und denselben Ausdruck hat.

O) Aus (50) oder (55) folgt:

$$(56) \quad \begin{aligned} P(\sin \beta - n \cos \beta) \cdot (\sin \gamma - m \cos \gamma) \\ = V[(\cos \gamma + m \sin \gamma) \cdot (\sin \beta - n \cos \beta) + (\cos \beta + n \sin \beta) \cdot (\sin \gamma - m \cos \gamma)] \\ + \kappa p(\sin \beta - n \cos \beta) + \lambda q(\sin \gamma - m \cos \gamma). \end{aligned}$$

Dieses ist ganz dieselbe Gleichung, wie (25a). Also folgt daraus auch, wie dort in (G), nach dieser zweiten Art der Berechnung von  $V$ , derselbe Ausdruck (26) des horizontalen Seitendrucks des Erdkeils  $DBA$  auf die Mauerfläche  $DA$ , der sich oben aus der ersten Berechnungs-Art ergab, wie gehörig. Und zwar ist der Ausdruck von  $V$  derselbe, es mag der Winkel  $\gamma$  kleiner oder größer als  $\varphi$  sein. Daß das Letztere so sein müsse, war zwar zu vermuthen, mußte aber doch, wie es scheint, nachgewiesen werden.

## 8.

Um nun weiter nach (§ 6) aus dem Ausdruck von  $V$  (27) denjenigen Erdkeil oder dasjenige  $\beta$  zu finden, für welches  $V$  ein Maximum ist, sind zunächst erst  $P$ ,  $p$  und  $q$  durch  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$  und  $h$  auszudrücken.

A) Es ist gleichmäßig in (Fig. 3 und 4)

$$(57) \quad \text{Winkel } DBA = \beta - \delta \text{ und Winkel } ADB = \gamma + \delta.$$

Ferner ist  $q \sin DBA = p \sin ADB$ , also  $q \sin (\beta - \delta) = p \sin (\gamma + \delta)$  oder

$$(58) \quad q = p \frac{\sin (\gamma + \delta)}{\sin (\beta - \delta)},$$

und da  $p \sin \gamma = h$ , also

$$(59) \quad p = \frac{h}{\sin \gamma}$$

ist:

$$(60) \quad q = h \frac{\sin (\gamma + \delta)}{\sin \gamma \sin (\beta - \delta)} = h \frac{\sin \gamma \cos \delta + \cos \gamma \sin \delta}{\sin \gamma (\sin \beta \cos \delta - \cos \beta \sin \delta)} = h \frac{\cot \gamma + \cot \delta}{\sin \beta (\cot \delta - \cot \beta)}.$$

Ferner ist  $P = \frac{1}{2} AD \cdot AB \sin (2\beta - \beta - \gamma)$ , das heißt

$$(61) \quad P = \frac{1}{2} p q \sin (\beta + \gamma);$$

mithin ist aus (59 u. 60)  $P = \frac{1}{2} h^2 \frac{\sin (\beta + \gamma) \cdot (\cot \gamma + \cot \delta)}{\sin \beta \sin \gamma (\cot \delta - \cot \beta)}$  oder

$$(62) \quad P = \frac{1}{2} h^2 \frac{(\cot \beta + \cot \gamma) \cdot (\cot \delta + \cot \gamma)}{\cot \delta - \cot \beta}.$$

B) Setzt man die Ausdrücke von  $P$ ,  $p$  und  $q$  (62, 59 und 60) in (26), so ergibt sich

$$V = \frac{\frac{1}{2} h^2 \frac{(\cot \beta + \cot \gamma) \cdot (\cot \gamma + \cot \delta)}{\cot \delta - \cot \beta} (1 - m \cot \gamma) \cdot (1 - n \cot \beta) - \frac{h \kappa}{\sin \gamma} (1 - n \cot \beta) - \frac{h \lambda}{\sin \beta} \frac{\cot \gamma + \cot \delta}{\cot \delta - \cot \beta}}{(m + n) \cdot (1 - \cot \beta \cot \gamma) + (1 - mn) \cdot (\cot \beta + \cot \gamma)},$$

oder

$$(63) \quad V = \frac{1}{2} h^2 \frac{h (\cot \beta + \cot \gamma) \cdot (\cot \gamma + \cot \delta) \cdot (1 - m \cot \gamma) \cdot (1 - n \cot \beta) - 2 \kappa (1 - n \cot \beta) \cdot (\cot \delta - \cot \beta) \operatorname{cosec} \gamma^2 - 2 \lambda (1 - m \cot \gamma) \cdot (\cot \gamma + \cot \delta) \operatorname{cosec} \beta^2}{(\cot \delta - \cot \beta) \cdot [(m + n) \cdot (1 - \cot \beta \cot \gamma) + (1 - mn) \cdot (\cot \beta + \cot \gamma)]}.$$

Dieses ist der allgemeine Ausdruck des Seitenschubes  $V$  des Erdkeils  $DBA$ , wagerecht auf die Mauerfläche  $DA$ , durch  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $m$ ,  $n$ ,  $\kappa$ ,  $\lambda$  und  $h$ .

C) Verlangt man den Betrag von  $V$  für den Fall  $\delta = 0$ , so multipliziere man in (63) erst oben unten mit  $\tan \delta$ . Dies giebt:

$$(64) \quad V = \frac{1}{2} h^2 \frac{h (\cot \beta + \cot \gamma) \cdot (\cot \gamma \tan \delta + 1) \cdot (1 - m \cot \gamma) \cdot (1 - n \cot \beta) - 2 \kappa \operatorname{cosec} \gamma^2 (1 - n \cot \beta) \cdot (1 - \cot \beta \tan \delta) - 2 \lambda \operatorname{cosec} \beta^2 (1 - m \cot \gamma) (\cot \gamma \tan \delta + 1)}{(1 - \cot \beta \tan \delta) \cdot [(m + n) \cdot (1 - \cot \beta \cot \gamma) + (1 - mn) \cdot (\cot \beta + \cot \gamma)]},$$

also nun für  $\delta = 0$ , weil dann  $\tan \delta = 0$  ist:

$$(65) \quad V = \frac{1}{2} h^2 \frac{h (\cot \beta + \cot \gamma) \cdot (1 - m \cot \gamma) \cdot (1 - n \cot \beta) - \kappa \operatorname{cosec} \gamma^2 (1 - n \cot \beta) - 2 \lambda \operatorname{cosec} \beta^2 (1 - m \cot \gamma)}{(m + n) \cdot (1 - \cot \beta \cot \gamma) + (1 - mn) \cdot (\cot \beta + \cot \gamma)}.$$

D) Für  $\gamma = \varphi$ , wo  $\cot \gamma = 0$  ist, giebt (63):

$$(66) \quad V = \frac{1}{2} h^2 \frac{h \cot \beta \cot \delta (1 - n \cot \beta) - 2 \kappa (1 - n \cot \beta) \cdot (\cot \delta - \cot \beta) - 2 \lambda \operatorname{cosec} \beta^2 \cot \delta}{(\cot \delta - \cot \beta) \cdot [m + n + (1 - mn) \cot \beta]}.$$

Math. Kl. 1850.

L

E) Für  $\gamma = \varrho$  und  $\delta = 0$  giebt (65):

$$(67) \quad V = \frac{1}{2} h \cdot \frac{h \cot \beta (1 - n \cot \beta) - 2\kappa (1 - n \cot \beta) - 2\lambda \operatorname{cosec} \beta^2}{m + n + (1 - mn) \cot \beta}$$

u. s. w.

### 9.

Um nun denjenigen Winkel  $\beta$  zu finden, für welchen  $V$  ein Maximum ist, wäre  $V$  (63) nach  $\beta$  zu differentiiren, der Differential-Coefficient gleich Null zu setzen und der daraus sich ergebende Werth von  $\beta$  in (63) zu substituiren. Alles dies kann aber auch, statt nach  $\beta$ , ebenfalls nach  $\cot \beta$  geschehen.

A) Man schreibe daher in (63) der Kürze wegen statt  $\cot \beta$ ,  $\cot \gamma$ ,  $\cot \delta$ , bloß  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\delta$ , so ist

$$(68) \quad V = \frac{1}{2} h \cdot \frac{h(\beta + \gamma) \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) \cdot (1 - n\beta) - 2\kappa(1 + \gamma^2) \cdot (1 - n\beta) \cdot (\delta - \beta) - 2\lambda(1 + \beta^2) \cdot (1 - m\gamma) \cdot (\gamma + \delta)}{(\delta - \beta) \cdot [(m + n) \cdot (1 - \beta\gamma) + (1 - mn) \cdot (\beta + \gamma)]}$$

Der Zähler dieses Ausdrucks ist

$$(69) \quad \begin{aligned} & h(\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) \cdot (\beta + \gamma - n\beta^2 - n\beta\gamma) - 2\kappa(1 + \gamma^2) \cdot (\delta - \beta - n\delta\beta + n\beta^2) \\ & \quad - 2\lambda(1 + \beta^2) \cdot (1 - m\gamma) \cdot (\gamma + \delta), \text{ oder} \\ & \left\{ \begin{aligned} & -\beta^2 [h n (\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) + 2\kappa(1 + \gamma^2)n + 2\lambda(1 - m\gamma) \cdot (\gamma + \delta)] \\ & + \beta [h(1 - n\gamma) \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) + 2\kappa(1 + n\delta) \cdot (1 + \gamma^2)] \\ & + h\gamma(\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) - 2\kappa(1 + \gamma^2)\delta - 2\lambda(1 - m\gamma) \cdot (\gamma + \delta) \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Der Nenner ist:

$$(70) \quad \begin{aligned} & (m + n)\delta - (m + n)\beta - (m + n)\beta\gamma\delta + (m + n)\beta^2\gamma + \delta(1 - mn)\gamma \\ & \quad + \delta(1 - mn)\beta - \beta^2(1 - mn) - \beta\gamma(1 - mn), \text{ oder} \\ & \left\{ \begin{aligned} & -\beta^2 [1 - mn - (m + n)\gamma] \\ & + \beta [(1 - mn) \cdot (\delta - \gamma) - (m + n) \cdot (1 + \gamma\delta)] \\ & + \delta [m + n + (1 - mn)\gamma] \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

Setzt man nun der Kürze wegen:

$$(71) \quad \left\{ \begin{aligned} & (hn + 2\lambda) \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) + 2n\kappa(1 + \gamma^2) & = -a_1 \\ & h(1 - n\gamma) \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) + 2\kappa(1 + n\delta) \cdot (1 + \gamma^2) & = +a_2 \\ & (h\gamma - 2\lambda) \cdot (\gamma + \delta) \cdot (1 - m\gamma) - 2\kappa\delta(1 + \gamma^2) & = +a_3 \\ & 1 - mn - (m + n)\gamma & = -b_1 \\ & (1 - mn) \cdot (\delta - \gamma) - (m + n) \cdot (1 + \gamma\delta) & = +b_2 \\ & \delta [m + n + (1 - mn)\gamma] & = b_3, \end{aligned} \right.$$

so giebt (68):

$$(72) \quad V = \frac{1}{2} h \cdot \frac{a_1 \beta^2 + a_2 \beta + a_3}{b_1 \beta^2 + b_2 \beta + b_3} = \frac{h a_1}{2 b_1} \cdot \frac{\beta^2 + \frac{a_2}{a_1} \beta + \frac{a_3}{a_1}}{\beta^2 + \frac{b_2}{b_1} \beta + \frac{b_3}{b_1}},$$

und wenn man noch

$$(73) \quad \frac{h a_1}{2 b_1} = k, \quad \frac{a_2}{a_1} = e, \quad \frac{a_3}{a_1} = s, \quad \frac{b_2}{b_1} = \varepsilon \text{ und } \frac{b_3}{b_1} = \sigma$$

setzt:

$$(74) \quad V = k \frac{\beta^2 + e \beta + s}{\beta^2 + \varepsilon \beta + \sigma}.$$

Von diesem Bruch ist also das Maximum nach  $\beta$  zu suchen.

B) Für den Fall  $\delta = 0$  muß man, wie in (§ 8. C), den Ausdruck von  $V$  (68) oben und unten erst mit  $\tan \delta$  multipliciren, oder mit  $\cot \delta$ , welches durch  $\delta$  bezeichnet worden ist, dividiren. Man muß also dann, um  $V$  in der Form (72) auszudrücken, statt (71)

$$(75) \quad \left\{ \begin{array}{ll} (h n + 2 \lambda) \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\delta}\right) \cdot (1 - m \gamma) + 2 n \kappa \frac{1 + \gamma^2}{\delta} & = - (a_1) \\ h (1 - n \gamma) \cdot (1 - m \gamma) \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\delta}\right) + 2 \kappa (1 + \gamma^2) \cdot \left(n + \frac{1}{\delta}\right) & = + (a_2) \\ (h \gamma - 2 \lambda) \cdot (1 - m \gamma) \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\delta}\right) - 2 \kappa (1 + \gamma^2) & = + (a_3) \\ \frac{1 - m n - (m + n) \gamma}{\delta} & = - (b_1) \\ (1 - m n) \cdot \left(1 - \frac{\gamma}{\delta}\right) - (m + n) \cdot \left(\frac{1}{\delta} + \gamma\right) & = + (b_2) \\ m + n + (1 - m n) \gamma & = + (b_3) \end{array} \right.$$

setzen, welches für  $\cot \delta$  oder  $\delta = 0$ ,

$$(76) \quad \left\{ \begin{array}{ll} (h n + 2 \lambda) \cdot (1 - m \gamma) & = - (a_1) \\ h (1 - n \gamma) \cdot (1 - m \gamma) + 2 \kappa n (1 + \gamma^2) & = + (a_1) \\ (h \gamma - 2 \lambda) \cdot (1 - m \gamma) - 2 \kappa (1 + \gamma^2) & = + (a_3) \\ & 0 = - (b_1) \\ (1 - m n) - (m + n) \gamma & = + (b_2) \\ m + n + (1 - m n) \gamma & = + (b_3) \end{array} \right.$$

giebt. Diese Werthe  $(a_1)$ ,  $(a_2)$ ,  $(a_3)$ ,  $(b_1)$ ,  $(b_2)$ ,  $(b_3)$  sind in dem End-Ergebnis für (72) den Buchstaben  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$  beizulegen, denn es ist dann, statt (72):

$$(77) \quad V = \frac{1}{2} h_1 \cdot \frac{(a_1) \beta^2 + (a_2) \beta + (a_3)}{(b_1) \beta^2 + (b_2) \beta + (b_3)}.$$

## 10.

A) Es sei im Allgemeinen das Maximum des Bruchs

$$(78) \quad B = \frac{u}{v}$$

zu berechnen. Da für das Maximum oder Minimum  $\partial B = 0$  sein muß, so erhält man:

$$(79) \quad \partial B = \frac{v \partial u - u \partial v}{v^2} = 0,$$

woraus

$$(80) \quad v \partial u = u \partial v$$

folgt. Aus dieser Gleichung ist der Werth der veränderlichen Gröfse, auf welche sich  $\partial$  bezieht, zu nehmen und in  $B = \frac{u}{v}$  zu setzen, wenn man den Werth des Maximums selbst verlangt. Aber aus (80) folgt:

$$(81) \quad \frac{u}{v} = \frac{\partial u}{\partial v},$$

also ist auch in (78) eben so wohl

$$(82) \quad B = \frac{\partial u}{\partial v};$$

und dieser Ausdruck giebt den Betrag des Maximums oder Minimums einfacher als (78).

Ferner ist  $B$  ein Maximum oder ein Minimum, je nachdem  $\partial^2 B$ , mit dem aus (80) folgenden Werthe der veränderlichen Gröfse, negativ oder positiv ist. Aus (79) folgt:

$$(83) \quad \partial^2 B = \frac{\partial v \partial u + v \partial^2 u - \partial u \partial v - u \partial^2 v}{v^2} - 2 \partial v \cdot \frac{v \partial u - u \partial v}{v^3}$$

oder, da  $v \partial u - u \partial v = 0$  ist (79):

$$(84) \quad \partial^2 B = \frac{v \partial^2 u - u \partial^2 v}{v^2}.$$

Also ist  $B$  ein Größtes oder Kleinstes, je nachdem  $v \partial^2 u - u \partial^2 v$ , mit dem aus (79) genommenen Werthe der veränderlichen Gröfse, negativ oder positiv ist.

B) Wendet man nun dies auf (74) an, wo

$$(85) \quad B = \frac{\beta^2 + c\beta + s}{\beta^2 + e\beta + \sigma}$$

sein würde, so ist



$$(86) \quad \begin{cases} u = \beta^2 + e\beta + s, & \partial u = 2\beta + e, & \partial^2 u = 2; \\ v = \beta^2 + \varepsilon\beta + \sigma, & \partial v = 2\beta + \varepsilon, & \partial^2 v = 2; \end{cases}$$

also muß zunächst, zufolge (80), der gesuchte Werth von  $\beta$  aus der Gleichung

$$(87) \quad (\beta^2 + \varepsilon\beta + \sigma) \cdot (2\beta + e) = (\beta^2 + e\beta + s) \cdot (2\beta + \varepsilon)$$

genommen werden. Dieselbe giebt:

$$\begin{aligned} 2\beta^3 + 2\varepsilon\beta^2 + 2\beta\sigma &= 2\beta^3 + 2e\beta^2 + 2\beta s \\ + e\beta^2 + e\varepsilon\beta + e\sigma &\quad + \varepsilon\beta^2 + e\varepsilon\beta + \varepsilon s \text{ oder} \\ (\varepsilon - e)\beta^2 + 2(\sigma - s)\beta + e\sigma - \varepsilon s &= 0 \text{ oder} \end{aligned}$$

$$(88) \quad \beta^2 + 2 \frac{\sigma - s}{\varepsilon - e} \beta + \frac{e\sigma - \varepsilon s}{\varepsilon - e} = 0,$$

und daraus folgt:

$$\beta = \frac{s - \sigma}{\varepsilon - e} \pm \sqrt{\left(\frac{s - \sigma}{\varepsilon - e}\right)^2 + \frac{\varepsilon s - e\sigma}{\varepsilon - e}} \text{ oder}$$

$$(89) \quad \beta = \frac{s - \sigma \pm \sqrt{[(s - \sigma)^2 + (\varepsilon - e) \cdot (\varepsilon s - e\sigma)]}}{\varepsilon - e}.$$

C) Dieser Werth von  $\beta$  ist nun, um den Betrag des Größten oder Kleinsten zu finden, nach (82) in  $B = \frac{\partial u}{\partial v} = \frac{2\beta + e}{2\beta + \varepsilon}$  (86) zu setzen. Also erhält man, da  $V = kB$  ist (74 und 85), für den größten oder kleinsten Seitendruck  $V$ :

$$(90) \quad V = k \cdot \frac{s - \sigma + \frac{1}{2}e(\varepsilon - e) \pm \sqrt{[(s - \sigma)^2 + (\varepsilon - e) \cdot (\varepsilon s - e\sigma)]}}{s - \sigma + \frac{1}{2}\varepsilon(\varepsilon - e) \pm \sqrt{[(s - \sigma)^2 + (\varepsilon - e) \cdot (\varepsilon s - e\sigma)]}}.$$

D) Das größte oder kleinste  $V$  findet nach (84 Statt, je nachdem  $v\partial^2 u - u\partial^2 v$ , das heißt  $2(\beta^2 + \varepsilon\beta + \sigma) - 2(\beta^2 + e\beta + s)$  (86), oder

$$(91) \quad (\varepsilon - e)\beta + \sigma - s$$

negativ oder positiv ist. Nun ist aus (89)

$$(92) \quad (\varepsilon - e)\beta + \sigma - e = \pm \sqrt{[(s - \sigma)^2 + (\varepsilon - e) \cdot (\varepsilon s - e\sigma)]}:$$

also findet eben sowohl ein Maximum als ein Minimum Statt. Und es muß also, da man das Maximum verlangt, in (89 und 90) die Wurzelgröße negativ genommen werden.

E) Setzt man in (90) die Werthe von  $k$ ,  $e$ ,  $\varepsilon$ ,  $s$  und  $\sigma$  aus (73), so ergibt sich:

$$V = \frac{1}{2} h \cdot \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{\frac{a_2}{a_1} - \frac{b_1}{b_1} + \frac{1}{2} \frac{a_2}{a_1} \cdot \left( \frac{b_2}{b_1} - \frac{a_2}{a_1} \right) - \sqrt{\left[ \left( \frac{a_1}{a_1} - \frac{b_1}{b_1} \right)^2 + \left( \frac{b_2}{b_1} - \frac{a_2}{a_1} \right) \cdot \left( \frac{b_2 a_3}{b_1 a_1} - \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{b_1} \right) \right]}}{\frac{a_1}{a_1} - \frac{b_1}{b_1} + \frac{1}{2} \frac{a_2}{a_1} \cdot \left( \frac{b_2}{b_1} - \frac{a_2}{a_1} \right) - \sqrt{\left[ \left( \frac{a_1}{a_1} - \frac{b_1}{b_1} \right)^2 + \left( \frac{b_2}{b_1} - \frac{a_2}{a_1} \right) \cdot \left( \frac{b_2 a_3}{b_1 a_1} - \frac{a_2}{a_1} \cdot \frac{b_1}{b_1} \right) \right]}} \quad \text{oder}$$

$$(93) \quad V = \frac{1}{2} h \cdot \frac{(a_1 b_1 - a_1 b_1) a_1 + \frac{1}{2} (a_1 b_1 - a_1 b_1) a_2 - a_1 V[(a_1 b_1 - a_1 b_1)^2 + (a_1 b_2 - a_1 b_1) \cdot (a_1 b_1 - a_1 b_3)]}{(a_1 b_1 - a_1 b_1) b_1 + \frac{1}{2} (a_1 b_1 - a_1 b_1) b_2 - b_1 V[(a_1 b_1 - a_1 b_1)^2 + (a_1 b_2 - a_1 b_1) \cdot (a_1 b_1 - a_1 b_3)]}$$

## 12.

In (93) müßten nun weiter die Werthe der  $a$  und der  $b$  aus (71) gesetzt werden; allein dies würde einen gar weitläufigen Ausdruck geben. Es möge daher nur einiger besondern Fälle gedacht werden.

Zunächst reducirt sich der allgemeine Ausdruck (93) sehr, wenn der Winkel  $\delta$  gleich Null, also  $\cot \delta$ , was durch  $\delta$  bezeichnet worden ist, unendlich groß ist. Es sind alsdann die Werthe (76) von den  $a$  und den  $b$  zu setzen. Dieses giebt statt (93):

$$(94) \quad V = \frac{1}{2} h \cdot \frac{-(a_1)^2 \cdot (b_1) + \frac{1}{2} (a_1) \cdot (a_2) \cdot (b_2) - (a_1) V[(a_1)^2 \cdot (b_1)^2 + (a_1) \cdot (b_2) \cdot ((a_1) \cdot (b_1) - (a_2) \cdot (b_2))]}{\frac{1}{2} (a_1) \cdot (b_2)^2}$$

für  $\delta = 0$ ; wo nun die  $(a)$  und die  $(b)$  die Werthe (76) haben.

Setzt man ferner

$$(95) \quad \gamma = \varrho \text{ also } \cot \gamma = 0, \quad \kappa = 0, \quad \lambda = 0 \text{ und } m = 0,$$

welches der Fall ist, den Woltmann untersucht (denn er nimmt die innere Fläche  $AD$  der Mauer senkrecht an und berücksichtigt nicht die Cohäsion und nicht die Reibung derselben an der Mauer), so reduciren sich die Werthe der  $(a)$  und der  $(b)$  in (76) auf:

$$(96) \quad -(a_1) = hn, \quad (a_2) = h, \quad (a_3) = 0, \quad (b_2) = 1 \text{ und } (b_3) = n,$$

und es giebt (94) für diesen Fall:

$$V = \frac{1}{2} h \cdot \frac{-h^2 n^3 - \frac{1}{2} h^2 n + hu \sqrt{h^2 n^4 + h^2 n^2}}{-\frac{1}{2} hn} \quad \text{oder}$$

$$(97) \quad V = \frac{1}{2} h^2 [1 + 2n^2 - 2n \sqrt{1 + n^2}].$$

Nun ist der Reibungs-Coëfficient  $n$  die Tangente des Winkels der Böschung, mit welcher die Erde, sich selbst überlassen, stehen bleibt. Bezeichnet man also diesen Winkel durch  $\alpha$ , so giebt (97):

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{2} h^2 [1 + 2 \tan \alpha^2 - 2 \tan \alpha \sec \alpha] = \frac{1}{2} h^2 \left[ 1 + \frac{2 \sin \alpha^2}{\cos \alpha^2} - \frac{2 \sin \alpha}{\cos \alpha^2} \right] \\ &= \frac{1}{2} h^2 \frac{1 + \sin \alpha^2 - 2 \sin \alpha}{\cos \alpha^2} = \frac{1}{2} h^2 \frac{(1 - \sin \alpha)^2}{1 - \sin \alpha^2}, \quad \text{oder} \end{aligned}$$

$$(98) \quad V = \frac{1}{2} h^2 \cdot \frac{1 - \sin \alpha}{1 + \sin \alpha};$$

und diesen Ausdruck findet Woltmann ebenfalls, so daß also in diesem besondern Falle das hiesige Ergebniß mit dem Woltmannschen übereinstimmt.

### 13.

In der allgemeinen Formel für den wagerechten Seitendruck  $V$  der Erde auf die Mauer (93) befinden sich noch die Coëfficienten  $m$  und  $n$  der Reibung der Erde auf Mauer und Erde, und diejenigen  $\kappa$  und  $\lambda$  der Cohäsion der Erde mit Mauer und Erde.

Den Coëfficienten  $n$  der Reibung von Erde auf Erde pflegt man dadurch zu bestimmen, daß man erwägt: für denjenigen Winkel, z. B.  $\alpha$ , unter welchem die Erde, sich selbst überlassen, stehen bleibt, müsse die aus dem Druck  $P \cos \alpha$  irgend einer Erdmasse  $P$ , perpendiculaire auf die Böschung entstehende Reibung  $n P \cos \alpha$  der Kraft  $P \sin \alpha$ , mit welcher die Masse von der Böschung hinunterzugleiten strebt, gleich sein; was  $n P \cos \alpha = P \sin \alpha$ , also

$$(99) \quad n = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

giebt; so daß  $n$  auf solche Weise unmittelbar aus der Erfahrung gefunden werden würde.

Für den Coëfficienten  $m$  der Reibung der Erde auf Mauerwerk ist das Verfahren schon nicht mehr anwendbar. Hier kann man sich freilich noch damit helfen (und man thut es auch gewöhnlich), daß man  $m$  gleich  $n$  setzt. Solches ist auch wahrscheinlich genug; und auf eine Hypothese mehr oder weniger kann es schon nicht ankommen.

Aber wie soll man die Cohäsions-Coëfficienten  $\kappa$  und  $\lambda$  finden? Navier findet aus seiner Formel, in welcher der Coëfficient der Cohäsion von Erde mit Erde vorkommt, daß auf eine gewisse Höhe der Mauer die Erde gegen dieselbe gar keinen Seitendruck ausübt. Dies ist auch der Erfahrung gemäß; denn auf eine gewisse gröfsere oder kleinere Höhe erhält sich die Erde, wenn sie nicht etwa ganz trockner Sand ist, wirklich von selbst senkrecht, und übt also gar keinen Seitendruck aus. Trockner Lehm erhält sich senkrecht auf eine ansehnliche Höhe; fette Erde auf eine geringere Höhe, und so bis zu der mit Wasser gesättigten Erde und bis zum

flüssigen Schlamm und trocknen Sande hinunter. Man könnte also hier Naviers Schlufs umkehren und für die Höhe  $h$ , auf welche, wie es aus der Erfahrung zu nehmen wäre, die Erde sich selbst erhält,  $V$  gleich Null setzen, während man zugleich  $\gamma = \rho$  annimmt. Daraus ließe sich, nachdem wieder, wie  $m = n$ , auch  $\kappa = \lambda$  angenommen worden, der Cohäsions-Coëfficient  $\kappa = \lambda$  finden.

Allein dies wäre in der That nichts anderes als eine noch weitere Häufung von Hypothesen; auch wäre dabei sogar ein Bedenken im Schlufs; denn aus der Gleichung  $V = 0$  ließen sich  $\kappa$  und  $\lambda$  erst dann finden, wenn schon  $m$  und  $n$  bekannt sind; auf diese aber wirkt die Cohäsion schon mit, also kann das Ergebnifs für  $\kappa$  und  $\lambda$  schon deshalb nicht das richtige sein.

Aber hätte man auch nun wirklich auf irgend einem Wege  $m$ ,  $n$ ,  $\kappa$  und  $\lambda$  mit mehrerer Sicherheit gefunden, so wäre dennoch immer das obige Endresultat nur wenig begründet, weil es die Voraussetzungen, auf welchen es beruhet, nicht sind. Denn es ist nichts anderes als Willkür, anzunehmen, die Erde werde, wenn die Mauer nachgiebt, grade unter demjenigen Winkel  $ZAT$  (Fig. 1) abgleiten, für welchen der Seitendruck des abgleitenden Erdkeils  $ZAD$ , diesen als feste Masse betrachtet, ein Maximum ist, und die übrige Erde  $ZAB$ , welche sich noch zwischen  $ZA$  und der natürlichen Böschung  $BA$  befindet, werde ruhen bleiben. Der Erdkeil  $ZDA$  ist in der Wirklichkeit nicht eine feste Masse; und dafs die Erde  $ZBA$  ruhen bleibe, ist nicht anzunehmen, weil sie sich wirklich nur in der Schräge  $BA$ , nicht in der steileren Böschung  $ZA$  selbst zu erhalten vermag.

Was noch ferner nöthig sein würde, wäre die Berechnung des Moments der Kraft, mit welcher die Erde die Mauer um den Punct  $C$  (Fig. 1) zu drehen strebt. Der gefundene wagerechte Seitenschub  $V$  ist erst die Kraft der Erde, die Mauer wagerecht wegzuschieben. Dieses Wegschieben kann aber wohl nur selten oder nie vorkommen, weil die Mauer durch ihr Fundament in der Erde, oder, wo ein Rost nöthig ist, durch diesen, immer stark genug dagegen gesichert werden kann und wird. Es ist fast überall nur dafür zu sorgen, dafs der Druck der Erde die Mauer nicht umwerfe, und es kommt also auf das Moment der Kraft an, welche sie dazu anzuwenden vermag. Dieses Moment zu finden, müßte man, wie in (§ 6) bemerkt,  $V$  (93) nach  $h$  (indem man die Höhe veränderlich, etwa  $= z$ , setzt) differentiiren; was den wagerechten Schub der Differentialschicht  $SMms$  (Fig. 1)

geben würde. Dieses Differential von  $V$  nach  $z$  alsdann mit dem Hebels-Arm  $KR = h - z$  multiplicirt und das Product integrirt, würde das gesuchte Moment geben. Allein wegen der Unsicherheit, schon des Ausdrucks von  $V$ , möge diese Rechnung dahingestellt bleiben.

#### 14.

Wie ist nun anders zu verfahren?

Es scheint zunächst noch folgendes Mittel zu geben. Man könnte den Erdkeil  $BDA$  (Fig. 1), welcher auf die Mauer drückt, anstatt ihn als feste Masse zu betrachten, was er in der That nicht ist, als aus Schichten  $DAX$ ,  $XAZ$ ,  $ZAY$ ,  $YAB$  u. s. w. bestehend ansehen, könnte diese Schichten oder einzelnen Keile unendlich dünn annehmen, den Seitenschub der Differential-keile, indem man die Cohäsion außer Acht läßt, die hier nicht wohl besonders, sondern nur in Verbindung mit der Reibung in Betracht kommen könnte, nach der Formel (63) ausdrücken, das Integral davon nehmen, und so zu einem Ausdruck des Seitenschubes der Erde zu gelangen suchen, in welchem dieselbe nun wirklich nicht mehr als feste Masse, sondern, der Wahrheit näher, auf gewisse Weise als ein unfester Körper betrachtet wäre. Mit diesem Ausdrucke des Seitenschubes könnte man dann nach (§. 6) weiter verfahren.

Aber auch Das wäre im Grunde doch nicht viel Anderes, als ein Aufhäufen von Formeln auf Hypothesen; denn die Schichten existiren nur in der Idee, nicht in der Wirklichkeit. Also auch von dem so erlangten Resultat würde die Richtigkeit nur wenig verbürgt sein.

Noch verschiedene andere Ansichten des Gegenstandes ließen sich aufstellen, aber immer dürfte wohl das Ergebniss um so unsicherer sein, je mehr man mit den Hypothesen bis an die Wurzeln der Entwicklung geht. Denn wenn man bei den unendlich kleinen Theilen, den Differentialen, auch nur unendlich wenig von der Wahrheit abweicht, kann bei den Ganzen, den Integralen, die Abweichung schon endlich, ja selbst unendlich groß sein. Man wird, wie weiter oben bemerkt, wenn man einmal mathematische Schlüsse und Rechnungen auf Gegenstände wie der gegenwärtige, wo complicirte Wirkungen in Betracht kommen, anzuwenden gezwungen ist, immer nur dann möglichst zu einiger Zuverlässigkeit der Ergebnisse gelangen, wenn man, statt schon *a priori* willkürliche Voraussetzungen zu machen,

vielmehr den Gegenstand möglichst im Ganzen zu erfassen und ihn so unter Schlüsse und Formeln zu bringen sucht.

Etwas Dergleichen könnte nun hier, wie es scheint, auf folgende Weise geschehen.

### 15.

Daß, um den Seitenschub der Erde auf eine Mauer zu finden, immer unmittelbare Angaben aus der Erfahrung nöthig sind, ist offenbar. Nimmt man dazu, ausser dem Eigengewicht der Erde, nur noch den Winkel der natürlichen Böschung der Erde gegen den Horizont, so kommt man, wie sich zeigte, nicht ohne willkürliche Voraussetzungen zum Ziele: wie z. B. nicht ohne die, daß die Erde, welche gegen die Mauer drückt, nach diesem oder jenem Gesetze wie ein fester Körper auf dieselbe wirke und daß sie an der liegenbleibenden Erde und der Mauer sich reibe und mit beiden cohärire u. s. w.; was dann aber Alles willkürliche Voraussetzungen sind, die von der Wirklichkeit nicht bestätigt werden.

Statt dessen nun nehme man (da die Erfahrung doch einmal nothwendig gefragt werden muß) den Seitenschub selbst, im Ganzen, so wie er ist, unmittelbar aus der Erfahrung und suche aus solchen Angaben auf die verschiedenen Fälle weiter zu schließen. Dies Verfahren, welches sich mehr *a posteriori* nennen läßt, wird jedenfalls sicherer sein.

Da es indessen sehr kostbar sein würde, den Seitenschub selbst, nicht bloß für die verschiedenen Erd-Arten, sondern auch für viele verschiedene Höhen der Mauer und für viele verschiedene Schrägen der Oberfläche der gegen die Mauer drückenden Erde, so wie der Erdfläche der Mauer, unmittelbar zu messen, so kommt es darauf an, wie mit der geringsten Zahl von Messungen auszukommen und das weiter für die verschiedenen Fälle Nöthige mit möglichster Sicherheit durch Schlüsse zu ergänzen sei.

Zu diesem Ende bemerke man zunächst Folgendes.

### 16.

A) Es sei  $LC$  (Fig. 5) die Böschung, welche Erde, sich selbst überlassen, bis zu einer unbestimmt großen Höhe hinauf, annimmt, also die natürliche Abdachung etwa eines hohen Berges. Der Winkel  $LCN$ , welchen die Abdachung  $LC$  mit dem Horizonte  $CN$  macht, sei  $= \alpha$ .

Nun werde die obere Erde, statt durch den Erdkeil  $DCA$ , durch eine Mauer  $DMQA$  von hinreichender Stärke gestützt. Nimmt man darauf diese Mauer weg, so ergibt sich, der Erfahrung nach, daß die Erde nicht von der ganzen Höhe des Berges hinabgleitet, sondern nur bis zu einem gewissen Punkte  $L$ , und daß sie mit der steileren Böschung  $LA$  unter dem Winkel  $LAN = \beta$  stehen bleibt; so lange, bis vielleicht nach und nach die höhere Erde, wenn die Mauer fortwährend nicht da ist, weiter vom Wasser abgespült wird und die Böschung allmählig wieder eine mit  $LC$  parallele Neigung  $OA$  unter dem vorigen kleineren Winkel  $\alpha$  annimmt.

Dieser Erfolg rührt wahrscheinlich daher, daß die Erde im Innern fester, nemlich theils durch den Druck der darauf lastenden Erde stärker zusammengepreßt, theils weniger der Erweichung und Abspülung vom Wasser ausgesetzt ist, als in der Oberfläche.

Es giebt also wesentlich zwei verschiedene natürliche Böschungen: die der äußern Erde, unter dem Winkel  $\alpha$ , und die der innern Erde, unter dem Winkel  $\beta$ . Der letztere Winkel nimmt, wie gesagt, erst allmählig durch äußere Einwirkungen bis auf den ersten ab, so wie nach und nach die innere Erde zur äußern wird.

Daraus folgt, daß, so lange die Mauer  $DMQA$  nicht nachgiebt, nur der Erdkeil  $LDA$  es ist, welcher auf sie wirkt: denn die Erde  $LAN$  und die noch höher über  $L$  befindliche Erde bleibt ruhen, wenn die Mauer weggenommen wird, indem die Wirkungen des Wassers u. s. w. von außen nur mehr die Oberfläche  $LD$  treffen, nicht in das Innere bis an  $LA$  reichen. Wäre Letzteres je der Fall: so würde nur  $L$  höher hinaufrücken, der Winkel  $LAN = \beta$  würde kleiner werden und dem Winkel  $RAN = \alpha$  noch näher kommen. Gleich kann indessen der Winkel  $\beta$  dem Winkel  $\alpha$  nie sein: denn wäre das, so würde nicht mehr eine endliche Masse  $LDA$ , sondern, wenn der Berg unbestimmt hoch ist, gleichsam eine unendliche Masse  $LDAR$  auf  $DA$  drücken und also von ihr jedenfalls die Mauer  $DMQA$  oder auch der Erdkeil  $DCA$  weggeschoben werden; was nicht geschieht.

B) Nun sei weiter, nicht  $LD$ , sondern  $SD$  die Oberfläche des Berges oder der auf die Mauer drückenden Erde, mit der Neigung  $SDK = \delta$  gegen den Horizont. Alsdann wird, wenn man die Mauer wegnimmt, die Erde bis zu der Linie  $BA$ , mit demselben Böschungswinkel  $BAN = \beta$  wie vorhin, hinuntergleiten; denn dieser Winkel war der natürliche Böschungs-

winkel der innern Erde. Es ist also in dem jetzigen Falle nicht der Erdkeil  $LDA$ , sondern der Erdkeil  $BDA$ , welcher auf die Mauer, oder, wenn statt ihrer der Erdkeil  $DCA$  da ist, auf diesen wirkt. Der Erdkeil  $BAO$  übt keinen Druck auf  $DA$  aus.

C) Vorhin, als die Böschung der Erde  $LC$  war, war es der Erdkeil  $LDA$ , von welchem der horizontale Seitenschub auf  $CDA$  herrührte: jetzt, wo die Böschung  $SD$  ist, ist es der Erdkeil  $BDA$ . Diese beiden Erdkörper  $LDA$  und  $BDA$  wirken aber unter gleichen Umständen auf  $DA$ , nemlich durch ihr Hinabgleiten auf einer und derselben schrägen Ebene  $LBA$ : also läßt sich füglich schließeln, daß sich ihre Wirkungen, das heißt, die wagerechten Kräfte, welche sie hervorbringen, wie ihre Massen, folglich wie ihre Querschnitte  $BDA$  und  $LDA$  verhalten werden; denn die Wirkungen verhalten sich wie die Ursachen, unter gleichen Umständen.

D) Der Winkel  $\beta$  ändert sich für dieselbe Erd-Art nicht, welches auch die Winkel  $\delta$  und  $\gamma$  sein mögen. Bezeichnet also

$$(100) \quad \begin{cases} v \text{ den wagerechten Seitenschub auf die Mauer und} \\ p \text{ den Querschnitt } BDA \text{ der auf die Mauer drückenden Erdmasse,} \end{cases}$$

so läßt sich  $v$  durch

$$(101) \quad v = kp$$

ausdrücken, wo  $k$  ein Coëfficient ist, der für eine und dieselbe Erd-Art unverändert derselbe bleibt, welches auch die Winkel  $\delta$  und  $\gamma$  sein mögen: denn für dieselbe Erd-Art, also so lange die Erde, auf derselben Schräge  $LBA$  hinabgleitend, auf die Mauer wirkt, ist ihre Wirkung und mithin ihr wagerechter Seitenschub nothwendig das gleiche Vielfache oder der gleiche Theil vom Gewicht der hinabgleitenden Masse  $BDA$ . Mithin wäre, da nach (62)

$$p = \frac{1}{2} h^2 \frac{(\cot \beta + \cot \gamma) \cdot (\cot \delta + \cot \gamma)}{\cot \delta - \cot \beta} \quad (62)$$

ist,

$$(102) \quad v = \frac{1}{2} k h^2 \frac{(\cot \beta + \cot \gamma) \cdot (\cot \delta + \cot \gamma)}{\cot \delta - \cot \beta} = \frac{1}{2} k h^2 \frac{(1 + \cot \gamma \tan \beta) \cdot (1 + \cot \gamma \tan \delta)}{\tan \beta - \tan \delta}$$

## 17.

A) In diesem Ausdruck (102) sind  $h$ ,  $\gamma$  und  $\delta$  unmittelbar gegeben, und nur die zwei Gröfsen  $k$  und  $\beta$  sind unbekannt. Diese also müssen noch aus der Erfahrung genommen werden. Man thue dies auf die Weise,



dafs man den Seitenschub  $v$  selbst, für bestimmte  $h$ ,  $\gamma$  und  $\delta$ , unmittelbar misst und daraus  $k$  und  $\beta$  abzuleiten sucht.

B) Da  $k$  weder von  $h$  noch von  $\gamma$  und  $\delta$  abhängt, sondern nur allein mit der Art der Erde, also mit  $\beta$  sich ändert, so gilt der Ausdruck (102), mit dem gleichen Werth von  $k$ , für beliebige  $\gamma$ ,  $\delta$  und  $h$ . Daraus folgt, dafs man für ein- und dasselbe beliebige  $\gamma$  und  $h$  den Seitenschub  $v$  nur für zwei verschiedene Winkel  $\delta$  wirklich zu messen braucht, um zwei Gleichungen mit zwei verschiedenen bestimmten Werthen von  $v$  und  $\delta$ , aber mit gleichen Werthen von  $k$ ,  $\gamma$ ,  $h$  und  $\beta$  zu haben, aus welchen sich dann die beiden Unbekannten  $k$  und  $\beta$  finden lassen.

C) Da der Winkel  $\gamma$  für die Probemessungen willkürlich ist, so wird es am einfachsten sein,  $\gamma$  gleich  $\varrho$  zu setzen; auch werden wirklich, bei den Versuchen über den Seitenschub der Erde, die Wände (etwa aus Brettern), gegen welche man die Erde drücken läfst, lothrecht zu stellen sein. Für  $\gamma = \varrho$  reducirt sich (102) auf

$$(103) \quad v = \frac{\frac{1}{2} k h^2}{\tan \beta - \tan \delta}.$$

D) Man setze nun, es sei bei den Versuchen der Seitenschub einer und derselben Erd-Art, gegen eine und dieselbe lothrechte Wand von der Höhe  $H$ , für die beiden bestimmten willkürlichen Werthe  $\mu$  und  $\nu$  des Winkels  $\delta$  gemessen worden und habe  $V_\mu$  für den Winkel  $\delta = \mu$  und  $V_\nu$  für den Winkel  $\delta = \nu$  betragen, so giebt (103):

$$(104) \quad V_\mu = \frac{\frac{1}{2} k H^2}{\tan \beta - \tan \mu} \text{ und } V_\nu = \frac{\frac{1}{2} k H^2}{\tan \beta - \tan \nu};$$

und hieraus sind  $k$  und  $\beta$  zu nehmen.

E) Aus (104) folgt  $V_\mu (\tan \beta - \tan \mu) = V_\nu (\tan \beta - \tan \nu)$ , also

$$(105) \quad \tan \beta = \frac{V_\mu \tan \mu - V_\nu \tan \nu}{V_\mu - V_\nu}.$$

Ferner folgt aus (104)  $k = \frac{2V_\mu}{H^2} (\tan \beta - \tan \mu) = \frac{2V_\nu}{H^2} (\tan \beta - \tan \nu)$ .

Hierin den Werth von  $\tan \beta$  (105) gesetzt, giebt:

$$k = \frac{2V_\mu}{H^2} \cdot \left( \frac{V_\mu \tan \mu - V_\nu \tan \nu}{V_\mu - V_\nu} - \tan \mu \right) = \frac{2V_\nu}{H^2} \cdot \left( \frac{V_\mu \tan \mu - V_\nu \tan \nu}{V_\mu - V_\nu} - \tan \nu \right) \text{ oder}$$

$$(106) \quad k = \frac{2V_\mu V_\nu}{H^2} \cdot \frac{\tan \mu - \tan \nu}{V_\mu - V_\nu},$$

und (105 und 106) sind die gesuchten Werthe von  $\tan \beta$  und  $k$ .

F) Setzt man dieselben in (102), so erhält man:

$$v = \frac{h^2 V_\mu V_\nu (\tan \mu - \tan \nu)}{H^2 (V_\mu - V_\nu)} \cdot \frac{1 + \cot \gamma \cdot \frac{V_\mu \tan \mu - V_\nu \tan \nu}{V_\mu - V_\nu}}{\frac{V_\mu \tan \mu - V_\nu \tan \nu}{V_\mu - V_\nu} - \tan \delta} \cdot (1 + \cot \gamma \tan \delta)$$

oder

$$(107) \quad v = \frac{h^2 V_\mu V_\nu (\tan \mu - \tan \nu)}{H^2 (V_\mu - V_\nu)} \cdot \frac{V_\mu - V_\nu + \cot \gamma (V_\mu \tan \mu - V_\nu \tan \nu)}{V_\mu \tan \mu - V_\nu \tan \nu - \tan \delta (V_\mu - V_\nu)} \cdot (1 + \cot \gamma \tan \delta);$$

und dies wäre der gesuchte allgemeine Ausdruck des wagerechten Seitenschubes der Erde auf die Mauer, durch lauter gegebene Gröfsen, für eine beliebige senkrechte Höhe  $h$  der Mauer und für beliebige Winkel  $\gamma$  und  $\delta$ .

G) Sollte die Böschung der Erde, vom Gipfel der Mauer aufwärts, keine grade Linie sein, sondern etwa die Form  $DB_1K_1$  haben, so könnte man, wenn die grade Linie  $DO_1$  ein Dreieck  $DO_1K$  abschneidet, welches so groß ist als die Fläche  $KDB_1K_1$ , für  $\delta$  den Winkel  $O_1DK$  setzen.

H) Für die willkürlichen Werthe  $\mu$  und  $\nu$  von  $\delta$  dürfte es bei den Versuchen sehr natürlich und auch sogar nothwendig sein, die Winkel  $\alpha$  und  $\sigma$  zu nehmen, als die gewöhnlichen Grenzen der Gröfse des Winkels  $\delta$ ; nemlich für  $\mu$  den größten Böschungswinkel  $\alpha$ , unter welchem die Erde von der Mauer aufwärts sich zu erhalten vermag, und für  $\nu$  die wagerechte Oberfläche der auf die Mauer drückenden Erde. Dadurch reducirt sich der allgemeine Ausdruck (107), weil dann  $\tan \nu = 0$  ist, auf

$$(108) \quad v = \frac{h^2 V_\alpha V_0 \tan \alpha}{H^2 (V_\alpha - V_0)} \cdot \frac{V_\alpha \tan \alpha \cot \gamma + V_\alpha - V_0}{V_\alpha \tan \alpha - \tan \delta (V_\alpha - V_0)} \cdot (1 + \cot \gamma \tan \delta).$$

Für  $\gamma = \varrho$  oder für eine senkrechte Erdoberfläche der Mauer giebt dies:

$$(108) \quad v = \frac{h^2 V_\alpha V_0 \tan \alpha}{H^2 (V_\alpha \tan \alpha - \tan \delta (V_\alpha - V_0))}$$

und für  $\delta = 0$  und  $\delta = \alpha$ :

$$(110) \quad v = \frac{h^2}{H^2} V_0 \text{ und } v = \frac{h^2}{H^2} V_\alpha;$$

wie gehörig.

I) Die Ausdrücke (105 und 106) von  $\tan \beta$  und  $k$  sind für  $\mu = \alpha$  und  $\nu = 0$ :

$$(111) \quad \tan \beta = \frac{V_\alpha \tan \alpha}{V_\alpha - V_0} \text{ und}$$

$$(112) \quad k = \frac{2 V_\alpha V_0 \tan \alpha}{H^2 (V_\alpha - V_0)} = \frac{2 V_0 \tan \beta}{H^2} (111).$$

Will man also den Werth von  $\tan \beta$  nach (111), den Versuchen gemäß, für jede Erd-Art im Voraus berechnen, so kann nach (102)  $v$  auch durch

$$(113) \quad v = \frac{h^2}{H^2} \cdot \frac{(1 + \cot \gamma \tan \beta) \cdot (1 + \cot \gamma \tan \delta)}{\tan \beta - \tan \delta} V_0 \tan \beta$$

ausgedrückt werden; was für  $\gamma = \varrho$ :

$$(114) \quad v = \frac{h^2}{H^2} \cdot \frac{V_0 \tan \beta}{\tan \beta - \tan \delta}$$

gibt.

## 18.

A) Der Seitendruck  $v$  der Erde ist die wagerechte Kraft, welche die Mauer horizontal wegzuschieben strebt. Es wird aber auch noch und (wie in § 13) bemerkt) noch mehr auf die aus  $v$  entstehende wagerechte Kraft am Gipfel der Mauer ankommen, welche die Mauer umzuwerfen trachtet. Um diese Kraft,

(115) welche durch  $w$  bezeichnet werden mag, zu finden, setze man der Kürze wegen in dem allgemeinen Ausdruck von  $v$  (108)

$$(116) \quad \frac{V_a V_0 \tan \alpha}{H^2 (V_a - V_0)} \cdot \frac{V_a \tan \alpha \cot \gamma + V_a - V_0}{V_a \tan \alpha - \tan \delta (V_a - V_0)} (1 + \cot \gamma \tan \delta) = K,$$

welche GröÙe  $K$  sich nicht mit  $h$  verändert, so ist

$$(117) \quad v = K h^2.$$

Dies giebt für die unbestimmte Höhe  $DX = x$ :

$$(118) \quad v = K x^2;$$

also ist die Zunahme des Seitendrucks  $v$  für die Höhe  $\partial x$ :

$$(119) \quad \partial v = 2 K x \partial x.$$

Diese Zunahme des Seitendrucks wirkt an dem Hebels-Arm  $XD_1 = h - x$ , also ist die Zunahme des

(120) Moments  $M$  der Kraft, welche die Mauer umzuwerfen trachtet:

$$(121) \quad \partial M = 2 (h - x) K x \partial x.$$

Dies giebt, integrirt,  $M = K(hx^2 - \frac{2}{3}x^3) + \text{Const}$ , wo  $\text{Const} = 0$  ist, weil  $M = 0$  ist für  $x = 0$ . Also ist für die ganze Höhe  $x = h$  der Mauer:

$$(122) \quad M = K(h^3 - \frac{2}{3}h^3) = \frac{1}{3}h^3 K.$$

Eine Kraft  $\omega$  am Gipfel der Mauer, welche das gleiche Moment hervorbringt, würde an dem Hebelsarm  $h$  wirken: also wäre

$$(123) \quad \omega = \frac{M}{h} = \frac{1}{3} h^2 K,$$

und folglich ist, zufolge (117),

$$(124) \quad \omega = \frac{1}{3} v.$$

B) Die Kraft  $\omega$  ist es auch, welche man bei den Versuchen unmittelbar wird messen können, nicht  $v$ . Bezeichnet man also Das, was sich für  $\omega$  bei den Versuchen auf die Höhe  $H$  für die Winkel  $\delta = \alpha$  und  $\delta = 0$  findet, durch  $\mathcal{W}_\alpha$  und  $\mathcal{W}_0$ , so ist

$$(125) \quad \text{eben wie } v = 3\omega \text{ (124), auch } \mathcal{V}_\alpha = 3\mathcal{W}_\alpha \text{ und } \mathcal{V}_0 = 3\mathcal{W}_0,$$

und folglich giebt (108) allgemein:

$$(126) \quad \omega = \frac{h^2 \mathcal{W}_\alpha \mathcal{W}_0 \tan \alpha}{H^2 (\mathcal{W}_\alpha - \mathcal{W}_0)} \cdot \frac{\mathcal{W}_\alpha \tan \alpha \cot \gamma + \mathcal{W}_\alpha - \mathcal{W}_0}{\mathcal{W}_\alpha \tan \alpha - \tan \delta (\mathcal{W}_\alpha - \mathcal{W}_0)} \cdot (1 + \cot \gamma \tan \delta),$$

für die wagerechte Kraft am Gipfel der Mauer, mit welcher der Druck der Erde die Mauer umzuwerfen strebt.

## 19.

Es zeigte sich oben, dafs für jede Erd-Art nicht mehr als zwei Versuche oder Messungen, etwa für die beiden Winkel  $\delta = \alpha$  und  $\delta = 0$  an einer senkrechten Wand von der Höhe  $H$  nöthig sind, um vollständig den Seitendruck der Erde für jede andere Höhe  $h$  und für jeden andern Winkel  $\delta$ , der von  $\delta = -\varrho$  bis zu  $\delta = +\alpha$  vorkommen kann, so wie für jeden Winkel  $\gamma$ , für eine und dieselbe Erd-Art zu finden. Will man für eine und dieselbe Erd-Art und für dieselbe Höhe  $H$ , oder auch für verschiedene Höhen  $H$ , Versuche für mehrere Werthe des Winkels  $\delta$  anstellen, was auch die Kosten, da einmal die Zurichtungen zu den jedenfalls nothwendigen zwei Versuchen gemacht werden müssen, nicht sehr erhöhen würde, so ist es zur Sicherheit um so besser, und man mufs dann von den Werthen, die sich daraus in (105 und 106) für  $\tan \beta$  und  $k$  ergeben, das Mittel nehmen. Nöthig sind indessen für jede Erd-Art nur zwei Versuche.

Offenbar ist es aber nothwendig, dafs diese Versuche, um zu sicheren Ergebnissen zu gelangen, möglichst im Grofsen, wenn auch nicht für

eine so hohe Wand, als je bei Futtermauern vorkommen mag, so doch für eine ansehnliche Höhe, etwa von 15 bis 20 F., angestellt werden. Auch wird die Wand nicht zu kurz sein dürfen, sondern wenigstens doppelt so lang als hoch sein müssen, damit das Anhängen der Erde an den Seitenwänden, welche sie zusammenhalten, einen nicht zu wesentlichen Einfluß auf ihren Seitendruck gegen die bewegliche Wand haben möge. Von Versuchen im Kleinen, wie sie Woltmann anstellte, mit nur 4 F. hohen und 4 F. breiten beweglichen Wänden, würde sich auf Fälle höherer Wände nicht mit Sicherheit schließeln lassen, wohl aber von Messungen an höheren Wänden auf Fälle niedrigerer Mauern.

Die Versuche würden allerdings ziemlich kostbar sein; allein auf dem Grunde ihrer Ergebnisse würde man auch, wie es scheint, mit vieler Sicherheit den Seitendruck der Erde nach den obigen Formeln finden. Und da nun der Gegenstand wichtig genug ist und die Versuche nur einmal für alle Zeiten nöthig sind, so wäre es wohl zu wünschen, daß man die Kosten anwendete. Zuverlässig würde so die Aufgabe mit größerer Sicherheit mehr ins Reine gebracht werden, als durch alle noch so sinnreiche Theorien.

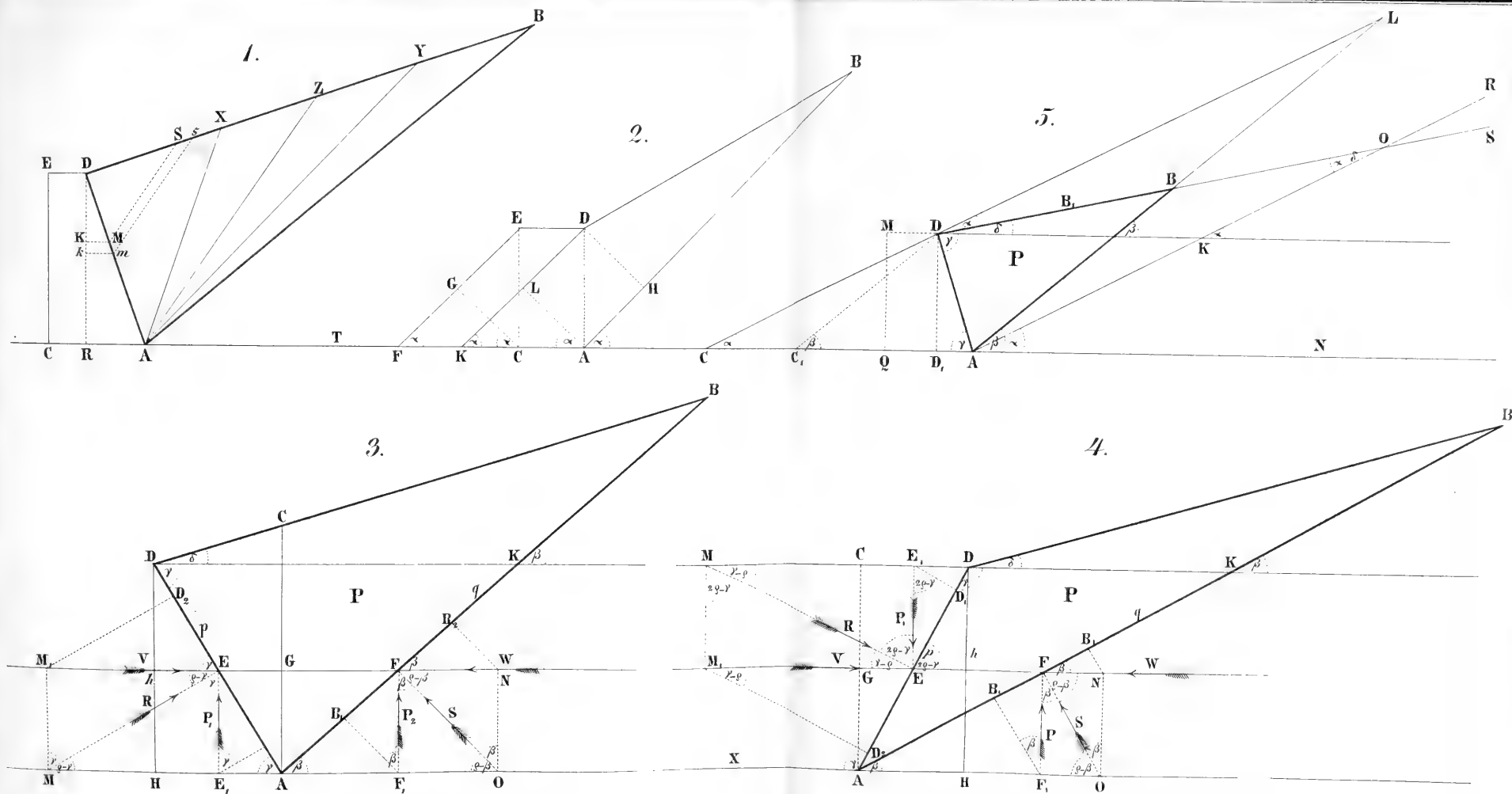














Über  
einen neuen Ausdruck zur Bestimmung der Dichtigkeit  
einer unendlich dünnen Kugelschale, wenn der Werth  
des Potentials derselben in jedem Punkte ihrer Ober-  
fläche gegeben ist.

Von  
H<sup>rn</sup>. LEJEUNE DIRICHLET.

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 28. November 1850.]

Nach einem schönen von Gauß zuerst aufgestellten und bewiesenen Satze(\*) läßt sich jede Fläche mit einer unendlich dünnen Massenschicht belegen, deren Potential in jedem Punkte der Fläche einen beliebig gegebenen Werth erhält, vorausgesetzt daß dieser Werth im ganzen Umfange der Fläche sich nach der Stetigkeit ändere. Die wirkliche Ausmittlung aber der dies leistenden Massenvertheilung ist im gegenwärtigen Zustande der Wissenschaft nur für einige besondere Flächen ausführbar, zu welchen, wie Gauß schon bemerkt hat, die ganze Kugelfläche gehört.

Bezeichnet  $R$  den Kugelradius,  $r$  die Entfernung jedes Punktes im Raume vom Mittelpunkte,  $\theta$  den Winkel zwischen  $r$  und einer festen Geraden und  $\phi$  den Flächenwinkel zwischen der durch diese und  $r$  gelegten Ebene und einer festen Ebene, so kann man den auf der ganzen Fläche gegebenen durch  $\theta$  und  $\phi$  ausgedrückten Potentialwerth  $V$  nach den bekannten Kugelfunktionen entwickeln. Es sei

$$V = \sum X_n$$

diese Entwicklung, wo sich das Summenzeichen von  $n = 0$  bis  $n = \infty$  erstreckt, und

$$\varrho = \sum Y_n$$

---

(\*) Allgemeine Lehrsätze in Beziehung auf die im verkehrten Verhältnisse des Quadrats der Entfernung wirkenden Anziehungs- und Abstofsungskräfte von C. F. Gauß.

die ähnliche Entwicklung der zu bestimmenden Dichtigkeit  $\varrho$ . Mit Hülfe dieser letzteren läßt sich das Potential  $v$  für jeden Punkt im Raume darstellen (\*). Von den beiden Ausdrücken desselben, von welchen der eine im inneren, der andere im äußeren Raume gilt und jeder zu unserm Zwecke genügt, ist der erstere

$$v = 4\pi R \sum \frac{1}{2n+1} \left(\frac{r}{R}\right)^n Y_n.$$

Da dieser Ausdruck bis  $r = R$  gültig bleibt, für welchen Fall  $v$  in  $V$  übergeht, und dieselbe Funktion nur einer Entwicklung nach Kugelfunktionen fähig ist, so ergiebt die Vergleichung mit der ersten Reihe  $Y_n = \frac{2n+1}{4\pi R} X_n$ , und daher

$$\varrho = \frac{1}{4\pi R} \sum (2n+1) X_n.$$

In einer früheren Abhandlung (\*\*) ist gezeigt worden, daß jede für die ganze Kugelfläche, d. h. von  $\theta = 0$ ,  $\phi = 0$  bis  $\theta = \pi$ ,  $\phi = 2\pi$  beliebig gegebene Funktion, wenn sie nur nirgend unendlich wird, convergirend nach Kugelfunktionen entwickelt werden kann. Die Convergenz der Reihe für  $V$ , welche den Ausgangspunkt der eben entwickelten Lösung bildet, ist daher unzweifelhaft. Anders verhält es sich aber mit der für die Dichtigkeit  $\varrho$  angenommenen und dann durch Vergleichung mit jener bestimmten Reihe  $\sum Y_n$ . Da es mit der Existenz einer völlig bestimmten Massenvertheilung, welcher der gegebene Potentialwerth  $V$  entspricht, verträglich ist, daß die Dichtigkeit in einzelnen Punkten oder Linien unendlich werde, so bleibt es für alle solche Fälle völlig ungewiß, ob die Reihe an allen Stellen, wo die Dichtigkeit endlich bleibt, ihre Convergenz behält und die Dichtigkeit wirklich darstellt. Es schien mir nicht uninteressant, diese Frage einer näheren Erörterung zu unterwerfen, wozu meine frühere Abhandlung die nöthigen Hilfsmittel darbot, um so mehr als sich von dieser Untersuchung eine Vereinfachung des eben für  $\varrho$  gefundenen Ausdrucks erwarten liefs. Dieser Ausdruck involvirt eine vierfache unendliche Operation, eine doppelte Summation und eine ebenfalls doppelte Integration. Daß die letztere nicht aus dem Ausdrucke entfernt werden kann, leuchtet ein, da die Dichtigkeit für jeden Punkt von sämmtlichen im ganzen Umfange der Fläche bis auf die Stetigkeit

(\*) *Mécanique céleste. Livre III, No. 13.*

(\*\*) *Sur les séries dont le terme général etc. Crelle's Journal Band XVII.*

als beliebig vorauszusetzenden Potentialwerthen abhängen muß. Dagegen hat sich ergeben, daß die Dichtigkeit immer ohne Reihen durch ein doppeltes Integral dargestellt werden kann, welches sogar in vielen Fällen auf ein einfaches zurückführbar ist.

# 1.

Setzt man  $V = f(\theta, \phi)$ , so hat man bekanntlich für das allgemeine Glied  $X_n$ ,

$$\frac{2n+1}{4\pi} \iint f(\theta', \phi') P_n(\cos \omega) \sin \theta' \partial \theta' \partial \phi',$$

wo  $\cos \omega = \cos \theta \cos \theta' + \sin \theta \sin \theta' \cos(\phi - \phi')$  gesetzt ist,  $P_n(\cos \omega)$  den Coëfficienten von  $\alpha^n$  in dem entwickelten Radikal

$$\sqrt[1]{1 - 2\alpha \cos \omega + \alpha^2}$$

bezeichnet und sich die doppelte Integration von  $\theta' = 0, \phi' = 0$  bis  $\theta' = \pi, \phi' = 2\pi$  erstreckt. Läßt man den Divisor  $R$  weg oder, was dasselbe ist, setzt den Kugelradius der Einheit gleich, so wird das allgemeine Glied der  $g$  darstellenden Reihe:

$$\frac{(2n+1)^2}{(4\pi)^2} \iint f(\theta', \phi') P_n(\cos \omega) \sin \theta' \partial \theta' \partial \phi'.$$

Es wird offenbar genügen, diese Reihe für den Fall zu untersuchen, wo  $\theta = 0$  gesetzt wird, d. h. für den Pol  $p$  der sphärischen Polarcoordinaten  $\theta, \phi$ , da sich, wie in der früheren Abhandlung, das für den Punkt  $p$  gefundene Resultat unmittelbar auf jeden andern Punkt  $m$  der Fläche übertragen läßt. Man hat dann  $\cos \omega = \cos \theta'$ , und  $P_n(\cos \omega)$  wird von  $\phi'$  unabhängig. Setzt man

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta', \phi') \partial \phi' = F(\theta'),$$

so daß also  $F(\theta')$  den mittleren Werth des Potentials  $V$  auf dem von  $p$  als Mittelpunkt mit dem sphärischen Radius  $\theta'$  beschriebenen Kreise bedeutet, und schreibt  $\gamma$  statt  $\theta'$  zur Übereinstimmung mit der Bezeichnung in der früheren Abhandlung, auf die wir uns häufig zu beziehen haben, so wird das allgemeine Glied

$$\frac{(2n+1)^2}{8\pi} \int_0^\pi F(\gamma) P_n(\cos \gamma) \sin \gamma \partial \gamma.$$

Zerlegt man  $(2n+1)^2$  in seine Bestandtheile  $4n^2$ ,  $4n$ ,  $1$ , so zerfällt das allgemeine Glied in drei andere und folglich die Reihe selbst in drei Partialreihen. Da die Convergenz der zweiten und dritten dieser Reihen schon in der frühern Abhandlung gezeigt worden ist, so haben wir es nur mit der ersten zu thun, deren allgemeines Glied

$$\frac{1}{2\pi} n^2 \int_0^\pi F(\gamma) P_n(\cos \gamma) \sin \gamma d\gamma.$$

Nimmt man die Summe der  $n+1$  ersten Glieder, drückt  $P_n(\cos \gamma)$  nach Gleich. (3) fr. Abh. durch ein bestimmtes Integral aus und kehrt die Ordnung der beiden Integrationen um, so erhält man

$$\frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi (\cos \psi + 4 \cos 2\psi + \dots + n^2 \cos n\psi) \Pi(\psi) d\psi,$$

wo wie früher

$$\Pi(\psi) = \sin \frac{\psi}{2} \int_0^\psi F(\gamma) \sin \gamma \frac{\partial \gamma}{\Delta} + \cos \frac{\psi}{2} \int_\psi^\pi F(\gamma) \sin \gamma \frac{\partial \gamma}{E},$$

$$\Delta = \sqrt{2(\cos \gamma - \cos \psi)}, \quad E = \sqrt{2(\cos \psi - \cos \gamma)}$$

gesetzt ist. Da die in  $\Pi(\psi)$  enthaltenen Integrale Functionen von  $\psi$  sind, welche von  $\psi=0$  bis  $\psi=\pi$  stetig bleiben (fr. Abh. § 3), so kommt dieselbe Eigenschaft auch der Function  $\Pi(\psi)$  zu. Unsere gegenwärtige Untersuchung erfordert überdies die Discussion des Differentialquotienten  $\Pi'(\psi)$ , zu dessen Bildung, wegen der in den Integralen enthaltenen Nenner  $\Delta$  und  $E$ , eine vorgängige Umformung durch theilweise Integration erforderlich ist. Berücksichtigt man, daß  $F(\gamma)$  nach seinem Ursprunge aus dem stetigen Potentialwerthe  $f(\theta, \phi)$  selbst stetig ist, so ergiebt diese doppelte Operation:

$$\begin{aligned} \Pi'(\psi) = & (F(0) - F(\pi)) \sin \psi + \frac{1}{2} \cos \frac{\psi}{2} \int_0^\psi F'(\gamma) \Delta d\gamma + \frac{1}{2} \sin \frac{\psi}{2} \int_\psi^\pi F'(\gamma) E d\gamma \\ & + \sin \frac{\psi}{2} \int_0^\psi F'(\gamma) \frac{\partial \gamma}{\Delta} + \cos \frac{\psi}{2} \int_\psi^\pi F'(\gamma) \frac{\partial \gamma}{E}. \end{aligned}$$

Wir machen nun die Annahme, daß  $F'(\gamma)$  von  $\gamma=0$  bis  $\gamma=\pi$  überall endlich bleibt. Alsdann werden sämmtliche Bestandtheile von  $\Pi'(\psi)$  und also auch  $\Pi'(\psi)$  selbst von  $\psi=0$  bis  $\psi=\pi$  endlich und stetig sein. Für die drei ersten Glieder ist dies einleuchtend und hinsichtlich der beiden letzten überzeugt man sich durch Betrachtungen, welche den oben citirten ganz

ähnlich sind, daß die in ihnen enthaltenen Integrale diese doppelte Eigenschaft so lange behalten als im ersten  $\psi < \pi$  und im zweiten  $\psi > 0$  vorausgesetzt wird. Für  $\psi = \pi$  und  $\psi = 0$  können zwar diese Integrale beziehungsweise unendlich große Werthe erhalten, die aber, wie leicht zu sehen, resp. die Ordnung  $\log\left(\cos\frac{1}{2}\psi\right)$  und  $\log\left(\sin\frac{1}{2}\psi\right)$  nicht überschreiten können, so daß die Glieder selbst Null werden.

Für das Folgende ist noch die Kenntniß der zweiten Derivirten  $\Pi''(\psi)$  für den besondern Werth  $\psi = 0$  erforderlich. Bemerket man, daß  $\Pi'(0) = 0$ , so läßt sich der gesuchte Werth am leichtesten dadurch finden, daß man  $\psi$  in dem Quotienten  $\frac{1}{\psi} \Pi'(\psi)$  unendlich klein werden läßt. Man erhält so

$$\Pi''(0) = F(0) - F(\pi) + \frac{1}{2} \int_0^\pi F'(\gamma) \sin \frac{\gamma}{2} d\gamma + \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{F'(\gamma) d\gamma}{\sin \frac{\gamma}{2}},$$

oder wenn man das dritte Glied theilweise integrirt,

$$\Pi''(0) = F(0) - \frac{1}{2} F(\pi) - \frac{1}{2} \int_0^\pi F'(\gamma) \cos \frac{\gamma}{2} d\gamma + \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{F'(\gamma) d\gamma}{\sin \frac{\gamma}{2}}.$$

Findet nun außer der vorhin angenommenen Endlichkeit von  $F'(\gamma)$  und der daraus folgenden Stetigkeit von  $\Pi'(\psi)$  noch ein bestimmter endlicher Werth für  $\Pi''(0)$  Statt, oder, was dasselbe ist, hat das zweite Integral einen solchen Werth, so wird unsere Reihe immer convergiren, und die Summe derselben leicht anzugeben sein. Setzt man nämlich zur Abkürzung

$$X(\psi) = \frac{\sin(2n+1)\frac{\psi}{2}}{2\sin\frac{\psi}{2}} = \frac{1}{2} + \cos\psi + \cos 2\psi + \dots + \cos n\psi,$$

so wird obiger Ausdruck für die Summe der  $n+1$  ersten Glieder

$$-\frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \Pi(\psi) X''(\psi) d\psi.$$

Da das bei zweimaliger theilweisen Integration heraustretende Glied  $\Pi(\psi) X'(\psi) - \Pi'(\psi) X(\psi)$  stetig ist und an beiden Grenzen verschwindet, so kommt durch diese Operation

$$-\frac{1}{\pi^2} \int_0^\pi \Pi''(\psi) \frac{\sin(2n+1)\frac{\psi}{2}}{2\sin\frac{\psi}{2}} d\psi,$$

welcher Ausdruck nach einem bekannten Satze, selbst dann, wenn  $\Pi''(\psi)$  für einen oder mehrere von 0 verschiedene Werthe von  $\psi$  unendlich wird, bei wachsendem  $n$  sich der Grenze nähert:

$$-\frac{1}{2\pi}\Pi''(0)=-\frac{1}{2\pi}F(0)+\frac{1}{4\pi}F(\pi)+\frac{1}{8\pi}\int_0^\pi F(\gamma)\cos\frac{\gamma}{2}\partial\gamma-\frac{1}{4\pi}\int_0^\pi\frac{F'(\gamma)\partial\gamma}{\sin\frac{\gamma}{2}}$$

Addirt man zu diesem Werthe die der beiden andern Reihen, wie sie in der fr. Abb. gefunden worden, so erhält man für die Dichtigkeit in  $p$ :

$$\varrho=\frac{1}{4\pi}(F(\pi)-\int_0^\pi\frac{F'(\gamma)}{\sin\frac{\gamma}{2}}\partial\gamma).$$

Es bliebe nun noch zu untersuchen, wie es sich mit der die Dichtigkeit ausdrückenden Reihe rücksichtlich ihrer Convergenz in dem Falle verhält, wo zwar das Integral

$$\int_0^\pi\frac{F'(\gamma)}{\sin\frac{\gamma}{2}}\partial\gamma$$

und also auch der eben gefundene Ausdruck für  $\varrho$  einen bestimmten endlichen Werth behält, die Funktion  $F'(\gamma)$  aber für einen oder mehrere von 0 verschiedene Werthe von  $\gamma$  unendlich wird. Die Bedingung für die Convergenz besteht alsdann nach Obigem lediglich darin, daß die aus  $F'(\gamma)$  abgeleitete Funktion  $\Pi'(\psi)$  von  $\psi=0$  bis  $\psi=\pi$  endlich und stetig bleibe. Eine genauere Betrachtung der Bildungsweise von  $\Pi'(\psi)$  ergibt nun, daß wenn das Unendlichwerden von  $F'(\gamma)$  so erfolgt, daß für jeden Werth  $c$ , für den  $F'(\gamma)$  einen unendlich großen Werth erhält,  $F'(c\pm\varepsilon)V_\varepsilon$  für ein unendlich kleines  $\varepsilon$  selbst unendlich klein wird, die Continuität von  $\Pi'(\psi)$  eben so stattfindet wie in dem vorhin untersuchten Falle einer überall endlichen Funktion  $F'(\gamma)$ , und mit ihr die Convergenz der Reihe, welche die Dichtigkeit darstellt, daß hingegen im Allgemeinen Divergenz eintritt, wenn die eben ausgesprochene Bedingung nicht mehr erfüllt ist. Obgleich die Begründung des erwähnten Resultates keine wesentlichen Schwierigkeiten darbietet, so erfordert sie doch andererseits zu viel Raum und gewährt zu wenig Interesse, um dieselbe hier durchzuführen. Es genügt für den sichern Gebrauch der Reihe, durch das Obige die Fälle zu kennen, in denen allein die Convergenz der Reihe aufhören kann. Übrigens wird sich weiter unten Gelegenheit finden, die in einem solchen Falle wirklich eintretende Divergenz an einem höchst einfachen Beispiele nachzuweisen.



## 2.

Da die vorige Ableitung des für  $\varrho$  gefundenen endlichen Ausdrucks ihre Gültigkeit verliert, wenn die Reihe zu convergiren aufhört, so bedarf es noch eines auf alle Fälle anwendbaren Beweises dieses Ausdrucks.

Nach einem bekannten Satze nähert sich der Differentialquotient  $\frac{\partial v}{\partial r}$ , wenn darin  $\theta$ ,  $\phi$  als constant,  $r$  aber der Einheit sich nähernd gedacht werden, zwei verschiedenen Grenzen, je nachdem dabei  $r$  immerfort  $r < 1$  oder  $r > 1$  vorausgesetzt wird. Nennt man diese Grenzwerte beziehungsweise  $K$  und  $L$ , so wird die Dichtigkeit im entsprechenden Punkte der Fläche durch die Gleichung

$$\varrho = \frac{1}{4\pi} (K - L)$$

bestimmt. Zwischen den Grenzen  $K$ ,  $L$  und dem Potentialwerth  $V$  auf der Fläche findet ein einfacher Zusammenhang Statt, so daß man es nur mit der Ausmittlung eines der Grenzwerte zu thun hat. Sind nämlich  $v$  und  $v_1$  die Potentialwerthe für zwei Punkte auf demselben Radiusvector, deren Entfernungen vom Mittelpunkt,  $r$  und  $r_1$ , der Gleichung

$$r r_1 = 1$$

genügen, so hat man, wie leicht ersichtlich,

$$v_1 = \frac{1}{r_1} v$$

und folglich

$$\frac{\partial v_1}{\partial r_1} = -\frac{1}{r_1^2} v + \frac{1}{r_1} \cdot \frac{\partial v}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial r_1} = -\frac{1}{r_1^2} v - \frac{1}{r_1^3} \frac{\partial v}{\partial r}.$$

Man sieht also, daß

$$L = -V - K, \text{ und } \varrho = \frac{1}{4\pi} (V + 2K)$$

ist. Zur Bestimmung von  $K$  bedarf es nur des für den innern Raum geltenden Ausdrucks von  $v$ ,

$$v = \frac{(1-r^2)}{4\pi} \iint \frac{f(\theta', \phi') \sin \theta' \partial \theta' \partial \phi'}{(1-2r \cos \omega + r^2)^{\frac{3}{2}}},$$

welcher leicht ohne Reihenentwicklung bewiesen wird. Es genügt dazu die Bemerkung, daß der Ausdruck, wenn in demselben  $r$  sich seiner obren Grenze 1 nähert, nach einem bekannten vielfach behandelten Satze in

*Math. Kl.* 1850.

O

$f(\theta, \phi) = V$  übergeht, und daß derselbe andererseits der zuerst von Laplace für  $v$  aufgestellten partiellen Differentialgleichung genügt, da

$$\frac{(1-r^2)}{(1-2r\cos\omega+r^2)^{\frac{3}{2}}},$$

als Funktion der Polarcordinaten  $r, \theta, \phi$  betrachtet, ein partikuläres Integral dieser Gleichung darstellt. Für den Fall, wo  $\theta = 0$ , nimmt der Ausdruck, wenn wieder  $\gamma$  statt  $\theta'$  geschrieben und die frühere Bezeichnung beibehalten wird, die einfache Form an:

$$v = \frac{1}{2} (1-r^2) \int_0^\pi \frac{F(\gamma) \sin \gamma \partial \gamma}{(1-2r\cos\gamma+r^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Differenzirte man den Ausdruck in dieser Gestalt, so würde sich der Grenzwert von  $\frac{\partial v}{\partial r}$  schwer bestimmen lassen, und es ist zweckmäßig, vorher eine theilweise Integration mit demselben vorzunehmen. Man erhält so:

$$2v = \left(\frac{1}{r} + 1\right) F(0) - \left(\frac{1}{r} - 1\right) F(\pi) + \left(\frac{1}{r} - r\right) \cdot \int_0^\pi \frac{F'(\gamma) \partial \gamma}{(1-2r\cos\gamma+r^2)^{\frac{3}{2}}},$$

wo jetzt der Übergang zur Grenze nach vorher geschehener Differentiation keine Schwierigkeiten mehr darbietet und das Resultat

$$K = -\frac{1}{2} F(0) + \frac{1}{2} F(\pi) - \frac{1}{2} \int_0^\pi \frac{F'(\gamma)}{\sin \frac{\gamma}{2}} \partial \gamma$$

ergiebt, woraus mit Berücksichtigung, daß für den Punkt  $p$ ,  $V = F(0)$  ist, die Gleichung

$$g = \frac{1}{4\pi} \left( F(\pi) - \int_0^\pi \frac{F'(\gamma)}{\sin \frac{\gamma}{2}} \partial \gamma \right)$$

folgt, die mit der aus der Reihe abgeleiteten übereinstimmt.

### 3.

Wird das für den Punkt, welcher  $\theta = 0$  entspricht, gefundene Resultat auf einen beliebigen Punkt  $m$  übertragen, so ergiebt sich zur Bestimmung der Dichtigkeit folgende allgemeine Regel.

Man suche durch eine erste Integration für den von  $m$  als Mittelpunkt mit dem beliebigen sphärischen Radius  $\lambda$  auf der Fläche beschriebenen Kreis den mittleren Werth des gegebenen Potentials  $V$ . Bezeichnet

man diesen mit  $\phi(\lambda)$ , so wird die gesuchte Dichtigkeit  $\varrho$  durch die Gleichung

$$\varrho = \frac{1}{4\pi} \left( \phi(\pi) - \int_0^\pi \frac{\phi'(\lambda)}{\sin \frac{\lambda}{2}} \partial \lambda \right)$$

gegeben.

Man kann noch bemerken, daß nach der Bedeutung der Funktion  $\phi(\lambda)$  der besondere Werth  $\phi(\pi)$  den Potentialwerth für den Gegenpunkt des Punktes  $m$  bezeichnet und es bedarf kaum der Erwähnung, daß die Funktion  $\phi(\lambda)$  für jeden Punkt  $m$  eine andere sein, oder mit andern Worten, daß  $\phi(\lambda)$  außer  $\lambda$  noch die beiden Größen enthalten wird, durch welche die Lage von  $m$  auf der Fläche bestimmt wird.

Dagegen ist es vielleicht nicht überflüssig, einem Irrthum vorzubeugen, welcher bei unaufmerksamer Betrachtung des eben ausgesprochenen Resultats leicht entstehen kann. Man ist auf den ersten Blick wegen des unter dem Integralzeichen vorkommenden Divisors, der an der untern Grenze verschwindet, zu der Vermuthung versucht, daß das Integral nur für besondere Lagen des Punktes  $m$  endlich bleibt, im Allgemeinen aber unendlich wird, während gerade das umgekehrte Verhältniß Statt findet. Zunächst ist in Folge der Stetigkeit von  $\phi(\lambda)$  leicht einzusehen, daß der Theil des Integrals, welcher sich von einem noch so kleinen positiven Werthe  $\delta$  bis zur obern Grenze  $\pi$  erstreckt, immer bestimmt und endlich bleibt, wie oft auch  $\phi'(\lambda)$  selbst in diesem Intervalle unendlich werde. Daß aber auch für den von  $0$  bis  $\delta$  sich erstreckenden Theil des Integrals, singuläre Fälle ausgenommen, dasselbe gilt, hat seinen Grund darin, daß  $\phi'(\lambda)$  für kleine Werthe von  $\lambda$  im Allgemeinen wie der Nenner von der ersten Ordnung ist. Stellt man den Potentialwerth  $V$  als Funktion  $\varkappa(\lambda, \psi)$  der sphärischen Polarcoordinaten  $\lambda, \psi$  dar, deren Pol der Punkt  $m$  ist, wo dann

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \varkappa(\lambda, \psi) \partial \psi$$

wird, so tritt die erwähnte Eigenschaft nur deshalb nicht hervor, weil die Funktion  $\varkappa(\lambda, \psi)$  keine beliebige ist, sondern die besondern Bedingungen erfüllen muß, in Bezug auf  $\psi$  periodisch zu sein und für  $\lambda = 0$ , von  $\psi$  unabhängig zu werden. Man überzeugt sich dagegen sogleich von dem vorhin Behaupteten, wenn man die Kugelfläche auf eine beliebige Ebene projicirt, deren Punkte auf zwei rechtwinklige Axen der  $t$  und  $u$  bezogen sind, und

dann  $V$  für jeden Punkt durch die Coordinaten  $t, u$  seiner Projektion ausdrückt. Es hat diese Darstellungsweise allerdings den Übelstand, daß man, um die ganze Fläche zu umfassen, zwei Funktionen von  $t$  und  $u$  zu betrachten hat; dieser Übelstand fällt aber für unseren Zweck weg, der nur die Berücksichtigung eines beliebig kleinen, den Punkt  $m$  einschließenden, Flächenstücks erfordert. Nimmt man die an  $m$  gelegte Tangentialebene zur Projektionsebene,  $m$  zum Anfangspunkt der Coordinaten und setzt  $V = \gamma(t, u)$ , so hat diese neue Funktion keine andere Bedingung als die der Stetigkeit zu erfüllen. Da nun offenbar  $t = \sin \lambda \cos \psi$ ,  $u = \sin \lambda \sin \psi$  angenommen werden kann, so erhält  $\phi(\lambda)$  die Form:

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma(\sin \lambda \cos \psi, \sin \lambda \sin \psi) \partial \psi,$$

in welcher Form das Stattfinden der oben erwähnten Eigenschaft einleuchtet, wenn anders die Differentialquotienten von  $\gamma(t, u)$  bis zur zweiten Ordnung incl. für den Fall wo gleichzeitig  $t = 0, u = 0$ , bestimmte endliche Werthe behalten. Übrigens ist es für die Endlichkeit von  $\phi$  nicht einmal erforderlich, daß  $\phi'(\lambda)$  für kleine Werthe der Veränderlichen von der ersten Ordnung sei; es genügt, daß die Ordnung von  $\phi'(\lambda)$  mit der irgend einer positiven Potenz von  $\lambda$  übereinstimme.

Ähnlich wie mit dem Unendlichwerden von  $\rho$  und der daraus folgenden Divergenz der Reihe, verhält es sich mit dem Falle, wo die Reihe bei endlich bleibender Dichtigkeit zu convergiren aufhört. Dieser Fall hat sogar noch weniger Umfang als der eben besprochene, wie man sich bei näherer Erwägung der Bedingungen, von denen er abhängt, sehr leicht überzeugen wird.

#### 4.

Um das wirkliche Stattfinden der Divergenz der Reihe für  $\rho$  in den oben bezeichneten Ausnahmefällen durch ein einfaches Beispiel zu erläutern, machen wir die Voraussetzung, daß der Potentialwerth  $V$  den Winkel  $\phi$  nicht enthält und durch  $f(\theta)$  dargestellt wird. Es tritt dann bekanntlich eine einfachere Form für die Kugelfunktionen ein und man hat

$$V = \frac{1}{2} \sum (2n+1) A_n P_n(\cos \theta), \text{ und } \rho = \frac{1}{8\pi} \sum (2n+1)^2 A_n P_n(\cos \theta),$$

wo der allgemeine Coëfficient  $A_n$  durch die Gleichung

$$A_n = \int_0^\pi f(\theta) P_n(\cos \theta) \sin \theta d\theta$$

gegeben wird. Setzt man  $f(\theta) = \sqrt{\cos \theta}$ , so lange  $\theta < \frac{\pi}{2}$ , und  $f(\theta) = 0$ , wenn  $\theta$  zwischen  $\frac{\pi}{2}$  und  $\pi$  liegt, so wird der Forderung der Continuität genügt und man hat das Integral

$$A_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} P_n(\cos \theta) \sqrt{\cos \theta} \sin \theta d\theta$$

zu bestimmen. Da die Ausmittlung desselben mit Hülfe der bekannten Ausdrücke für  $P_n(\cos \theta)$  das Resultat nicht unmittelbar in der einfachsten Form ergibt, so ist der folgende Weg vorzuziehen. In Folge der Gleichung

$$\sum P_n(\cos \theta) \alpha^n = \frac{1}{\sqrt{1 - 2\alpha \cos \theta + \alpha^2}}$$

ist das gesuchte Integral der Coëfficient von  $\alpha^n$  in dem entwickelten Ausdrucke

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\cos \theta} \sin \theta d\theta}{\sqrt{1 - 2\alpha \cos \theta + \alpha^2}},$$

in welchem der ächte Bruch  $\alpha$  als positiv betrachtet werden kann. Durch die Substitution  $t = \sqrt{\cos \theta}$  und Ausführung der Integration erhält man:

$$2 \int_0^1 \frac{t^2 dt}{\sqrt{1 - 2\alpha t^2 + \alpha^2}} = \sqrt{\frac{1}{8\alpha^3}} ((1 + \alpha^2) \arcsin \sqrt{\frac{2\alpha}{1 + \alpha^2}} - (1 - \alpha) \sqrt{2\alpha}).$$

Setzt man zur Erleichterung der Entwicklung  $z = \arcsin \sqrt{\frac{2\alpha}{1 + \alpha^2}}$  und differenzirt, so kommt

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = \frac{1 + \alpha}{1 + \alpha^2} \sqrt{\frac{1}{2\alpha}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \alpha^{-\frac{1}{2}} + \alpha^{-\frac{1}{2}} - \alpha^{-\frac{3}{2}} - \alpha^{-\frac{5}{2}} + \text{etc.} \right),$$

und wenn man integrirt und bemerkt, daß  $z$  mit  $\alpha$  verschwindet,

$$\arcsin \sqrt{\frac{2\alpha}{1 + \alpha^2}} = \sqrt{2} \left( \alpha^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3} \alpha^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{5} \alpha^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{7} \alpha^{\frac{7}{2}} + \text{etc.} \right).$$

Setzt man ein, so erhält man für die gesuchte Entwicklung:

$$-\frac{1}{2} \left( \left( -\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) - \left( \frac{1}{1} - \frac{1}{5} \right) \alpha - \left( -\frac{1}{3} - \frac{1}{7} \right) \alpha^2 + \left( \frac{1}{5} - \frac{1}{9} \right) \alpha^3 + \text{etc.} \right),$$

wo die Vorzeichen innerhalb der Klammer die viergliedrige Periode  $+-+ -$  bilden, welche durch  $(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}}$  dargestellt werden kann. Es ist also

$$A_n = -(-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \frac{2}{(2n-1) \cdot (2n+3)},$$

und obige Reihen erhalten die Form:

$$V = - \sum (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \frac{2n+1}{(2n-1) \cdot (2n+3)} P_n(\cos \theta),$$

$$\varrho = - \frac{1}{4\pi} \sum (-1)^{\frac{n(n+1)}{2}} \frac{(2n+1)^2}{(2n-1) \cdot (2n+3)} P_n(\cos \theta).$$

Nach dem im vorigen Art. Bemerkten sieht man in unserem Falle ohne Schwierigkeit, daß der Differentialquotient  $\phi'(\lambda)$  nur dann und zwar für  $\lambda = \frac{\pi}{2}$  so unendlich wird, daß die am Ende von Art. 1 ausgesprochene Bedingung nicht erfüllt ist, wenn der Punkt  $m$  dem Werthe  $\theta = 0$  oder  $\theta = \pi$  entspricht, in welchen Fällen jedoch  $\phi'(\lambda)$  für kleine Werthe von  $\lambda$  die Ordnung  $\lambda$  und also  $\varrho$  einen bestimmten endlichen Werth behält, so wie auch daß die Dichtigkeit nur am Äquator oder für  $\theta = \frac{\pi}{2}$  unendlich wird, indem alsdann  $\phi'(\lambda)$  für ein kleines  $\lambda$  von der Ordnung  $\frac{1}{\sqrt{\lambda}}$  ist. In diesen drei Fällen wird also die Reihe zu convergiren aufhören, wovon man sich sogleich überzeugt, wenn man berücksichtigt, daß  $P_n(\cos \theta)$  für  $\theta = 0$  und  $\theta = \pi$ , beziehungsweise die Werthe 1 und  $(-1)^n$  hat, für  $\theta = \frac{\pi}{2}$  aber wenn  $n$  ungerade ist, verschwindet und wenn  $n$  gerade ist, dem Ausdrucke  $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots n} (-1)^{\frac{n}{2}}$  gleich wird, welcher bekanntlich für große Werthe von  $n$  von der Ordnung  $\frac{1}{\sqrt{n}}$  ist.

In den beiden ersten Fällen, wo  $\varrho$  einen bestimmten endlichen Werth behält, hat die Reihe den Charakter einer oscillirenden, indem ihre Glieder, von denen unter je vier auf einander folgenden zwei das positive und zwei das negative Zeichen haben, sich der Einheit als Grenze nähern, während im dritten Falle alle Glieder dasselbe Vorzeichen erhalten und eine unendlich große Summe ergeben.

## 5.

Obgleich die Methode, durch welche wir vorhin den Coëfficienten  $A_n$  bestimmt haben, nicht mehr anwendbar ist, wenn man unter Beibehaltung der Voraussetzung  $f(\theta) = 0$  für den zweiten Theil des Intervalls, im ersten  $f(\theta) = \cos^k \theta$  annimmt, wo  $k$  eine beliebige positive Constante bezeichnet,

so läßt die höchst einfache Form des für den besondern Werth  $k = \frac{1}{2}$  gefundenen Resultats etwas Ähnliches für den allgemeineren Fall erwarten. Da der einfachste Ausdruck von  $A_n$  jedoch etwas versteckt ist, so wollen wir uns einen Augenblick bei dessen Ausmittlung aufhalten. Poisson, welcher in einer seiner Abhandlungen (\*) die eben definirte Funktion als Beispiel der Entwicklung nach Kugelfunktionen gewählt hat, läßt dem Coëfficienten  $A_n$  die Form:

$$\frac{1.3\dots(2n-1)}{1.2\dots n} \left( \frac{1}{k+n+1} - \frac{n(n-1)}{2(2n-1)} \frac{1}{k+n-1} + \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{2.4.(2n-1).(2n-3)} \frac{1}{k+n-3} - \text{etc.} \right),$$

in welcher sich derselbe unmittelbar darstellt, wenn man bei der Entwicklung den gewöhnlichen Ausdruck von  $P_n(\cos \theta)$  zu Grunde legt, ohne die große Vereinfachung zu bemerken, deren diese Form fähig ist und welche man in der That nicht leicht vermuthet, wenn man nicht durch einen besondern Fall, wie der obige, darauf aufmerksam gemacht wird. Zu dem einfachsten Ausdruck für  $A_n$  führt der folgende sehr kurze, wenn auch nicht elementare Weg.

Da nach § 1 der fr. Abh. die beiden Integrale

$$\frac{2}{\pi} \int_0^\gamma \frac{\cos n\psi \cos \frac{1}{2}\psi}{V_{2(\cos \psi - \cos \gamma)}} \partial \psi, \quad - \frac{2}{\pi} \int_0^\gamma \frac{\sin n\psi \sin \frac{1}{2}\psi}{V_{2(\cos \psi - \cos \gamma)}} \partial \psi,$$

resp. den Coëfficienten von  $\alpha^n$  in den Entwicklungen von

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1+\alpha}{V_{1-2\alpha \cos \gamma + \alpha^2}}, \quad - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \frac{1-\alpha}{V_{1-2\alpha \cos \gamma + \alpha^2}}$$

gleich sind, so erhält man durch Addition:

$$P_n(\cos \gamma) = \frac{2}{\pi} \int_0^\gamma \frac{\cos(n+\frac{1}{2})\psi}{V_{2(\cos \psi - \cos \gamma)}} \partial \psi.$$

Wird diese mit  $\cos^k \gamma \sin \gamma \partial \gamma$  multiplicirte Gleichung von  $\gamma = 0$  bis  $\gamma = \frac{\pi}{2}$  integrirt, und die Ordnung der Integrationen auf der zweiten Seite umgekehrt, so ergibt sich:

$$A_n = \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \partial \psi \cos(n+\frac{1}{2})\psi \int_\psi^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^k \gamma \sin \gamma}{V_{2(\cos \psi - \cos \gamma)}} \partial \gamma,$$

---

(\*) *Connaissance des temps pour l'an 1829.*

oder wenn man für  $\gamma$  eine neue Veränderliche  $t$  durch die Gleichung  $\cos \gamma = t \cos \psi$  einführt, wodurch sich die beiden Integrationen von einander trennen,

$$A_n = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \int_0^1 \frac{t^k}{\sqrt{1-t^2}} \partial t \cdot \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{k+\frac{1}{2}} \psi \cos(n+\frac{1}{2}) \psi \partial \psi.$$

Nun ist nach einer bekannten Formel

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^{p-1} \psi \cos q \psi \partial \psi = \frac{\Gamma(p)}{\Gamma\left(\frac{1+p+q}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1+p-q}{2}\right)} \cdot \frac{\pi}{2^p},$$

in welcher die Constante  $p$  positiv sein muß und die Transcendente  $\Gamma(l)$ , wenn das Argument  $l$  negativ wird, nach der Relation  $\Gamma(l+1) = l\Gamma(l)$ , oder, was dasselbe ist, nach der von Gauß gegebenen Definition zu verstehen ist, welche positive und negative Argumente gleichmäßig umfaßt. Vermittelt dieser Formel und der bekannten Darstellung eines Eulerschen Integrals der ersten Gattung durch drei der zweiten, wird unsere Gleichung:

$$A_n = \frac{\Gamma(k+1)}{\Gamma\left(\frac{k+n+3}{2}\right) \Gamma\left(\frac{k-n+2}{2}\right)} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2^{k+1}} \text{ oder}$$

$$A_n = \frac{k(k-1) \dots (k-n+1)}{\frac{k+n+1}{2} \cdot \left(\frac{k+n+1}{2} - 1\right) \dots \left(\frac{k+n+1}{2} - n\right)} \cdot \frac{\Gamma(k-n+1)}{\Gamma\left(\frac{k-n+1}{2}\right) \Gamma\left(\frac{k-n+2}{2}\right)} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2^{k+1}},$$

und, wenn man für den zweiten Faktor seinen bekannten Werth  $2^{k-n} \frac{1}{\sqrt{\pi}}$  setzt,

$$A_n = \frac{k(k-1) \dots (k-n+1)}{(k+n+1)(k+n-1) \dots (k-n+1)},$$

wo die Faktoren im Nenner um zwei Einheiten abnehmen.

Es bedarf kaum der Erwähnung, daß dieser einfache Ausdruck mit der größten Leichtigkeit verificirt werden kann: man darf denselben z. B. nur in Partialbrüche zerlegen, um die Übereinstimmung desselben mit dem oben erwähnten zu erkennen. Will man letzteren zu dieser Verifikation nicht benutzen, so kann man sich dazu der Gleichung

$$(n+1) A_{n+1,k} = (2n+1) A_{n,k+1} - n A_{n-1,k}$$

bedienen, die unmittelbar aus der Relation folgt, welche zwischen je drei aufeinander folgenden der Entwicklungscoefficienten  $P_n(\cos \gamma)$  Statt findet.



Um den gefundenen Ausdruck noch weiter zu vereinfachen, hat man zu unterscheiden, ob  $n$  gerade oder ungerade ist, und erhält resp.

$$A_n = \frac{k(k-2) \dots (k-n+2)}{(k+1)(k+3) \dots (k+n+1)}, \quad A_n = \frac{(k-1)(k-3) \dots (k-n+2)}{(k+2)(k+4) \dots (k+n+1)}.$$

Mit Hülfe dieser Ausdrücke und der bekannten Formeln, welche die genäherten Werthe von Fakultäten ergeben, deren Faktorenanzahl sehr groß ist, kann man sich leicht überzeugen, daß der oben speciell untersuchte Fall  $k = \frac{1}{2}$  hinsichtlich der bei  $\theta = 0$  und  $\theta = \pi$  stattfindenden Divergenz der Reihe gerade der Grenzfall ist und daß die Divergenz aufhört, sobald  $k > \frac{1}{2}$  ist. Anders verhält es sich dagegen mit dem Werthe  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ; an dieser Stelle besteht die Divergenz und der unendlich große Werth der Dichtigkeit so lange fort als nicht  $k > 1$  angenommen wird.

## 6.

Wir wollen nun noch von dem für die Dichtigkeit gefundenen endlichen Ausdruck eine Anwendung auf einen speciellen Fall machen. Wird wieder  $V$  als eine bloße Funktion von  $\theta$  betrachtet, die wir in die Form  $f(\cos \theta)$  bringen können, so wird auch  $\varrho$  nur von der sphärischen Entfernung  $\theta$  des Punktes  $m$  vom Pol  $p$  abhängen. Auf dem von  $m$  als Mittelpunkt mit dem sphärischen Radius  $\lambda$  beschriebenen Kreise ist dann in Folge der Grundformel der Trigonometrie

$$V = f(\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda \cos \psi),$$

wo  $\psi$  den Winkel zwischen einem beliebigen Radius  $\lambda$  und dem von  $m$  nach  $p$  gerichteten bezeichnet. Da dieser Ausdruck für  $\psi$  und  $-\psi$  denselben Werth hat, so kann man das den mittleren Werth  $\phi(\lambda)$  ausdrückende Integral von  $\psi = 0$  bis  $\psi = \pi$  nehmen und dann verdoppeln. Man erhält so:

$$\phi(\lambda) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda \cos \psi) \vartheta \psi.$$

So oft sich  $\phi'(\lambda)$  ohne Integralzeichen darstellen läßt, was namentlich der Fall ist, wenn  $f(z)$  oder noch allgemeiner  $f'(z)$  eine rationale Funktion von  $z$  ist, mag nun die Form dieser Funktion für das ganze Intervall zwischen  $z = -1$  und  $z = +1$  dieselbe bleiben oder sich stellenweise so ändern, daß die Stetigkeit nicht verletzt wird, wird  $\varrho$  auf ein einfaches Integral zurückgeführt oder selbst ohne Integralzeichen ausgedrückt werden können (\*).

(\*) Im allgemeinen Falle wo  $V$  beide Winkel  $\theta, \phi$  enthält, findet die Zurückführung von  $\varrho$  auf eine einfache Quadratur immer Statt, wenn man,  $x = \cos \theta, y = \sin \theta \cos \phi, z = \sin \theta \sin \phi$

Wir behandeln unter den hierher gehörigen Fällen nur den, wo  $f(\cos \theta) = \cos \theta$ , so lange  $\theta < \frac{\pi}{2}$ , und  $f(\cos \theta) = 0$ , wenn  $\theta > \frac{\pi}{2}$  angenommen wird. Das Integral wird sich dann nur über den Theil des Intervalls zwischen  $\psi = 0$  und  $\psi = \pi$ , erstrecken, innerhalb dessen

$$\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda \cos \psi$$

positive Werthe erhält. Setzt man  $\theta < \frac{\pi}{2}$  voraus, auf welchen Fall der wo  $\theta > \frac{\pi}{2}$  ist, leicht zurückgeführt wird, so findet man durch eine einfache Discussion des vorigen Ausdrucks, daß so lange  $\lambda$  unter  $\frac{\pi}{2} - \theta$  liegt, das Integral von  $\psi = 0$  bis  $\psi = \pi$  zu nehmen ist, daß für die Werthe von  $\lambda$ , welche zwischen  $\frac{\pi}{2} - \theta$  und  $\frac{\pi}{2} + \theta$  liegen, die Grenzen des Integrals 0 und der durch die Gleichung

$$\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda \cos \psi_1 = 0$$

bestimmte, zwischen 0 u.  $\pi$  liegende Winkel  $\psi_1$  sind und daß endlich für  $\lambda > \frac{\pi}{2} + \theta$  das Integral verschwindet, indem der obige Ausdruck immerfort negativ ist. Die Funktion  $\phi(\lambda)$  ist also nach den drei eben unterschiedenen Intervallen:

$$\cos \theta \cos \lambda, \quad \frac{1}{\pi} \int_0^{\psi_1} (\cos \theta \cos \lambda + \sin \theta \sin \lambda \cos \psi) d\psi, \quad 0,$$

wo im zweiten Falle die Ausführung der Integration zur Abkürzung der Rechnung bis nach der Differentiation aufgeschoben ist. Bei dieser verschwindet das von der Veränderlichkeit der obern Grenze  $\psi_1$  herrührende Glied in Folge der  $\psi_1$  bestimmenden Gleichung und man erhält für  $\phi'(\lambda)$  die drei Ausdrücke:

$$-\cos \theta \sin \lambda, \quad \frac{1}{\pi} (-\psi_1 \cos \theta \sin \lambda + \sin \psi_1 \sin \theta \cos \lambda), \quad 0,$$

an welchen man sich im Vorbeigehen überzeugen kann, daß wenigstens so lange  $m$  auf der Halbkugel bleibt, für welche sie gelten,  $\phi'(\lambda)$  nicht unendlich wird und für ein kleines  $\lambda$ , für welches die erste Formel gilt, von der ersten Ordnung bleibt. Es findet in letzterer Beziehung nur für  $\theta = \frac{\pi}{2}$  eine Ausnahme Statt, in welchem Falle die beiden äußern Intervalle verschwinden,  $\phi'(\lambda)$  überall den Ausdruck  $\frac{1}{\pi} \cos \lambda$  erhält, welcher für kleine Werthe von  $\lambda$  von der Ordnung Null ist, so daß also am Äquator eine unendliche große Dichtigkeit Statt findet.

Nach den für  $\phi'(\lambda)$  gefundenen Ausdrücken zerfällt das im allgemeinen Ausdrücke für  $\rho$  enthaltene Integral in zwei andere, welche sich resp. von 0

---

setzend,  $V$  durch eine Funktion  $f(x, y, z)$  der Größen  $x, y, z$  darstellen kann, deren drei Differentialquotienten erster Ordnung rationale, ganze oder gebrochene Funktionen von  $x, y, z$  sind, wobei wieder die Form von  $f(x, y, z)$  in verschiedenen Theilen der Fläche eine andere sein kann, was ein durch seinen großen Umfang bemerkenswerthes Resultat ist.

bis  $\frac{\pi}{2} - \theta$ , und von  $\frac{\pi}{2} - \theta$  bis  $\frac{\pi}{2} + \theta$  erstrecken und deren erstes den einfachen Werth

$$-4 \cos \theta \sin \left( \frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2} \right)$$

erhält. Das zweite, welches aus zwei Theilen besteht, ist, wenn man zunächst die Grenzen nicht berücksichtigt,

$$\frac{\sin \theta}{\pi} \int \frac{\sin \psi_1 \cos \lambda}{\sin \frac{\lambda}{2}} \partial \lambda - \frac{2 \cos \theta}{\pi} \int \psi_1 \cos \frac{\lambda}{2} \partial \lambda,$$

und erhält durch theilweise Integration des letzten Theils die Form

$$\frac{\sin \theta}{\pi} \int \frac{\sin \psi_1 \cos \lambda}{\sin \frac{\lambda}{2}} \partial \lambda + \frac{4 \cos \theta}{\pi} \int \frac{\partial \psi_1}{\partial \lambda} \sin \frac{\lambda}{2} \partial \lambda - \frac{4}{\pi} \psi_1 \cos \theta \sin \frac{\lambda}{2}.$$

Bemerkt man, daß nach der  $\psi_1$  bestimmenden Gleichung an den Grenzen resp.  $\psi_1 = \pi$  und  $\psi_1 = 0$  ist, so erhält man beim Übergange zu den Grenzen aus dem vom Integralzeichen freien Gliede einen Werth, welcher dem oben für das erste Integral gefundenen entgegengesetzt ist. Es bleiben daher nur die beiden ersten Glieder, welche durch Substitution der aus der Gleichung für  $\psi_1$  sich ergebenden Ausdrücke

$$\sin \psi_1 = \frac{\sqrt{\sin^2 \theta - \cos^2 \lambda}}{\sin \theta \sin \lambda}, \quad \frac{\partial \psi_1}{\partial \lambda} = -\frac{\cos \theta}{\sin \lambda} \frac{1}{\sqrt{\sin^2 \theta - \cos^2 \lambda}},$$

die Form erhalten:

$$\frac{1}{\pi} \int \frac{\cos \lambda}{\sin \lambda \sin \frac{\lambda}{2}} \sqrt{\sin^2 \theta - \cos^2 \lambda} \partial \lambda - \frac{4 \cos^2 \theta}{\pi} \int \frac{\sin \frac{\lambda}{2}}{\sin \lambda} \cdot \frac{\partial \lambda}{\sqrt{\sin^2 \theta - \cos^2 \lambda}},$$

welche Integrale von  $\lambda = \frac{\pi}{2} - \theta$  bis  $\lambda = \frac{\pi}{2} + \theta$  zu nehmen sind. Führt man als neue Veränderliche  $z = \frac{\cos \lambda}{\sin \theta}$  ein, so werden die Grenzen für diese  $+1$  und  $-1$ , oder wenn man das Vorzeichen ändert,  $-1$  und  $+1$ , und man erhält, wenn man in den Ausdruck für  $\varrho$  einsetzt und zugleich berücksichtigt, daß  $\phi(\pi)$  verschwindet,

$$\varrho = \frac{1}{\pi^2 2 \sqrt{2}} \int_{-1}^{+1} \left( \frac{2 - z \sin \theta}{1 - z^2 \sin^2 \theta} \cos^2 \theta - z \sin \theta \right) \cdot \frac{\partial z}{\sqrt{(1 - z^2) \cdot (1 - z \sin \theta)}}.$$

Dieses Resultat enthält nur scheinbar einen von den elliptischen Integralen der dritten Gattung abhängigen Bestandtheil. Da nämlich die Grenzen zwei der aufeinander folgenden Werthe sind, für welche das Radikal verschwindet, so wird der Ausdruck, auf die gewöhnliche Form gebracht, nur sogenannte vollständige elliptische Integrale enthalten (\*) und folglich nach einem schönen von Legendre herrührenden Satze auf die erste und zweite Gattung zurückgeführt werden können.

(\*) *Nova fundamenta theoriae functionum ellipticarum auct. C. G. J. Jacobi, p. 14.*

Zum Schluß wollen wir noch bemerken, wie der in der oben erwähnten Abhandlung behandelte Fall des Problems für eine Fläche, welche nur wenig von der Kugelfläche abweicht, ohne Reihenentwicklung auf den Fall der Kugel zurückgeführt werden kann.

Es sei  $r = 1 + \gamma z$  die Gleichung der Fläche, worin  $\gamma$  eine kleine Constante, deren höhere Potenzen vernachlässigt werden sollen, und  $z$  eine Funktion von  $\theta$  und  $\phi$  bezeichnet. Kommt man überein, den Werth, welchen eine Funktion von  $\theta, \phi$  erhält, wenn darin  $\theta, \phi$  in  $\theta', \phi'$  verwandelt werden, durch einen hinzugefügten Accent zu bezeichnen, nennt  $\partial s'$  das zu  $\theta', \phi'$  gehörige Element der Fläche, und  $p$  die Entfernung der den Coordinatenverbindungen  $\theta, \phi$  und  $\theta', \phi'$  entsprechenden Punkte derselben, so erfordert die Aufgabe, daß der Gleichung

$$V = \int \frac{\partial s'}{p},$$

worin sich die doppelte Integration über die ganze Fläche, oder von  $\theta' = 0, \phi' = 0$  bis  $\theta' = \pi, \phi' = 2\pi$  erstreckt, für alle Werthe von  $\theta, \phi$  in demselben Umfange genügt werde. Ist  $\partial \sigma'$  das dem Element  $\partial s'$  entsprechende Element der Kugelfläche, welches von denselben Radienvectoren wie dieses ausgeschieden wird, und  $q$  die Entfernung der auf der Kugelfläche zu  $\theta, \phi$  und  $\theta', \phi'$  gehörigen Punkte, so hat man sogleich durch die einfachsten geometrischen Betrachtungen:  $\partial s' = (1 + 2\gamma z') \partial \sigma'$ , und  $p = q(1 + \frac{1}{2}\gamma(z + z'))$ .

Setzt man diese Ausdrücke ein, so wird unsere Gleichung:

$$V = \int_0^{\pi} (1 + \gamma(\frac{3}{2}z' - \frac{1}{2}z)) \frac{\partial \sigma'}{q}$$

oder

$$V + \frac{1}{2}\gamma z \int \frac{\partial \sigma'}{q} = \int_0^{\pi} (1 + \frac{3}{2}\gamma z') \frac{\partial \sigma'}{q}.$$

Da in Folge der vorletzten Gleichung das in der letzten mit  $\gamma$  multiplicirte Integral von  $V$  nur um eine Größe der Ordnung  $\gamma$  verschieden ist, so kann  $V$  für dasselbe gesetzt werden, und man erhält:

$$(1 + \frac{1}{2}\gamma z) V = \int_0^{\pi} (1 + \frac{3}{2}\gamma z') \frac{\partial \sigma'}{q},$$

durch welche Gleichung die Aufgabe auf den Fall der Kugelfläche zurückgeführt ist. Man sieht, daß man den gegebenen Potentialwerth, mit  $1 + \frac{1}{2}\gamma z$  multiplicirt, als für die Kugelfläche geltend zu betrachten und dann die für diese Voraussetzung bestimmte Dichtigkeit durch  $1 + \frac{3}{2}\gamma z$  zu dividiren hat.



# **I n h a l t.**



PANOFKA: Die griechischen Trinkhörner und ihre Verzierungen .....	Seite 1
DIRKSEN über die Adressen der Constitutionen römischer Kaiser .....	- 39
DIETERICI über die Vermehrung der Bevölkerung in Europa seit dem Ende oder der Mitte des siebenzehnten Jahrhunderts .....	- 73
PERTZ über die Denkwürdigkeiten der Markgräfin von Bayreuth .....	- 117
VON DER HAGEN: Handschriftengemälde und andere bildliche Denkmale der Deut- schen Liederdichter des 12-14. Jahrhunderts .....	- 137
GERHARD über Ursprung, Wesen und Geltung des Poseidon .....	- 159





Philologische und historische  
**A b h a n d l u n g e n**

der

Königlichen

Akademie der Wissenschaften  
zu Berlin.

---

Aus dem Jahre  
1850.

---

Berlin.

Gedruckt in der Druckerei der Königlichen Akademie  
der Wissenschaften.

1852.

---

In Commission in F. Dümmler's Buchhandlung.





# Die griechischen Trinkhörner und ihre Verzierungen

ans Licht gestellt

von

H<sup>rn</sup>. PANOFKA.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 27. Juni 1850.]

## 1. Einleitung.

In frühster Zeit dienten Ochsenhörner, κέρατα, zu Trinkbechern<sup>(1)</sup>; da ihre tiefe Höhlung ein ansehnliches Maafs Wein aufzunehmen vermochte, so fand die Zechlust der Centauren<sup>(2)</sup> und der streitsüchtigen Thraker<sup>(3)</sup> ein besondres Wohlgefallen an ihrem Gebrauch. Wie rasch Kunst und Luxus die Natur verdrängten, indem sie den wirklichen Hörnern gleichförmige in dem verschiedensten Material, edlem wie niederem, nachbildeten, bezeugt schon Aeschylus, der die Perrhäber<sup>(4)</sup> aus „silbergetriebenen Hörnern mit goldner Mündung“ trinken läßt. In Ephesos hiefsen die am Poseidonsfest weinschenkenden Jünglinge Stiere, ταῦροι<sup>(5)</sup>, theils wegen der Anbetung des Meergottes unter dem Bilde dieses brüllenden Thieres, theils weil sie mit Hörnern gleich den Stieren sich nahten, indem sie den Wein in Stierhörnern darreichten.

Das göttliche Vorbild dieser *camilli*, *pacillatores*, bilden der Kabeiros<sup>(6)</sup> mit einem Bockshorn (*caper*) auf Münzen von Thessalonike (Taf. I, 2)

---

(<sup>1</sup>) Athen. XI, 476 *a*. Etym. M. p. 504, 33.

(<sup>2</sup>) Pindar fragm. 147 p. 637 ed. Böckh; ap. Athen. XI, 476 *b*.

(<sup>3</sup>) Xenophon Anab. VII, 2. Athen. XI, 476 *c*.

(<sup>4</sup>) Apud Athen. XI, 476 *d*.

(<sup>5</sup>) Athen. X, 497 *d*.

(<sup>6</sup>) Mit Hammer in der erhobnen Linken, Beger Thes. Brandenb. I, p. 483. Choix. Gouffier Voy. en Grèce T. II, pl. 16. Guignaut Relig. Pl. LIX, 234.

und die Lares der Römer, z. B. die Lares Augustales eines Marmoraltars<sup>(7)</sup>, mit Widderhorn der eine, mit Greifenhorn der andre (Taf. I, 5).

Auffallend spät jedoch erfolgte erst die Umwandlung der ursprünglichen spitz auslaufenden Trinkhörner, *κέρατα*, in solche, welche an der Stelle des spitzen Endes einen Thierkopf zeigten und als Gattung gewöhnlich mit dem Namen Rhyton (*ῥυτόν* von *ῥέω* fließen) bezeichnet wurden<sup>(8)</sup>, während die Natur des jedesmaligen Thierkopfes für das Rhyton selbst<sup>(9)</sup> den Thiernamen darbot. Diese Umwandlung fiel in die Zeit des ersten Ptolemäus mit Beinamen Philadelphus<sup>(10)</sup>. Der König soll diese seine Erfindung zuerst seiner Schwester Arsinoë gewidmet haben, deren Statuen daher auch in der linken Hand ein fruchterfülltes Widderhorn wie das der Amalthäa halten. Mit dieser Zeitangabe stimmen die Kunstdenkmäler vollkommen überein, insofern keines der Trinkhörner in gebrannter Erde, noch ihre Darstellung auf Münzen, in Marmor-, Erz- und Silberarbeit, auf gemalten Vasen und Wänden, in eine ältere Zeit hinaufreicht.

Zur Anschauung des sinnigen Gebrauchs dieser Rhyta entlehnen wir einer Vase des Wiener Antikenkabinetts<sup>(11)</sup> das Bild eines Trinkgelages, bei welchem einer der Gäste den Wein aus einem Pferderhyton, *ἵππος*, in eine Trinkschale eingießt (Taf. I, 1), indem er ihn aus dem rechten Vorderfuß fließen läßt<sup>(12)</sup>. Ein andres Vasenbild<sup>(13)</sup> zeigt bei einem Gelage (Taf. I, 3), an welchem der flötende Komos dem naxischen Götterpaar aufspielt, den Weingott mit einem Pegasosrhyton (*πῆγασος*) in der Rechten. Auf ähnliche Weise finden wir ein Adlerhyton (*αἰετος*) und (Taf. III, 3.) Pantherhyton (*πάρδαλις*) in den Händen der Gäste bei Trinkgelagen zweier andern gemalten Gefäße<sup>(14)</sup>.

Wer aber mäßiger im Trinken sein volles Weinrhyton nicht in einem Zuge leeren mochte, bedurfte für dies fußlose Trinkgefäß eines Unter-

(7) Gall. di Firenze Ser. IV, T. III, Tav. 144. Guignaut Relig. CLI, 581 c.

(8) Athen. XI, 497 e. Panofka Recherches sur les noms des Vas. gr. Pl. VII.

(9) Athen. I. c.

(10) Athen. XI, 497 b.

(11) Laborde Vas. Lamberg I, LXII.

(12) Vgl. Hedyli Epigr. ap. Athen. XI, p. 497 d: κρούνου πρὸς ῥύτιν οἰγομένου.

(13) Tischbein Vas. d' Hamilton I, 46.

(14) Millin Peint. d. Vas. II, 58. Panofka Recherch. Pl. VII, 7. — Mus. Borbon. V, 51. Panofka Bild. antik. Leb. XII, 3.

satzes, deren es zweierlei von sehr verschiedner Form gab. Der eine, höchst zweckmäßig vertieft, glich unsrem Hemmschuh; wir verdanken die Kenntniss desselben einem der vorzüglichen Silbergefäße <sup>(15)</sup> von Bernay (Taf. I, 4), wo auf einem mit den Figuren von Pan und Echo geschmückten Tisch nächst andern bacchischen Trinkgefäßen zwei Pantherhörner in solchen Untersätzen — *ὑπόθημα*, auch *ὑποπόθυμην* <sup>(16)</sup> — ruhen. Die andre Form, *περισκελὶς* <sup>(17)</sup>, gleicht einem Dreifuß und nimmt in ihrem oberen engen Reifen das Rhyton auf die Weise auf, daß der Thierkopf wie in eine Krippe hereinfällt und das Rhyton nicht in halbruhender Stellung aufliegt, sondern in senkrechter Richtung schwebt.

## 2. Ein Maulthierhorn von Didymos.

In der bedeutenden Anzahl Trinkhörner, welche aus antiken Gräbern ans Licht gekommen sind, nimmt der in einen Maulthierkopf (Taf. II, 1. 2.) ausgehende (*ῥυμίονος*) im Neapler Museum <sup>(18)</sup> nicht bloß wegen der wunderbaren Naturtreue, mit der er modellirt und entsprechend übermalt ist, sondern weit mehr noch durch die bei dieser Gattung von Thonwerken zum erstenmal ans Licht tretende inschriftliche Zugabe des Vasenbildnernamens <sup>(19)</sup>, und durch ihren Zusammenhang mit den am Obertheil des Trinkhorns angebrachten und mit Hülfe von Inschriften über den einzelnen Figuren erläuterten Malereien, unstreitig die erste Stelle ein.

Ein hauptbekränzter Jüngling mit einem Mantel bekleidet, hält in der Rechten eine Gießkanne (*οἶνοχόη*) und steht abgewandt nach links zu, zwischen dem Henkel des Rhyton und dem einen Ohr des Maulthierkopfes. Den Namen *ΠΙΣ* liest man vor ihm. Diesem im Rücken schwebt ein Eros mit gleicher Kopfbekränzung, einen Hasen bei den Ohren und Hinterfüßen

<sup>(15)</sup> Leprevôt Vas. d'argent de Berthonville Pl. XI.

<sup>(16)</sup> Athen. XI, 492 a.

<sup>(17)</sup> Athen. XI, 476 c.

<sup>(18)</sup> Mus. Borbon. V, xx. mit ungenauer Copie der Inschriften, deren Bedeutsamkeit der Herausgeber ebensowenig als den Sinn der Vorstellung ahndete. Die hier publicirten und erklärten Inschriften sind im Sommer 1847 in Neapel nach strenger und wiederholter Prüfung des Originals von mir heraus erkannt und aufgezeichnet worden, daher ich ihre Wahrheit zu verbürgen im Stande bin.

<sup>(19)</sup> Ein aus den Thierfüßen den Wein herausgießendes Trinkhorn, ein Kunstwerk des Ktesibios, kennen wir nur durch ein Epigramm des Hedylos bei Athen. XI, 497 d.

bringend: er nimmt die Fläche zwischen den beiden Ohren des Maulthierkopfes ein. Ihm gegenüber steht ein Ephebe in einem Peplos mit gestickter Borte, das Haupt mit einer Tania umwunden; in der vorgehaltenen Rechten hält er einen Apfel. Zwischen ihm und dem Eros erhebt sich ein Altar mit der Inschrift ΝΑΟΣ. Hinter ihm zieht sich ΔΙΔΥΜΟΣ, vor ihm ΕΠΟΙΕΣΕ herab, Didymos hat es gemacht. Die den Eros umgebenden Worte konnte ich nicht enträthseln. Diese letzte Figur nebst dem Altar nimmt zwischen dem einen Maulthierohr und dem Henkel des Rhyton ihre der zuerst beschriebenen Figur grade entgegengesetzte Stelle ein.

Die Inschrift ΙΠΙΣ vor der Mantelfigur links könnte leicht verleiten, die Götterbotin dieses Namens in dieser Scene zu vermuthen, insofern die Giefskanne ihr, sowie ihrer männlichen Personifikation, dem Hermes, vorzugsweise zukömmt und ihre Bedeutung als Regenbogen dafür spräche, insofern diesem der Regen vorausgeht, der hier durch die Giefskanne auf gleich schickliche Weise versinnlicht würde, wie unter den Himmelszeichen der mit einer Giefskanne gleicher Form versehene Ganymed als regenbringender Wassermann erscheint<sup>(20)</sup>. Allein die genauere Prüfung dieser Figur und ein damit verbundner Vergleich derselben mit der apfelhaltenden auf der entgegengesetzten Seite überzeugt bald, dafs hier nur jugendliche männliche Gestalten auftreten, wogegen der Name Iris um soweniger Einspruch zu thun vermag, als derselbe in der Eigenschaft eines Männernamens in Paphlagonien vorkam, wo ein Fluß Iris mit dem Fluß Lykos sich vereinigte und in den Pontus Euxinus sich ergofs<sup>(21)</sup>.

Die Inschrift ΝΑΟΣ, Tempel, am Altar, kann, da der Altar den wesentlichsten und unentbehrlichsten Bestandtheil des Tempels bildet, noch weniger befremden, als die auf einer volcenter, mit dem Tod des Troilus

<sup>(20)</sup> Eratosth. c. 26. Hyg. 2. 29. Ovid. Fast. I, 652.

<sup>(21)</sup> Callimachi Fragm. CCCXIV. Etym. M. Ἰάλυς ποταμὸς Παφλαγονίας κατὰ Οἰνώπην, Ἰρίν δὲ αὐτὸν λέγει Καλλιμάχος. Xenoph. Anab. V, 6, 9. Strab. XII. 3, p. 547. Apoll. Rh. Arg. II, 965. Vgl. Mionn. Suppl. IV, p. 421, 17, die Erzmunzen von Amasia, Lorbeerbekränzter Kopf des Commodus, Rv. die zwei Flüsse liegend. und p. 419, 5, Kopf des Domitian. Rv. AMACEIA, sitzende Frau, die rechte Hand an dem Mund, zwischen zwei Altären, offenbar Iris und Lykos (Mus. Arig. II, 7, 54.). Vgl. die Münze von Amasia im brittischen Museum, einerseits Merkurkopf mit Flügeln, andererseits ein Füllhorn zwischen zwei Dioskurenmützen (διδύμοι) zeigend.

geschmückten Vase<sup>(22)</sup> an gleicher Altarstelle lesbare Inschrift **ΛΥΚΟΣ**, Tempelhain; sie schließt sich zugleich an jenen Altar einer volcenter Kylix<sup>(23)</sup>, den wir wegen seiner Stelle im Henkel und wegen des in diesem letzteren eingekratzten **HIEPON ΕΠΟΙΕΣΕΝ** als Künstlersymbol des Hieron auslegten.

Mit Tempel und Altar in engem Zusammenhang erkläre ich den Namen **ΙΠΙΣ** für *ιερεύς* Priester, gestützt sowohl auf des Hesychius Glosse *ἰγὰρ θύματα, τιμαί, θυσίαι*, als auf die einem Opferpriester höchst angemessene Oenochoë in seiner Hand. Sind wir über Tempelaltar und Priester im Klaren, so folgt auch nothwendig, daß nur die vor dem Altar stehende Mantelfigur den Gott vorstellen kann, welchen die Binde um sein Haupt von den beiden andern Figuren des Vasenbildes unterscheidet, und dem ein heranfliegender Eros einen Hasen darbringt. Über die Bedeutung des Hasen, der auf Vasengemälden in dem Verhältniß der Männerfreundschaft so oft als Liebesgeschenk sichtbar ist, belehrt uns am besten Philostratus in dem Gemälde „die Eroten“<sup>(24)</sup>, versichernd „die Liebesgötter erzielen den Hasen nicht mit Bogen und Pfeil ihn erjagend, sondern sie suchen ihn als das der Aphrodite werthe Thier lebendig einzufangen“. Derselbe Sophist giebt auch in demselben Gemälde für die Bedeutung des Apfels in unserm Vasenbild genügenden Aufschluß bei der Schilderung von Erotengruppen, die Sehnsucht nach einander empfinden und diesen Gemüthszustand dadurch ausdrücken, daß der eine dem andern einen Apfel zuwirft, welcher andre ihn auffängt, küßt und wieder seinem Spielgenossen zurücksendet. In diesem Sinne spielt der Apfel<sup>(25)</sup> als Sinnbild des Siegespreises für Schönheit und Liebe in griechischer Mythologie und Kunst eine unbestreitbare Rolle. Nach solcher Ver-

<sup>(22)</sup> Gerhard Auserl. Vasenb. III, CCXXIV, CCXXV. Panofka Nam. d. Vasenbildner. IV, 3. (Abh. d. Akad. d. Wiss. 1848.)

<sup>(23)</sup> Mon. d. Institut. II, XXXVIII. Panofka Nam. d. Vasenbildner. Taf. I, 7. (Abh. d. K. Akad. d. Wiss. 1848. S. 174.) Vgl. Naos Nachkomme des Eumolpos (Paus. VIII, xv, 1.)

<sup>(24)</sup> Philostrat. S. Imag. I, 6. *Ἐρωτες: τοξεύει δὲ οὐδεὶς, ἀλλὰ πειρῶνται αὐτὸν ἐλεῖν ζῶντα ἱερεῖον τῇ Ἀφροδίτῃ ἡδιστον. Οἶσθα γὰρ ποῦ τὸ περὶ τοῦ λαγῶ λεγόμενον; ὡς πολὺ τῆς Ἀφροδίτης μέτεστιν αὐτῷ etc. οἱ δὲ αἱτοποὶ τῶν ἑρατῶν καὶ πειθῶ τινα ἑρωτικὴν ἐν αὐτῷ κατέγνωσαν, βινύμ τε γὰρ τὰ παιδικὰ θηρώμενοι. ταῦτα μὲν οὖν καταλῶμεν ἀνδρωποῖς ἀδίκους καὶ ἀναξίοις τοῦ ἀντερεῖσθαι.*

<sup>(25)</sup> Philostrat. I. c. οἱ μὲν γὰρ διὰ τοῦ μήλου παίζοντες, πῶθου ἀρχονται. ὅθεν ὁ μὲν ἀφίγησι φίλησας τὸ μήλον, ὁ δὲ ὑπὸ τῆς αὐτοῦ ὑποδύχεται ταῖς χερσίν, ὅλγον ὡς ἀντιφιλήσων, εἰ

ständigkeit hinsicht der Attribute halten wir uns befugt, in dem Jüngling vor dem Altar den liebenden Gott, in dem als Opferdiener durch Inschrift und Attribut sich bekundenden Jüngling seinen Priester und Liebling zu erkennen. Zur Aufklärung dieses Liebesverhältnisses trägt seinerseits der in der Mitte zwischen beiden mit einem Hasen heranschwebende Eros nicht wenig bei.

Viel weiter in der Forschung dieses Vasenbildes vorzudringen, hätten wir kaum gewagt, wenn nicht die neulich mitgetheilte Entdeckung des Zusammenhangs zwischen dem Künstlernamen und seiner bildlichen Darstellung uns bei diesem Trinkhorn aufs Neue fruchtbringend und hülffreich zu Statten käme.

Der Name des Vasenbildners Didymos lenkt nämlich unsre Aufmerksamkeit nach Didymoi bei Milet, wo Apoll eines der berühmtesten Tempel und Orakel sich erfreute<sup>(26)</sup>. Das Orakel hiefs nicht blofs wie der Gott das didymäische, sondern auch nach seinen dasselbe besorgenden Priestern das Orakel der Branchiden. Diese leiteten ihren Ursprung von Branchos her, einem schönen Jüngling, den Apoll lieb gewann, mit der Gabe der Weissagung ausstattete und zu seinem Priester erhob<sup>(27)</sup>. Verlangt man für den didymäischen Apoll statt des Apfels ein Hirschkalb, wie Statuen<sup>(28)</sup>, Münzen<sup>(29)</sup> und Gemmen<sup>(30)</sup> diesen Gott uns kennen lehren, so appellire ich an den Beinamen *φιλήσιος*<sup>(31)</sup>, der Küssende, und *Μιλήσιος*, von denen der erstere zufolge der oben angezogenen Stelle des Philostrat durch das Symbol des Apfels aufs entsprechende versinnlicht wird, der letztere aber,

λάβοι, καὶ ἀντιπέμψων αὐτό. Hes. v. *μηλοβολεῖν· ποτῆσθαι τινα καὶ εἰς ἔρωτα ὑπαγαγέσθαι*. Einen dem unsrigen völlig gleichen Apfel hält Hera bei dem Urtheil des Paris auf einer nolanischen Amphora des Blacas'schen Museums (Gerhard Ant. Bildw. XXXII.).

<sup>(26)</sup> Herod. VI, 19. Strab. IX, p. 421.

<sup>(27)</sup> Herod. I, 157. Strab. XIV, 634. XVII, 814. IX, p. 421: Τοῦ δὲ Μαραμφεύς (Δεληφοῦ ἀνδρὸς ἀνελάντος Νεοπτόλεμον) ἀπόγονον φασὶ Βράγγχον τὸν προσητάτηντα τοῦ ἐν Διδύμοις ἱεροῦ. Paus. VII, II, 4.

<sup>(28)</sup> Gerhard Ant. Bildw. XI. und Prodrömus. Specim. by the Soc. of Dilett. I, 1, 2. u. I, 5. Müller Denkm. I, IV, 21. 22.

<sup>(29)</sup> Pellerin Rec. d. Med. d. peupl. T. II, pl. 57. fg. 39. Müller Denkm. I, IV, 19. — Müller a. a. O. 20.

<sup>(30)</sup> Lipperts Dactyloth. I, 132. Müller a. a. O. 23.

<sup>(31)</sup> Plin. H. N. XXXIV, 8. Barth Animadv. ad Stat. Theb. VIII, 198. Müller Dor. I, 224. Conon n. 33. 44.

man möge ihn als süßsen, von μέλι Honig, oder von μήλον Apfel, herleiten, immerhin als namengebender Hauptgott von Milet durch das Symbol des Apfels angemessen personifiziert zu werden im Stande ist. Den schlagendsten Beweis für die Richtigkeit unsrer Erklärung liefert aber eins der Gemälde, die nach Lucians<sup>(32)</sup> Beschreibung einen Rednersaal schmückten. In demselben saß der jugendlich schöne Branchos auf einem Fels und hielt hoch an den Ohren einen Hasen, den ein Hund ansprang und vergeblich zu erreichen suchte: nicht weit davon stand Apoll auf seine Jagdspeere gestützt, hinschauend auf seinen Liebling und auf das Spiel des Hundes. Man hat bisher übersehen, daß der den Hasen anspringende Hund auf diesem von Lucian beschriebenen Gemälde eine sinnige Thierparallele zu den beiden Hauptfiguren der Scene bildet, indem dieselbe auf Grund des bei den Hellenen dem Hunde beigelegten symbolischen Charakters sowohl, als der philologischen Wortbedeutung von κύων der Küsser, gleich mit φιλήσις, die Scherz- und Liebkosungen des Apoll gegen Branchos thiersinnbildlich andeutet.

Den Branchos, dessen Namen man von der Kehlkrankheit herleitend den heiseren<sup>(33)</sup> übersetzt, personifiziert auch in dieser Beziehung sehr passend der preichende Hase so gut wie das auf Münzen und Gemmen nach

(32) Lucian. de Domo (Vol. VIII, p. 110. ed. Bip.) 24. Μετὰ δὲ τοῦτο Σεός ἐστιν εὐμορφος, καὶ μετρίων ὥρσιον, ἐκφυτὴ τις παιδιὰ ὁ Βράγχος ἐπὶ πίτρας καθεζόμενος, ἀνέχκει λαγῶν, καὶ προσπαίζει τὸν κύνα. ὁ δὲ περὶ τοῦ κύνος εἰκὼν ἐπ' αὐτὸν εἰς τὸ ὕψος· καὶ Ἀπόλλων παρὰ τῷ μετρίῳ, τερπόμενος αἰψοῖν, καὶ τῷ παίζοντι, καὶ περὶ τῷ κύνι. Cavedoni im Bull. d. Instit. arch. VII. Luglio 1848. Anzeige von Furlanetto le antiche lapide Patavine illustrate 1847 in 8o. zu pag. 107 No. ccccxviii. Nella prima linea io lessi P. AL. . Liche suppler potrebbesi P. AL. a LI. (cf. Kellermann vigil. Laterc.). Del resto Cupido, che tenendo un lepre preso per le zampe posteriori, lo costringe a camminare in sulle zampe anteriori brevissime, potrebbe alludere al cognomine BREVIS. Woran Herr Cavedoni nicht dachte, ist, daß der Name Alalius mit Alios, die Sonne, zusammenhängt, welche durch den Mund der Mutter des Branchos ging, als sie die Schwängerung hervorbrachte, und daß des Branchos Vater Σμίκρος, der Kleine, hieß, ein Name der mit Brevis ziemlich synonym erscheint. Mit dem Lucianschen Bilde ist noch eine Erzmünze von Milet (Mionn. Suppl. VI, no. 1256. p. 274) zu vergleichen, einerseits mit dem Kopf des Trajan, andererseits ΕΠΙ ΦΙΛΟΜΗΤΟΡΟΣ ΜΙΛΗΤΙΩΝ mit dem Bild der Artemis und des sie anspringenden Hundes geschmückt, insofern dieser Akt des Hundes als Mutterküsser dem Philometor zum Siegel diene.

(33) Βράγχιδι Dio Cass. LXIII, 26. cf. Porphy. et Moer. p. 94. Conon narr. 33. Βράγχος wie βράγγος, Kehle.

Standbildern kopirte Hirschkalb, bald ruhend auf der Hand des Gottes, bald ihn mit Liebkosung anspringend.

Allein in welcher Beziehung steht das Maulthier auf unsrem Rhyton zu dem milesischen Mythos des didymäischen Apoll? Die eminente Natur des Maulthiers, die an Lascivität der des Hundes nichts nachgiebt, konnte dem Beobachtungssinn der Alten nicht verborgen bleiben, und diesem Umstand ist es vornehmlich zuzuschreiben, wenn wir dem Maulthier vorzugsweise als Träger der Gottheiten der Potenz, Dionysos<sup>(34)</sup>, Hephaistos<sup>(35)</sup>, Silen und Priap, sowie der für Liebesempfindung nicht unempfänglichen Selene<sup>(36)</sup> begegnen.

Demnach irren wir wohl nicht, wenn wir dem Maulthier und Hasen auf dem Trinkhorn des Didymos dieselbe Bedeutung und auf Apoll und Branchos bezügliche Thiersymbolik beilegen, welche auf dem Gemälde bei Lucian Hund und Hase vertreten.

Hiebei kömmt uns einerseits eine Erzmünze von Milet<sup>(37)</sup> zu Hülfe, die hinter dem lorbeerbekränzten Apollokopf einen kleinen Maulesel zeigt, und andererseits die Erwägung, daß der didymäische Apoll nicht als Gott des Sonnenaufgangs oder der Sonne im Mittag verehrt wurde, sondern als ein von seinem Tageslauf heimkehrender Gott des Sonnenuntergangs, ἐν δύνῃ<sup>(38)</sup>. Dazu stimmt sowohl die ausruhende Stellung des Gottes auf dem Lucianschen Gemälde, als die symbolische des Maulthiers, welches nur mit Lichtgottheiten der Nacht in Verbindung gesetzt wird.

<sup>(34)</sup> Münze von Nakone Mionn. Suppl. I, pl. XI, 11. Panofka Einfl. d. Goth. II, Taf. I, 21 (Abb. d. Akad. 1841).

<sup>(35)</sup> Millin Gal. myth. LXXXV, 338. Gerhard Auserl. Vasenb. I, LVIII.

<sup>(36)</sup> Paus. V, XI, 3.

<sup>(37)</sup> Mionn. Descr. III, p. 166, no. 768. Rv. MI-HA (Bustrophedon) Boeuf debout tourné vers la gauche. Sestini Lettere T. VI, p. 54.

<sup>(38)</sup> Athen. X, p. 471. Zeus Didymaios in Aetolien, dem man aus Efeublättern spendet, woher der Brauch der *μισυβία* entstanden sein soll. — Zu vergleichen mit Endymion. Beachtenswerth ist auch in Dymae in Achaja als Parallele des Liebesverhältnisses zwischen Apoll und Branchos die Sage von der Liebe des Herakles zu Sostratos, eines *μειράκιον τῶν ἐπιχωρίων* und *ἐρωμένον Ἡρακλέους*, dem, als er frühzeitig starb, sein Erast Herakles nah bei der Stadt ein Grab errichtete und Haarlocken als Todtenspende weihte: zu Pausanias (VII, xvii, 4) Zeit stand auf dem Grab eine Stele mit dem Relief des Herakles: die Einwohner brachten dem Sostratos Heroenopfer.



Dagegen bezeichnet der dem Branchos zufallende Hase (αῦρος) gleich dem Rehkab<sup>(39)</sup> Morgen und Morgenluft, Aura; ihn verfolgt der Didymäische Apoll mit seiner Liebe in umgekehrtem Verhältniß, wie Eos dem Heros des Dunkels, Knephalos, Kephalos, lieberfüllt nachjagt.

Somit lassen sich die διδυμοι Apoll und Branchos mit den Dioscuren als Abend- und Morgenstern vergleichen, zumal der Apfel auch als Frucht des Hesperidengartens auf den Hesperus hinzuweisen und die Giefskanne in der Hand des Branchos, an die Hydrien in der Hand der Eos erinnernd<sup>(40)</sup>, auf das Thauausgießen des Phosphorus am frühen Morgen, anzuspielen vermag. Die dem didymäischen Apoll gefeierten Festspiele hießen Διδυμεῖα. Auch in Argolis hatte an gleichnamigem Ort Δίδυμοι, auch Δίδυμα genannt, derselbe Apoll einen Tempel mit einem auf gleichen Dualismus und Liebesverhältniß bezüglichen Cultus<sup>(41)</sup>.

Wie auf unsrem Rhyton<sup>(42)</sup> die Namen Διδυμοι und Ἰγίς, so finden wir in der liparischen Inselgruppe<sup>(43)</sup> die Namen Didyme u. Hier a nebeneinander.

### 3. Die griechischen Trinkhörner und ihre Verzierungen.

Der entdeckte Zusammenhang zwischen dem Thierkopf des Trinkhorns von Didymos in seinen nah an der Mündung angebrachten Malereien

<sup>(39)</sup> Παῦρος und Prokne.

<sup>(40)</sup> Millingen anc. unedit. Monum. Pl. VI. Panofka Griechinnen u. Griechen I, 1.

<sup>(41)</sup> Paus. III, xxxvi, 4. Hier treten die beiden Baumeister von Ilios, als Didymoi, mit Demeter in ihrer Mitte, uns entgegen, wo Poseidon wahrscheinlich den Erasten und Apoll den Eromenos vertritt; alle drei Gottheiten hatten in Didymoi in Argolis jede ihr Heiligthum.

<sup>(42)</sup> Dieses in jeder Beziehung merkwürdige Gefäß, ehemals in Besitz des Protomedico Cotugno zu Neapel, fesselte einst von rein künstlerischem Standpunkt aus einen vornehmen und reichen Engländer in dem Maasse, daß er den Besitzer fragte, für wieviel er es ihm ablassen wolle, und als dieser ihm erwiederte, er verkaufe es nicht, schickte er ihm den folgenden Tag 100 Napoleonsd'or, und als diese mit Protest zurückkamen, 200 Stück, und als auch diese nichts wirkten, ein Kästchen mit Juwelen von fünffachem Werth. Hiegegen wußte der Leibarzt keine andre Erwiedrung, als sein Rhyton sogleich dem Königl. Museum zum Geschenk zu übersenden und dem Engländer anzuzeigen, dort würde er es von nun an finden. — Diese bei der neapolitanischen Publikation des Rhyton mit kaum verantwortlichem Stillschweigen übergangene Geschichte desselben verdanke ich mündlicher Mittheilung des Aufsehers der Vasengallerie des Museo Borbonico, Hrn. Decrescenzi, der die Wahrheit der Einzelheiten verbürgt.

<sup>(43)</sup> Thucyd. III, 88. Strab. VI, p. 276.

gewinnt aber dadurch an Bedeutung, daß er nicht als vereinzelte Thatsache zu betrachten ist, sondern ein bestimmtes Gesetz, das der Ausarbeitung der griechischen Trinkhörner zum Grunde lag, uns offenbart.

Vergleichen wir mit diesem nolanischen Rhyton des Didymos ein andres nolanisches <sup>(44)</sup>, in Eselskopf (ὄνος) ausgehend (Taf. II, 9. 10.), das oberhalb mit folgender Scene geschmückt ist: einer bärtigen Mantelfigur mit einem Stab reicht eine lang- und schwerbekleidete Frau, das Haar in ein Kredemnon gehüllt, eine Phiale; hinter ihm links steht eine ähnliche Mantelfigur mit kahler Platte und beschuht: rechts hinter ihr erblickt man eine gleichgekleidete Frau, mit lodernder Fackel leuchtend.

Beim ersten Anblick der beiden Frauen drängt sich der Gedanke an Demeter und Kora <sup>(45)</sup> oder Hekate fast unwillkürlich hervor, so daß man leicht versucht wird, ihnen gegenüber Poseidon-Erechtheus <sup>(46)</sup> und Pluton zu vermuthen. Allein der Mangel charakteristischer Attribute für die letzteren <sup>(47)</sup> beiden Gottheiten und die Erwägung, daß die ganze Erscheinung der beiden Scepter haltenden Männer nur auf Archonten oder βασιλεῖς hinweist, bestimmt uns mit Hinblick auf berühmte Eleusinienvasen <sup>(48)</sup>, in den beiden Hauptpersonen lieber den Priester der eleusinischen Demeter, Keleos, den Homer <sup>(49)</sup> als ἡγητόρα λαῶν aufführt, und seine Gemahlin Metaneira <sup>(50)</sup> zu erkennen, welcher mit Beziehung auf die im Worte *νειρὸν, νηρὸν* ausgesprochne Flüssigkeit, eine volle Schale, die sie wie Amphitrite hält, sehr wohl zukömmt. Hinter Keleos steht der durch Stiefeln wohl als Thraker <sup>(51)</sup> sich bekundende Eumolpus, welcher mit den Töchtern des Keleos

<sup>(44)</sup> Gargiulo Raccolta di Monum. d. Mus. Borb. II, 17.

<sup>(45)</sup> Die, wenn nur ein Thyrsos, oder sonstiges bacchisches Attribut auf Seiten der Männer wäre, man sich denken könnte, im Begriff Dionysos und Pegasos-Silen bei ihrer Ankunft in Attika zu empfangen, wie auf dem berühmten herkulanischen Monochrom auf Marmor im Neapler Museum, wo der Esel als Träger und Gefährte der Reisenden ebenfalls nicht fehlt.

<sup>(46)</sup> Vgl. Poseidon mit einer Lanze, δόρυ, Polybotes bekämpfend (Paus. I, II, 4.).

<sup>(47)</sup> Für Pluton wäre Verschleierung, Füllhorn oder rückgewandter Kopf dringend zur Erkennung nöthig.

<sup>(48)</sup> Monum. inéd. de l'Institut. arch. I, VI. R. Politi Cinque Vasi di Premio Tav. VII.

<sup>(49)</sup> Hom. h. in Cer. 475. Paus. II, XIV, 2.

<sup>(50)</sup> In Keleae im phliasischen Gebiet darf der Hierophant abweichend von eleusinischer Sitte sich verheirathen (Paus. II, XIV, 1.).

<sup>(51)</sup> Hom. h. in Cerer. v. 475. Εὐμόλου τε Βίη. Paus. II, XIV, 2.

das Priesteramt der eleusinischen Göttinnen bekleidete. Daher die Fackelhaltende Jungfrau gewiß eine Tochter des Keleos vorstellt<sup>(52)</sup>, vielleicht Saisara. Ob nicht in der vermutheten Mutter Metaneira lieber eine ältere Schwester Diogeneia oder Pammerope<sup>(53)</sup> zu erkennen sei, wagen wir nicht zu entscheiden. Dagegen erheischt der Eselskopf dieses Rhyton zu Gunsten unsrer Deutung cleusinischer Mysterienfeier, an das griechische Sprüchwort *ὄνος ἄγει μυστήρια* <sup>(54)</sup> zu erinnern, dessen Ursprung daher rührt, daß zu Athen ein Esel die zur Mysterienfeier nöthigen Geräthe von der Stadt nach Eleusis trug. Endlich ist noch der sowohl in den beiden Männern als in den beiden Frauen ausgeprägte Dualismus *δίδυμοι* hervorzuheben, insofern derselbe in Verbindung mit der gelungenen Modellirung des Thierkopfes und dem reinen Styl der gemalten Figuren auf ein Werk des Didymus auch hier zu schließeln berechtigt.

Ein drittes ebenfalls in Nola<sup>(55)</sup> ausgegrabnes Rhyton endet in einem gezügelten Maulthierkopf, der auf der Stirn, wie das Rhyton des Didymos, einen Ansatz hat: dessen Ohren und Nasenlöcher sind weiß, der Kopf ist gelb, das Innere des Maules roth gemalt. Auf dem Hals des Trinkhorns verfolgt ein bärtiger mit einem Pantherfell bedeckter Satyr eine Frau, die einen Peplos über dem langen Chiton trägt, in der Rechten eine erloschne Fackel hält und im raschen Fliehen sich nach dem Satyr umkehrt.

Vergleichen wir hiemit das Bild einer Vase des Wiener Antikenkabinetts<sup>(56)</sup>, einen knieenden Silen darstellend, der von einer Frau mit Strahlenkrone und zwei lodernden Fackeln Liebe erbittet, so wird man versucht, in beiden Bildern die Mondgöttin Selene zu erkennen, der<sup>(57)</sup> an der Stelle

<sup>(52)</sup> Paus. I, xxxviii, 3.

<sup>(53)</sup> Paus. a. a. O.

<sup>(54)</sup> Hes. s. v.

<sup>(55)</sup> De Witte Cab. Dur. 1278. Sollte dieser Ansatz dem *ἵπποιανὸς* entsprechen?

<sup>(56)</sup> Laborde Vas. Lamberg I, L. Vgl. auch Pl. LXV. desselben Werkes.

<sup>(57)</sup> Vgl. eine Paste meines Besitzes, wo über einem Widder (Substitut des Pan) die Mondsichel den Selenekopf einschließend erscheint. Denselben Mythos ist wohl auch, wie Hr. Wieseler treffend erwiesen, die Terrakotte einer Widderreiterin (Archäol. Zeit. 1846. Taf. XXVII, 2.) zuzuweisen, für welche man den Namen Athene-Ergane nicht hätte vorschlagen sollen. Vgl. Phot. Lex. p. 361, 5. *Οὐρανία αἶψ' ἢ οἱ εὐχόμενοι πάντος ἐπετ' ὄρχανον ἴτως διὰ τὴν Σελήνην αὐτῇ ἐπορχεῖσθαι. Κρατῖνος Χεῖρωστιν.*

des Pan<sup>(58)</sup> hier Silen<sup>(59)</sup> Liebesanträge macht. Da Phidias diese Göttin auf einem Maulthier reitend gebildet hatte<sup>(60)</sup>, so darf es nicht befremden, wenn der Maulthierkopf dieses Rhyton in gleich enger Beziehung zu dem Bilde der Mondgöttin am Hals des Rhyton vom Künstler aufgefaßt worden.

Dieselbe Selene dürfte vielleicht auf zwei andern in Basilicata ausgegrabnen, in gezäumten Maulthierkopf endenden Trinkhörnern den oberen bemalten Schmuck bilden, einmal<sup>(61)</sup> auf dem Fels sitzend, mit Handpauke<sup>(62)</sup> und Cista; neben ihr sieht man Fächer, Binde und Efeublatt; das andermal<sup>(63)</sup> in gleicher Stellung, einen Korb und Kranz haltend, neben ihr liegt eine Kienfackel.

Ein gerieftes Rhyton<sup>(64)</sup> in Löwenkopf ausgehend (Taf. II, 7, 8), zeigt am Hals einen sitzenden Epheben, dem sein Peplos den linken Arm und Unterkörper bedeckt; in der Linken hält er einen Lorbeerzweig mit davon herabhängenden Binden. Blick und ausgestreckte Rechte ist einer zu ihm hintretenden Hirschkuh zugewandt. Vor ihm steht vielleicht ein Omphalos, zur Andeutung des Orakelgottes, oder eine Art Gefäfs für warme Bäder, wie wir ein ähnliches neben dem Heilgott Aesculap auf Münzen von Epidaurus<sup>(65)</sup> finden. Beachtet man, dafs die Münzen von Milet<sup>(66)</sup> einen nach einem Stern über ihm rückblickenden Löwen zur Erinnerung an den

<sup>(58)</sup> Vgl. Zeus als Satyr Antiope mit seiner Liebe überraschend, auf einer Gemme im brittischen Museum, in der Gestalt des Pan. — Ferner im Liebesverhältnifs zu Olympus, dem Musikschüler, alterniren Silen und Pan im Mythos wie in der Kunst.

<sup>(59)</sup> Vgl. Mus. Gregor. P. II, LXXXIX, 2. Rhyton in Maulthierkopf endend; Selene mit einem Strahlennimbus, vor einem Baum stehend, ist am Horn selbst gemalt. — Silenskopf auf den Münzen von Silandos (Mionn. D. IV, p. 142. no. 811.); Lunus Brustbild mit phrygischer Mütze und Mondsichel an den Schultern (Mionn. S. VII, p. 435, no. 542.); Selene stehend mit kleinem lodernden Altar davor (Mionn. S. VII, p. 434, no. 540). Vgl. den Silenskopf mit Mondsichel drüber im Rücken des Panskopfs mit Morgenstern drüber, auf einer Gemme (Creuzer Symbolik IV, Hft. I, Taf. I, 2.).

<sup>(60)</sup> Paus. V, xi, 3.

<sup>(61)</sup> De Witte Cab. Durand 1277.

<sup>(62)</sup> Diod. III, 56. p. 331, 32, ed. Bip., auch Symbol des Vollmonds.

<sup>(63)</sup> De Witte Cab. Beugnot 91.

<sup>(64)</sup> Gargiulo Raccolta II, 15.

<sup>(65)</sup> Panofka Asklepios II, 13. III, 1. u. 7. (Abh. d. Kgl. Akad. d. Wiss. 1845).

<sup>(66)</sup> Mionn. Descr. III, p. 163. n. 723. p. 167. n. 769. Suppl. VI, p. 263. no. 1170. p. 267, no. 1204.

Giganten Leos<sup>(67)</sup> uns kennen lehren: so dürfte hier ebenfalls der Löwenkopf auf Milet hinweisen, zumal Apoll mit der Hirschkuh bei sich den gewöhnlichsten Typus des didymäischen Gottes<sup>(68)</sup>, des Apollo *φιλήσιος*, bildet.

Im Museum St. Angelo in Neapel sah ich ein in einen Pferdekopf<sup>(69)</sup> ausgehendes Rhyton, am Halse geschmückt mit einem Greifen (in Relief) im Kampf gegen eine (gemalte) Amazone. Erwägt man, wie regelmäßig die Kunst die Amazonen als Rofs-kämpferinnen bald dem Theseus, bald dem Achill gegenüber als Lanzenkämpfer zu Fuß uns vorführt, so bedarf es erst wohl nicht der Erinnerung an Amazonennamen, wie Hippolyte<sup>(70)</sup>, Hippo<sup>(71)</sup>, Melanippe<sup>(72)</sup>, Xanthippe<sup>(73)</sup>, um den Zusammenhang zwischen dem Pferdekopf dieses Rhyton und der darauf gemalten Amazone zu motiviren.

Ein in Greifenkopf (*γρύψ*) ausgehendes<sup>(74)</sup> Rhyton (Taf. II, 16. 17.) zeigt oberhalb das Bild eines jungen Herakles, der das Löwenfell chlamys-artig umgeknüpft hat und die Rechte auf die Keule stützt; vor ihm hängt eine Binde; hinter ihm steht vielleicht eine Pappel. Die ganze Scene begrenzt jederseits ein Zweig des wilden Ölbaums (*κρίνας*), den Herakles von den Hyperboreern<sup>(75)</sup>, bei denen die Greifen hausen<sup>(76)</sup>, heimbrachte. Also Herakles Kallinikos<sup>(77)</sup> erscheint hier heimkehrend aus dem Hyperboreerland, das der Greifenkopf bezeichnet.

Denselben Gedanken drückt meines Erachtens eine Erzmünze des ägyptischen Nomos Nikopolites<sup>(78)</sup> aus, mit einem nackten stehenden

<sup>(67)</sup> De Witte in den Ann. de l'Institut. archéol. VI, p. 343-349.

<sup>(68)</sup> Siehe Not. (28), (29), (30).

<sup>(69)</sup> Vgl. das Vasenbild unsrer Taf. II, 1.

<sup>(70)</sup> Tochter des Ares, Königin der Amazonen, Apoll. Rhod. II, 968; Apollod. II, 5, 9; Paus. I, xli, 7.

<sup>(71)</sup> Callimach. h. in Dian. 239.

<sup>(72)</sup> Diod. IV, 16. Schol. Pind. Nem. III, 64. Apollon. A. II, 966.

<sup>(73)</sup> D. de Luynes Choix d. Vas. Pl. xxiv.

<sup>(74)</sup> Gargiulo II, 18.

<sup>(75)</sup> Pind. Ol. III, 33-36.

<sup>(76)</sup> Apul. Metam. XI, 24; inde grypes Hyperborei.

<sup>(77)</sup> Panofka Zeus Basileus und Herakles Kallinikos.

<sup>(78)</sup> Mionn. D. VI, 339; 102 ΝΙΚΟΠΟΛΙΤΗΣ ΛΗ (an 8.) Rv. ΑΥΤ. Κ. Τ. ΑΙΑ. ΑΔΡ. ΑΝΤΩΝΕΙΝΟΣ ΣΕΒ. ΑΥΛ. Lorbeerbekränzter Kopf des Antoninus Pius rechts.

Hercules, der einen Greifen in der Rechten hält und Keule und Löwenfell in der Linken.

Auf denselben Mythos beziehe ich ein andres Greifenrhyton<sup>(79)</sup> im Neapler Museum, oberhalb mit einem sitzenden Flügeljüngling bemalt, der gleich Nike, eine Phiale und einen Palmzweig bringt: und ebenso ein drittes, auf welchem ein Flügeljüngling (Taf. I, 9.) in raschem Laufe einen Kranz bringt<sup>(80)</sup>.

Ein viertes Greifenrhyton (Taf. I, 8.) im Wiener Antikenkabinet ist am Hals mit einer auf einem Fels sitzenden Frau geschmückt, die eine Tānia und ein Kästchen hält, worauf fünf Äpfel liegen<sup>(81)</sup>. Der Vergleich der aeginetischen Terrakotte<sup>(82)</sup>, in der Welcker Hekate und Eros auf einem von einem Greifen gezogenen Wagen erkannte, während Andere wegen des Hasen in der Hand der Göttin der Benennung Aphrodite den Vorzug gaben, berechtigt vielleicht auch hier Aphrodite die Äpfelfreundin (φιλομήλη) als Liebesgöttin zu erkennen und den Greif als Ausdruck der Verborgenheit und Nacht damit in Verbindung aufzufassen, zumal auch sonst die Greifen in alter Mythologie vielfach als Wächter des Goldes geschildert werden, und der Beiname die Goldene, χρυσή, vorzugsweise der Aphrodite zukömmt.

Ein fünftes Greifenrhyton<sup>(83)</sup> des Neapler Museums zeigt oberhalb ein Bild des Kampfes zwischen Amazone und Greif und verräth dadurch augenscheinlich den engen Zusammenhang zwischen dem modellirten Thierkopf des Rhyton und dessen am Halse befindlicher Malerei.

Ein sechstes Greifenrhyton in der Münchener Pinakothek zeigt am Hals einen weiblichen Kopf mit einer Haube, davor einen Ball, worauf eine Streitaxt gestickt ist.

Auf einem in Drachenkopf (δράκων) ausgehenden<sup>(84)</sup> Trinkhorn (Taf. II, 3. u. 4.) erblickt man am Hals einen auf dem Peplos sitzenden

<sup>(79)</sup> Gerhard und Panofka, Neap. Antiken S. 382. Z. VIII, Schr. 5. Mittl. Fach. 138.

<sup>(80)</sup> Panofka, Recherch. sur les Noms des Vas. gr. Pl. V, 84.

<sup>(81)</sup> Laborde Vas. Lamb. I, XLIII.

<sup>(82)</sup> Monum. de l'Institut. archéol. I, XVIII, 2. Ann. II, p. 65-84. O. Müller Denkm. a. K. I, Taf. XIV, 53.

<sup>(83)</sup> Gerhard und Panofka, Neap. Antiken S. 387. Zimm. VIII, Schr. 7. Mittl. Fach. 1948.

<sup>(84)</sup> Gargiulo Racc. II, 16.

Jüngling, der in der Linken einen mit Tänen umbundenen Thyrsus, in der vorgestreckten Rechten eine Phiale mit Weinblatt darüber hält: das hinter dem Pinienapfel des Thyrsus oberhalb sichtbare Sinnbild hat die Form eines Kreuzes: an den Enden befindet sich jederseits ein gewöhnlich für *Patera* gedeuteter Gegenstand. Zwei hohe Pflanzen ohne Palmette<sup>(85)</sup> umschließen die Hauptfigur.

Der Drachenkopf, dem Wächter der goldnen Äpfel, dem *Ladon* gehörig, weist auf den Hesperidengarten hin, welchen sowohl die beiden hohen Pflanzen, als die beiden Hesperidenäpfel<sup>(86)</sup> und drittens die kreuzähnliche, meines Erachtens Gartengänge<sup>(87)</sup> andeutende Hieroglyphe hinlänglich versinnlichen. Der Gott stellt *Dionysos* als *Hesperos*<sup>(88)</sup> dar, dessen goldne Äpfel als ihm heilig ein pseudo-orphisches Fragment<sup>(89)</sup> bezeugt.

Ein andres in Drachenkopf<sup>(90)</sup> ausgehendes Trinkhorn zeigt am Hals das Bild einer auf einem Fels sitzenden und sich links umwendenden Frau mit einem Spiegel und einer Schüssel, worin Zweige liegen; einen Myrtenzweig, einen Kranz und eine Binde sieht man neben ihr. Ich vermuthe die *Hesperis* in Verbindung mit dem Drachen *Ladon*, obwohl auch an die Kräuterheilkünstlerin *Medea* in Verbindung mit dem Drachen von *Kolchoi* sich denken liefse.

Ein in Stierkopf (*ταῦρος*) endendes<sup>(91)</sup> Trinkhorn ist am Hals mit einem nackten, auf seinem *Peplos* sitzenden und einen Lorbeerzweig haltenden *Apoll* geschmückt. Vor ihm steht eine Frau in langem *Chiton* und

<sup>(85)</sup> Vgl. dieselben Pflanzen mit zwei Eulen auf ihren Zweigen, als Umgebung eines Altars mit Lyraspielender *Sirene Parthenope* darauf, in offenbarer Beziehung auf Nacht und Tod, bei Fil. Gargallo Lett. al S. Duca di Luynes su la pittura di un Vaso gr. ined. Nap. 1848. pag. 5, 6. Ich halte sie für *ἀσφόδελος*.

<sup>(86)</sup> Panofka Antikenkranz S. 9 u. 12 not. 52.

<sup>(87)</sup> Vgl. die Korkyräischen Münzen mit den Gärten des *Alkinous* (Cavedoni Bull. d. Instit. 1844, p. 153. M. von Cyrene mit dem Hesperidengarten und das kreuzähnliche Symbol *ἀγυρί* der Münzen der sicilischen Stadt *Agyrium*, (Torremuzza Sicil. num. vet. Tab. XI, 10. Panofka Einfluss d. Gotth. auf d. Ortsnam. I, Taf. II, 2. Abh. d. K. Akad. d. Wiss. 1840.)

<sup>(88)</sup> Vgl. den *Hesperos* mit Fackel zu Pferd im Gemälde des *Herakles* im Hesperidengarten (Gerhard *Archemoros* Abh. d. Akad. d. Wiss. 1836. Taf. II. Gargiulo II, 45.). Plut. qu. Sympos. III, vi, 4.

<sup>(89)</sup> Orph. fr. 17. Sch. Theocr. II. 118.

<sup>(90)</sup> De Witte Cab. Durand 1291. Vgl. unsre Taf. II, 18.

<sup>(91)</sup> De Witte Cab. Beugnot 93.

Peplos und reicht eine Trinkschale; in der andern Hand hat sie einen Kranz. Im Feld ist ein Efeublatt. Wenn die Benennung *Dia* <sup>(92)</sup>, an *Diana* sich anschließend, für diese Göttin am passendsten erscheint, so dürfte *Apoll* in seiner Eigenschaft als Sonnengott durch den Stierkopf am Ende des Rhyton mit Bezug auf die Sonnenstiere <sup>(93)</sup> sich hier offenbaren, ohne deshalb auf den Ruf eines reinigenden Heilgottes zu verzichten, wie man ihn in *Delos* und *Milet* als Heilgott unter dem Namen *Ἀπὸλλων Οὐλίας* <sup>(94)</sup> verehrte, zu dessen Gunsten die noch in *Delos* vorhandenen Trümmer eines dorischen Apollotempels mit hervortretenden Stierköpfen in den Triglyphen <sup>(95)</sup> sich anführen lassen. Denn für den Mythos des Rinderhirten <sup>(96)</sup> *Apollon* fehlt in den Einzelheiten des Vasenbildes jede Andeutung.

Ein Kuhrhyton der Münchener Pinakothek ist am Hals mit dem Kopf einer geflügelten *Nike* geschmückt. Zum Verständniß des Zusammenhanges zwischen modellirtem Thierkopf und gemaltem Vasenbild genügt es einerseits, an die so häufigen Bildwerke einer mit Opfermesser auf dem Rücken der Kuh knieenden *Nike* zu erinnern, und andererseits darauf aufmerksam zu machen, daß bei den Römern *vitula*, die Bezeichnung der jungen Kuh, ursprünglich Name der Siegesgöttin war <sup>(97)</sup>.

Auf einem in einen Widderkopf (*ἄρ*) ausgehenden <sup>(98)</sup> Trinkhorn erblicken wir oberhalb *Dionysos* unbärtig auf einem Kissen sitzend, ein *Kredemnon* um den Kopf; er hält einen *Thyrus* in der Linken: sein Gewand liegt auf den Knien. Nahe bei dem Gott befindet sich ein Kandelaber, auf welchem eine Fackel mit angebundner Binde steht. Gegenüber dem Gott erblickt man einen bärtigen *Satyr*, der die linke Hand an die Stirn und die Rechte an die Hüfte legt; um die Brust trägt er Perlschnüre gleich den *Hermaphroditen*. Hr. de Witte fährt in seiner Beschreibung fort: „*Bacchus* scheint sich mit diesem *Satyr* zu unterhalten, der ohne Zweifel

<sup>(92)</sup> Gerhard Auserl. Vasenb. I, xxix. u. xxx.

<sup>(93)</sup> Hom. Od. XII, 1261. 128. 375. Apoll. A. IV, 965 u. ff.

<sup>(94)</sup> Strab. XIV, p. 942.

<sup>(95)</sup> Stuart Alterthüm. Athens Lief. XVIII, Taf. XII; Lief. XIX, Taf. I.

<sup>(96)</sup> Paus. VII, XX, 2.

<sup>(97)</sup> Sueton. Vitell. c. 1. Macrobian. Saturn. III, 2. Duc de Luynes Nouv. Ann. de l'Institut. archéol. Sect. fr. Tom. II, p. 86.

<sup>(98)</sup> De Witte Cab. Durand 1283.



Comos ist. Neben dem Kissen, auf das sich der Gott stützt, liegen am Boden Früchte." Meines Erachtens stellt der bärtige Satyr nicht Komos, sondern den Erasten Prosymnos dar, und der jugendliche Dionysos seinen Eromenos, dem jener mit der Fackel vorleuchtend den Weg in die Unterwelt, zur Herausholung der Semele, zeigte <sup>(99)</sup>. Mit dieser Erklärung stimmt auch der Widderkopf am Ende des Rhyton, insofern der Widder  $\alpha\gamma$ , das Symbol des männlichen Gliedes,  $\tau\omicron\alpha\gamma\gamma\acute{\epsilon}\nu$ , hier die Stelle vertritt, welche in dem vorgenannten Mythos dem großen Phallus als Grabmonument des Prosymnos <sup>(100)</sup> zugewiesen ist.

Ein in einen kleinen Widderkopf endendes Rhyton der Gargiulischen Terrakottensammlung <sup>(101)</sup> zeigt am Hals, auf einer Hydria sitzend, Kranz und Kästchen bringend, einen Faun vor einer unbärtigen Herme, wohl des Jakchos <sup>(102)</sup> oder Axieros <sup>(103)</sup>; die Kleinheit des Widderkopfes steht vermuthlich in Beziehung nicht zum Faun, sondern zu der Hauptperson, nämlich der Gotteshherme.

Auf einem dritten in Widderkopf ausgehenden Rhyton aus Basilicata <sup>(104)</sup> hat man bisher am Hals die kalydonische Eberjagd erkannt, und zwar Meleager mit einem seiner Gefährten, in Chlamys und mit Petasus bedeckt; der eine hat einen Degen, der andre eine Lanze zur Waffe: ein Vogel fliegt über dem Eber. Die von dem Erklärer unbeachtet gebliebene Abwesenheit der Atalante sowohl, als des durch Streitaxt kenntlichen Ancaeus <sup>(105)</sup> in diesem Bilde erregt gerechte Bedenken gegen diese Auslegung. Vergleichen wir deshalb lieber ein dem unsrigen ähnliches Bild <sup>(106)</sup>, wo wir Ulyss bei seinem Großvater Autolykos am Parnafs zum Besuch <sup>(107)</sup> in Ge-

<sup>(99)</sup> Polymnos genannt bei Paus. II, xxxvii, 5. Clemens Alex. Protrept. I, p. 22. Arnob. adv. gent. V, 29.

<sup>(100)</sup> Panofka Ann. de l'Institut. arch. 1829. p. 310.

<sup>(101)</sup> Archäol. Zeit. N. F. 1848 Juli S. 299. Vgl. die ähnliche Vorstellung bei Laborde Vas. Lambert I, LXI: Satyr mit Rhyton vor einer unbärtigen Herme; hinter ihr rechts eine Frau mit Thyrsus.

<sup>(102)</sup> Winkelmann Mon. ined. 53. Millin Gal. myth. LVIII, 229.

<sup>(103)</sup> Gerhard Ant. Bildw. Taf. XLI. Creuzer Symbol. III B. 1 H. Taf. I, 4-6.

<sup>(104)</sup> De Witte Cab. Durand 1285.

<sup>(105)</sup> Gerhard Etr. u. Kampan. Vas. d. Kgl. Mus. Taf. X.

<sup>(106)</sup> Tischbein Hom. Od. IV. Millin Gal. myth. CLXXII, 628.

<sup>(107)</sup> Paus. VIII, iv, 3; X, viii, 4. Ovid. Met. XI, 295 u. ff. Hyg. f. 201.

sellschaft eines keulenbewaffneten Sohnes des Autolykos auf der Eberjagd antreffen, und die gleiche Vorstellung auf einer archaischen volcenter Amphora in der Pinakothek zu München<sup>(108)</sup>: um uns zu überzeugen, daß derselbe Odysseusmythos auf dem Bilde unsres Rhyton zum Grunde liegt, zumal der Widderkopf einerseits den Parnassos zu symbolisiren im Stande ist, insofern ἄρπες das Orakel zu Pytho entdeckten<sup>(109)</sup>, wo Parnassos zuerst weissagte<sup>(110)</sup>, und andererseits in mannigfaltiger Verbindung mit den Mythen und Bildwerken des Odysseus vorkömmt.

In der Münchener Pinakothek ist ein Widderrhyton, oberhalb bemalt mit einem sitzenden Epheben mit Pileus, Lanze und Bindenstiefeln: dem von der Reise kommenden reicht eine Frau eine Schale mit Wein; hinter ihm steht eine verschleierte unbärtige Figur mit Stab. Der Vergleich einer ähnlichen durch Inschriften erläuterten Scene (auf einem Krater des Berliner Museums), wo Telemachos in Pylos bei Nestor Kunde von Odysseus sich erholend gastliche Aufnahme findet, berechtigt vielleicht auf dem Bilde dieses Rhyton dieselbe Scene zu vermuthen, zumal der Zusammenhang des Widders mit Odysseus vielfach in Mythen und Bildwerken bezeugt wird.

Ein wohl mit Unrecht als Stierrhyton<sup>(111)</sup> aufgefaßtes und gezeichnetes Widderrhyton (Taf. II, 20. 21.) zeigt am Hals zwei an der Erde einander gegenüber liegende Silene, von denen man behaupten könnte, sie gingen thierähnlich auf allen Vieren, wenn sie nicht die Rechte erheben. In gleicher Stellung zeigt ein nolanisches Lampengefäß<sup>(112)</sup> zwei Satyrn mit Bocksmasken: den unsrigen vollkommen ähnlich sind ferner zwei Silene als Graffito eines Bronzehelms aus griechischem Grabe<sup>(113)</sup> im Kgl. Museum.

Es kann wohl keinem Zweifel unterliegen, daß diese eigenthümliche Stellung Hinterhalt und Lauer, λόχμη, ἐνεδρα<sup>(114)</sup> ausdrückt. Erwägen

<sup>(108)</sup> Odysseus mit Pileus, Eber auf den zwei Hunde gesprungen, jugendlicher Jäger andererseits. Rv. Lanzenkampf dreier Krieger.

<sup>(109)</sup> Paus. X, v, 3. Die Manto sitzt auf einem Sessel mit Ziegenbeinen (Arch. Zeit. 1845. XXIX), Diod. S. XVI, 26.

<sup>(110)</sup> Steph. Byz. v. Πάρνασσος.

<sup>(111)</sup> Millingen Peint. d. Vas. Pl. XXXIII. Vgl. Mus. Gregor. II, LXXXIX, 2. Rhyton in Widderkopf endend: zwei Erasten mit ihren Eromenen auf der Kline.

<sup>(112)</sup> De Witte Cab. Durand. 142. p. 48.

<sup>(113)</sup> Gerhard Ant. Bildw. LVI.

<sup>(114)</sup> Hes. λόχμη· ἐνεδρα, ἐπιβουλή. — λόχος· ἐνεδρα. στρατηγικὸν τάγμα, τάξις, φάλαγξ, ἀπὸ τοῦ λέχους. οἱ γὰρ ἐνεδρεύοντες κατακλίνουσιν ἑαυτούς, ἐπὶ λέχους.

wir zugleich, wie der Widder,  $\alpha\rho$ , sowohl den Dionysos als den Ares vertritt, welche beide Götter einer die Haupteigenschaft des andern in sich aufnehmen<sup>(115)</sup>: so kann die Erscheinung dieser Silene als  $\lambdaοχίται$ , so wenig wie die der Satyrn zwischen Pyrrhichisten uns befremden, indem sie durch die Beziehung zu<sup>(116)</sup> Dionysos wie zu Ares als  $\lambdaόχμος$  und  $\lambdaοχαγέτης$  hinreichend motiviert wird.

Auf ähnliche Weise steht auf einem fünften Rhyton nolanischer Herkunft<sup>(117)</sup> der Widderkopf in offenbarer Beziehung zu dem den Hals schmückenden Myrtenkranz, sei es, daß man beide als Elemente des Todtendienstes auffaßt, oder als Attribute mit dem Führer der Abgeschiedenen, Hermes, in Verbindung setzt.

Auf dem Hals<sup>(118)</sup> eines Eber-Rhyton ( $\kappaάρος$ ) sind zwei Pygmäen mit Keulen gegen Kraniche kämpfend (Taf. II, 12.) dargestellt. Erwägt man, daß der Eber  $\epsilonῖς$  als Ausdruck von Regen- und Giefszeit,  $\chiσίμων$ , hyems, bei den Hellenen in Kunst und Mythologie allgemeine Geltung hatte und daß die Kraniche, an des Okeanos Fluten wohnend, vor der Regenzeit fliehend jenseits des Okeanos fliegen, und durch ihre Töne den Regen herbeirufen<sup>(119)</sup>: so bedürfen wir zur Erklärung des mit den Kranichen in Verbindung stehenden Eberkopfes vielleicht nicht daran zu erinnern, daß diese Vögel in Skythien hausen, wo der Kriegsgott Ares dessen prägnantes Symbol der Eber bildet, vorzugsweise Verehrung genoss<sup>(120)</sup>: aus Skythien kommen sie nach der Sage späterer Dichter an die Quellen des Nil, um mit den Pygmäen um die Saaten zu kämpfen<sup>(121)</sup>.

<sup>(115)</sup> Zoega Bassiril. CI.

<sup>(116)</sup> Gerhard Ant. Bildw. CVI, 4.

<sup>(117)</sup> De Witte Cab. Beugnot 89.

<sup>(118)</sup> Gargiulo Racc. II, 21. Vgl. de Witte Cab. Magnoncourt. no. 103. Rhyton de Nola, tête de porc peinte en noir. P. r. sur le col près de l'anse on voit le combat de deux Pygmées contre deux grues. Dans le premier groupe à g. le Pygmée se defend avec sa massue contre l'oiseau qui l'attaque; dans le second la grue est renversée et le Pygmée s'apprête à l'achever à coups de massue.

<sup>(119)</sup> Hom. II. III, 5 u. ff. Aelian. nat. anim. I, 44: τῶν γερανῶν αἱ κληγγαὶ καλοῦσιν ὁμβροὺς, ὡς φασίν.

<sup>(120)</sup> Herod. IV, 57. 62. Plutarch. Amat. XII. Τυφλὸς γὰρ, ὃ ἡ γυναικίς, οὐδ' ὄρων Ἄρης Συδὸς περὶ πᾶσι πάντα τυρβάζει κακὰ.

<sup>(121)</sup> Eustath. 372, 14. Aristot. Hist. Anim. VIII, 12.

Dieselben Pygmäen nur als Lanzenkämpfer (Taf. I, 12, 13, 14, 15.) treffen wir im Streit mit den Kranichen auf einem andern Rhyton<sup>(122)</sup>, welches zu den merkwürdigsten dieser Kunstgattung gehört und zu Gunsten der von uns entdeckten Theorie ein glänzendes Zeugniß ablegt. Dies Trinkhorn endet nämlich nicht wie die übrigen in einem Thierkopf, sondern in zwei verschiedenen Thierköpfen (*κρινόκερος*), nämlich in einem Eberkopf in Profil, welcher der Stellung, die die Kraniche einnehmen, entspricht, und in einem Widderkopf in Profil, der nach der Richtung der Pygmäen sichtbar ist. Da wir für den Eberkopf schon seine Beziehung zu den Kranichen nachgewiesen haben: so bleibt uns nur übrig, zur Rechtfertigung des Widderkopfes das Zeugniß des Plinius<sup>(123)</sup> heranzuziehen, wonach „die Pygmäen auf dem Rücken von Widdern und Ziegen sitzend, mit Pfeilen bewaffnet, im Frühling nach dem Meer hinabsteigen“ und hinzuzufügen, daß demgemäß auf diesem so höchst merkwürdigen Trinkhorn, wie der Eber den Winter, hyems, so der Widder, *εἶς*, den Frühling ausdrückt. Auf dem Fuß der berühmten François-Vase erscheinen die Pygmäen auf Ziegenböcken reitend<sup>(124)</sup>, ohne daß die gelehrten Herausgeber<sup>(125)</sup> die belehrende Stelle des Plinius zu ihrer Erklärung benutzten. Dagegen scheint ein andres Eberrhyton (Taf. II, 14.) im Neapler Museum in der auf einem Fels sitzenden Spiegel haltenden Frau, welche eine volle Schale auf der rechten Hand hält, das Bild der Semele uns zu vergegenwärtigen, welche auch Hye<sup>(126)</sup> hieß, wie ihr Sohn, der sie aus der Unterwelt heraufholte, mit dem Beinamen Hyes angerufen ward. Diesen Dionysos Hyes kann der Eberkopf symbolisiren, sowie die Schale die Regnerin Hye; vergleichbar der Schale ausgießenden Deukalia einer nolanischen Vase<sup>(127)</sup>, mit Kranz und Spiegel auf einem Fels sitzend, harret Semele in der Unterwelt des abholenden Sohnes.

<sup>(122)</sup> Tischbein Coll. d. Vas. III, 7. mit gelehrter und glücklicher Erklärung.

<sup>(123)</sup> Plin. H. N. VII, II.

<sup>(124)</sup> Mon. d. Instit. arch. Vol. IV, Tav. LVIII.

<sup>(125)</sup> Braun Ann. d. Instit. arch. Vol. XX, p. 369. Gerhard Arch. Zeit. III, 123 ff. IV, 319 ff. VII, No. 6. 7. 1847. Arch. Anz. S. 73 u. ff.

<sup>(126)</sup> Mus. Borb. V, xx. Vgl. Panofka Griechinnen I, 4. 8. 11.

<sup>(127)</sup> Gargiulo Raccolta di Mon. d. Mus. Borb. II, 41.

Auf einem Saurhyton,  $\upsilon\varsigma$ , (Taf. I, 10, 11.) apulischer Herkunft<sup>(128)</sup> erblicken wir im Einklang mit dem Flüssigkeit symbolisirenden Thier als Schmuck des Halses die Göttin der bacchischen Flüssigkeit, Methe, in der Linken den Thyrsus haltend, mit der Rechten ein volles Trinkhorn dem gegenüberstehenden Thyrsus-aufstützenden Silen Oinos reichend.

Ein Wolfsrhyton,  $\lambda\upsilon\kappa\omicron\varsigma$ , aus Basilicata<sup>(129)</sup>, zeigt am Hals „den (vermeintlichen) Kampf des Theseus mit der Amazone Hippolyte. Der athenische Heros trägt eine Chlamys, einen Helm, runden Schild und Beinschienen und erhebt die rechte Hand, in der man keine Angriffswaffe bemerkt. Die Amazone ist mit einem kurzen Chiton bekleidet und beschuht, hat eine platte Mütze auf dem Kopf, Degen an der Seite und einen runden Schild. Man bemerkt keine Waffe in ihrer erhobnen Rechten: ein Halsband schmückt ihren Hals. Mitten zwischen den Kämpfenden ist ein Bukranion und eine Pflanze. Ein Kranz befindet sich hinter jeder der Figuren.“

Hr. de Witte, dem die vorangehende Beschreibung entlehnt ist, hat offenbar den Sinn dieses Bildes mißverstanden. Die erhobne rechte Hand beider Figuren, sobald ihr die Waffe fehlt, kann schwerlich Kampf bedeuten, sondern bezeichnet gewiß<sup>(130)</sup> Schwur und Bündnifs ( $\sigma\upsilon\nu\delta\eta\kappa\acute{\alpha}\varsigma$ ). Statt Antiope wird bei Plutarch<sup>(131)</sup> Hippolyte als die dem Theseus vermählte Amazone genannt: aus dieser Verbindung stammt Hippolyt, welcher der Artemis Lykeia nah beim Theater in Trözen einen Naos gründete. Was den Beinamen Lykeia anbelangt, so konnte Pausanias<sup>(132)</sup> nichts von den Exegeten erfahren, als daß Hippolyt die Wölfe, welche das trözenische Gebiet verheerten, ausrottete, oder daß die Amazonen, von denen er von Mutter Seite stammte, die Artemis unter diesem Beinamen verehrten. Durch diese Stelle des Pausanias wird der Zusammenhang zwischen dem Wolfskopf und dem Gemälde des Vergleichs und durch die beiden Kränze angedeuteten Ehebündnisses zwischen Theseus und Hippolyte als Eltern des Hippolyt hinlänglich bezeugt.

<sup>(128)</sup> Hes. v.  $\Upsilon\gamma$ , die Feuchte. Hes. v.  $\Upsilon\eta\varsigma$ . Strab. p. 471.

<sup>(129)</sup> De Witte Cab. Durand 1279.

<sup>(130)</sup> Vgl. Archäol. Zeit. 1846. Taf. XXXIX, 1.

<sup>(131)</sup> Plut. Thes. 27.

<sup>(132)</sup> Paus. II, xxxi, 6. Vgl.  $\Lambda\Upsilon\text{ΚΟΠΙΞ}$ , eine vor Herakles fliehende Amazone auf einer volcenter Kylix mit r. Fig. bei de Witte Cab. Durand n. 428.

Ein andres Wolfsrhyton (Taf. II, 18, 19.) aus Basilicata<sup>(133)</sup> zeigt oberhalb eine sitzende langbekleidete Frau mit einem Spiegel in der Rechten, Schale in der Linken: sie hat den Kopf rückblickend umgewandt: vor ihren Füßen erblicken wir einen Myrtenzweig, oben einen Blätterkranz, vor ihrem Kopf eine Tania aufgehängt, unter ihrer Rechten eine Blume. Sollte nicht in dieser Frau die von unseeliger Liebe zu Hippolyt gefolterte Phaedra dargestellt sein und der Myrtenzweig auf die aus Verzweiflung durchstochenen Blätter dieses Baumes<sup>(134)</sup> anspielen, die Tania auf ihre Erkenkung?

Ein Hirschrhyton (ἐλαφος) aus Basilicata<sup>(135)</sup> zeigt am Hals das Medusenhaupt von vorn gesehen, nur durch seinen strengen Blick und zwei Schlangen charakterisirt, die sich auf der Stirn verbinden und deren Schwänze sich unter dem Kinn verschlingen. Rechts wendet ein junger Satyr mit Thyrsus und Trinkhorn versehen den Kopf nach hinten: links macht ein anderer junger Satyr eine mimische Geberde mit der Rechten und hält einen Eimer in der Linken.

Der Sinn dieses Vasenbildes blieb bisher ebenso verschlossen, als der mehrerer andren<sup>(136)</sup> auf denselben Medusenmythos bezüglichen, wo Perseus durch Vorhaltung des Medusenhauptes die Seriphier versteinert, welche als ἐρίφαι junge Böcke in Satyrngestalt parodirt auftreten. Allein in welchem Zusammenhang steht dies Bild mit dem Hirschkopf unsres Rhyton? hierauf antwortet am bündigsten und schlagendsten ein von Gerhard<sup>(137)</sup> publicirtes, aber nicht verstandnes Vasenbild, wo neben dem Perseus mit dem Medusenhaupt im Beutel, in der Nähe ihrer unsterblichen Schwestern, die geköpfte Gorgone steht, aus deren Hals nicht wie andremale, das Flügelroß Pegasos, oder der andre poseidonische Sproß Chrysaor emporsteigt, sondern ein Hirsch. Dieser Hirsch vertritt offenbar die Stelle des Pegasos und erhielt wahrscheinlich weil er die Quellen als Lieblingssort aufsucht<sup>(138)</sup>,

<sup>(133)</sup> Gargiulo Racc. II, 19.

<sup>(134)</sup> Paus. I, xxii, 2. II, xxxii, 2. Erkenkung X, xxix, 2.

<sup>(135)</sup> De Witte Cab. Dur. 1295.

<sup>(136)</sup> Millingen Peint. de Vas. gr. Pl. III. O. Jahn Berichte d. K. sächs. Ges. d. Wiss. 1847.

<sup>(137)</sup> Gerhard Auserl. Vasenb. II, LXXXIX.

<sup>(138)</sup> Panofka Mus. Blacas Pl. VI. Archäol. Zeit. N. F. 1848. No. 14. S. 221. no. 16. Derselbe Grund erklärt auch, warum statt des „weidenden Pegasus“ der Silbermünzen des Mithradates VI. (Mionn. Suppl. IV, p. 466, 467, no. 10-13.) Gold- und Silbermünzen desselben Königs (Mionn. l. c. no. 8 u. no. 14) einen „weidenden (?) Hirsch“ zeigen.

davon den Namen *πήγασος*, welcher ja auch aus ähnlichem Grunde dem Quellhüter Silen<sup>(139)</sup> zu Theil ward.

Auf einem andren jungen Hirschrhyton (Taf. II, 5. u. 6.) finden wir am Hals einen geflügelten Hermaphroditen mit Kopftuch, Perlkette um Hals, Brust und linken Schenkel, und beschuht: er hält einen Spiegel in der Rechten, und in der Linken wohl eine Flöte<sup>(140)</sup>. Die Flöten wurden aus Hirschgeweih gearbeitet<sup>(141)</sup>. Wenn der Genius der Sehnsucht, *πόθος*, durch Inschrift beglaubigt, flötenblasend auf Vasenbildern<sup>(142)</sup> uns begegnet und der Mythos des Cyparissus und seiner Trauer um den geliebten Hirsch denselben Gedanken Leben auflösender Sehnsucht ausspricht: so dürfen wir es wohl wagen, für den Hermaphroditen dieses Hirschrhyton den Namen Pothos in Vorschlag zu bringen, umsomehr als grade dieser, mit Phaon und Venus die Trias der samothracischen Mysteriengottheiten bildend, von Plinius<sup>(143)</sup> bezeugt wird.

Auf einem<sup>(144)</sup> in Pantherkopf (*πάρδαλις*) ausgehenden Rhyton (Taf. I, 16, 17.) finden wir am Hals eine langbekleidete Frau mit hoher spitz auslaufender und backenversehener Nachthaube, wie Eos sie zu tragen pflegt, auf einem Lehnstuhl sitzend: sie reicht mit vorgestreckter Rechten einen Prochoos und hat die Linke erhoben. Vor ihr steht eine Flügelfrau, mit beiden Händen einen kleinen Gürtel in Form eines Reifens haltend. Erinnern wir uns, daß auf dem berühmten Albanischen Relief der sogenannten Bacchuserziehung<sup>(145)</sup> die größte der drei Horen einen völlig gleichen Gürtel darbringt und auf der nolanischen schwarzfigurigen Diota der Torrusioschen Sammlung eine Frau zwei Gürtel von gleicher Gröfse bringt<sup>(146)</sup> für ein kleines Mädchen, das ihr Vater mit beiden Armen hält; und daß bei den

<sup>(139)</sup> Paus. I, II, 4.

<sup>(140)</sup> Gargiulo Racc. II, 20.

<sup>(141)</sup> Plut. Septem Sap. Conviv. V. Stackelberg Apollotempel zu BassaeS. 138.

<sup>(142)</sup> Tischbein Vas. d'Hamilton II, L. Panofka Mus. Blacas, Pl. XXII, A.

<sup>(143)</sup> Plin. H. N. XXVI, v, s. 4. Vgl. Tischbein Vas. d'Hamilton IV, 7. Eros rückblickend, auf einem Hirsch reitend, Binde vor dem Thier, hinter ihm vielleicht Fontaine.

<sup>(144)</sup> Gargiulo Racc. II, 22.

<sup>(145)</sup> Winkelmann Mon. ined. 56. Zoega Bassir. I, 41. Ann. d. Instit. arch. IV, tav. d'agg. 1832. C. 3. pag. 222 sqq.

<sup>(146)</sup> Auf Zeus, die kleine Aphrodite, Maja oder Eileithyia und Hermes gedeutet; die Rückseite stellt den Ringkampf des Peleus und der Atalante dar.

griechischen Dichtern (<sup>147</sup>) Eileithyia als *λυσιζωνος* angerufen wird, weil der Gürtel, das Symbol der Jungferschaft (*παρθενική μίτρη*), bei der Ehe abgelegt ward (<sup>148</sup>), dafs ferner der Ort Zoster in Attica seinen Namen von dem Gürtel herleitet, den Leto daselbst ablegte, als sie nach der Geburt in den See hinabstieg sich zu baden (<sup>149</sup>): so werden wir um so sicherer auf einen Ilithyienmythos in diesem Bilde hingeleitet, als auch das andre Attribut, der Prochoos, damit sich wohl verbinden läfst, insofern er neben dem Vordertheil eines liegenden Hirsches (<sup>150</sup>) als Rückseite eines ähnlichen Frauenkopfes mit Ohringen und Perlhalsband auf Silbermünzen von Prokonnesos (<sup>151</sup>) uns begegnet.

Folgen wir nun dieser Spur auf dem Felde der Mythologie, so fesselt folgender Mythos vorzugsweise unsre Aufmerksamkeit.

Als Alkmene im Begriff stand, den Herakles zu gebären und die Moiren und Eileithyia der Hera zu Gefallen mit verschränkten Händen die Geburt hinderten, eilte Galinthias, die Tochter des Proitos und Freundin der Alkmene, um dieser zu helfen, mit der erdichteten Nachricht zu ihnen, Alkmene habe einen Knaben geboren. Als bald löste sich der bedrohliche Zauber: denn die Göttinnen öffneten vor Staunen die Verschränkung der Hände und sogleich gebar Alkmene den Herakles. Als sie jedoch den Betrug der Galinthias inne wurden, strafte sie dieselbe dadurch, dafs sie ihr die jungfräuliche Würde nahmen, sie in eine Katze, *γαλή*, verwandelten und ihr ein freudenloses Leben in verborgnen Winkeln anwiesen. Hekate aber machte aus Mitleid die Galinthias zu ihrer Dienerin, und Herakles errichtete ihr aus Dankbarkeit ein Heiligthum, wo er selbst ihr opferte. Die Thebaner behielten diesen Gebrauch bei und opferten ihr am Fest des Herakles zuerst (<sup>152</sup>).

Demnach glauben wir nicht zu irren, wenn wir hier in der Flügelfrau Galinthias erkennen, deren Flügel durch den Charakter der Botin moti-

(<sup>147</sup>) Theocr. Id. XVII, 60.

(<sup>148</sup>) Mosch. Id. II, 72.

(<sup>149</sup>) Steph. Byz. v. *Ζωστήρ*. Vgl. Aeschyl. Agam. v. 994. *ἔξ οὗ τέκνων ἤνεργ' ὑπὸ ζώνην βίβροσ*.

(<sup>150</sup>) Schol. Apoll. Arg. II, 278: *Διονύσιος δὲ φησιν ὁ Ἀθηναῖος ἐν ταῖς κηρύσσειν τὰς ἐλάφους οὕτω λέγεσθαι πρόκας*. Strab. XIII, p. 588 et intpp.

(<sup>151</sup>) Dumersan Cab. Allier. de Hauteroche XIII, 1. Mionn. Suppl. V, p. 496, no. 1262.

(<sup>152</sup>) Antonin. Lib. 29. Ovid. Met. IX, 306.



virt werden, und zwar in dem Moment, wo sie durch den hingehaltne Gürtel die Nachricht von der Niederkunft der Alkmene ausspricht: während das Fläschchen in der Linken der Sitzenden und deren durch erhobne Rechte ausgedrücktes Staunen die Wirkung dieser Botschaft auf Eileithyia als Zauberin, *φαρμακῆς*, uns deutlich offenbaren.

Wie hängt aber hiemit der Pantherkopf zusammen? dafs dies hitzige und reißende Thier nicht dem Sonnengott, sondern den Gottheiten der Nacht sich zugesellt und wegen seiner Weinlust besonders dem Dionysos, seiner Gemahlin Ariadne, dem Ampelos und der Opora anhängt, wird man ohne Schwierigkeit uns einräumen. Allein neben dem nächtlichen Charakter müssen wir auf den boshaften und verderbenbrütenden dieses Thieres aufmerksam machen, um darzuthun, dafs er sich zur Personification dieser Hekate-Eileithyia<sup>(153)</sup> vorzugsweise eignet, grade wie in der heroischen Mythologie Klytämnestra in mehr als einem Bildwerk<sup>(154)</sup> durch die Nähe einer Tiegerin versinnbildet wird. Methe in der vermutheten Hekate-Eleithyia zu erkennen, verbietet der Mangel eines Reben- oder Efeu Kranzes statt der Nachthaube, der nichts weniger als begeisterte Ausdruck der schwerbekleideten Frau und die Abwesenheit eines größeren Weingefäßes: noch eher liefse sich die Flügel Frau gegenüber als Telete<sup>(155)</sup> deuten, da die Kopfbinden das wesentliche Attribut der Eingeweihten bilden, wenn nicht der geringe Umfang derselben der Bestimmung dieses *διαδήμα* für einen Erwachsenen offenbar widerspräche.

Eine Bestätigung dieser Erklärung liefert ein in Ruvo<sup>(156)</sup> ausgegrabenes (Taf. II, 15.) Katzenrhyton (*γαλῆ*), oberhalb mit derselben Galinthias bemalt, die mit beiden Händen eine Binde haltend, mit Flügeln versehen, ohne sonstige Bekleidung als die der Füße, in der Luft heranschwebt.

<sup>(153)</sup> Die Katze gehört ja auch zum Panthergeschlecht. Sollte nicht diese Katze (*felis*) Galinthias mit der *Εἰδασία*, der Geburtsgöttin der Argeier, der man Hunde opferte (Plut. qu. Rom. 49.), zu vergleichen sein? Auch Historis Tochter des Tiresias, die durch den Ruf, Alkmene habe schon geboren, die Pharmakiden verleitete, den Zauber zu lösen, der die Geburt des Herakles hinderte (Paus. IX, xi, 2.), kommt bei diesem Vasenbilde als andere Form der Galinthias schon wegen der *ζωνή*, in Verbindung mit der Bedeutung ihres Namens, in Betracht.

<sup>(154)</sup> Pausan. III, xviii. Panofka Mus. Bartold. p. 79.

<sup>(155)</sup> Ann. dell' Instit. arch. I, Tav. d'agg. 1829. c.

<sup>(156)</sup> Dies Gefäß ward mit dem Namen *Diana la gatta* in Bari 1846 vom Presidente Fenicia publicirt und durch die Bubastis erläutert.

Ein von d'Hancarville<sup>(157)</sup> publicirtes (Taf. I, 6.) Hundsrhyton (κύνον) zeigt in Übereinstimmung mit der *canicula*, dem Symbol der Hundstage, Maira, am Halse einen weiblichen Kopf mit einer Helios eigenen Strahlenstephane<sup>(158)</sup>; wir irren wohl nicht, wenn wir mit Rücksicht auf Hund und Strahlendiadem diesem weiblichen Kopf den Namen Erigone<sup>(159)</sup> beilegen.

Ein gleicher Frauenkopf mit Strahlenstephane (Taf. I, 7.) vor dem Kopftuch, mit Ohringen und Halsband geschmückt, auf dem Halse eines ähnlichen Hundsrhyton<sup>(160)</sup>, veranlaßt uns, denselben Namen Erigone für dasselbe vorzuschlagen, zumal der Hund seiner Gattung nach den Bildern des Sirius<sup>(161)</sup> entspricht.

Dagegen dürfte ein Jagdhundsrhyton<sup>(162)</sup>, geschmückt mit einem Frauenkopf mit Strahlenstephane (Taf. II, 22.) wegen dieser abweichenden Thiergattung vielmehr auf die Morgenjägerin Prokris sich beziehen, welcher Artemis einen Hund und einen Speer geschenkt hatte, die nie ihre Beute verfehlten<sup>(163)</sup>.

Die erhebliche Zahl<sup>(164)</sup> der vorgelegten und geprüften Trinkhörner wird, hoffe ich, hinreichen zur Begründung unsrer Entdeckung, daß

1) auf den Trinkhörnern, welche durch Sorgfalt der Zeichnung sich empfehlen, ein Zusammenhang zwischen dem Thierkopf und der Malerei an der Mündung sich nachweisen läßt;

2) hinsicht einer großen Zahl Trinkhörner mit vernachlässigter Malerei<sup>(165)</sup> allerdings die Versuchung nahe liegt, diesen Zusammenhang zu leugnen, insofern die bildlichen Darstellungen als gewöhnliche Fabrikarbeit

<sup>(157)</sup> D'Hancarville Vas. d'Hamilton I, 28.

<sup>(158)</sup> Apulej. Met. XI, xxiv. et caput decore corona cinxerat, palmae candidae foliis in modum radiorum prosistentibus. Sic adinstar Solis exornato me etc.

<sup>(159)</sup> Hygin. f. 130.

<sup>(160)</sup> Dubois Maisonneuve Introd. à l'étude d. Vas. Pl. LXXIX, 3.

<sup>(161)</sup> Tölken Gemmenverz. d. K. Mus. S. 240. III Kl. 5 Abth. \*1407. \*1408. \*1409. Panofka Asklepios Taf. V, 4 (Abh. d. Akad. d. Wiss. 1845.).

<sup>(162)</sup> Laborde Vas. Lamberg I, XLIII.

<sup>(163)</sup> Apoll. III, 15, 1. Hyg. f. 189. Anton. Lib. 41. Gerhard Auserl. Vasenb. III, clx.

<sup>(164)</sup> Vierunddreißig.

<sup>(165)</sup> Wovon wir ein bedeutendes Material, für diese Untersuchung gesammelt, absichtlich unbenutzt zurückgelegt haben.

keinen höheren, selbständigen Werth beanspruchen dürfen, als die Mantelfiguren auf den Rückseiten gemalter Gefäße;

3) eine sorgfältigere Prüfung dieser einzelnen Trinkhörner uns jedoch über das Fabrikmaßsige völlig gleicher Vasenmalereien zu enttäuschen vermag, insofern selbst bei scheinbar gleichen Figuren, männlichen wie weiblichen, die ihnen beigegebenen Attribute dennoch keineswegs dieselben sind<sup>(166)</sup>;

4) vielmehr die höchst mittelmäßige Zeichnung auf diesen Trinkhörnern von sogenannter Fabrikarbeit oft nicht um einen Grad schlechter erscheint, als die mancher andren Trinkhörner, bei denen der Zusammenhang zwischen Thierkopf und Vasenmalerei in die Augen fällt<sup>(167)</sup>.

Zur Bestätigung dieser von uns entdeckten Theorie dient schliesslich ein von Epinikos<sup>(168)</sup> angeführtes Rhyton<sup>(169)</sup> Pegasos (s. unsre Taf. I, 3.), dessen Hals mit Bellerophon zu Pegasos geschmückt war, im Begriff den Wurfspiess gegen die feuerschnaubende Chimära zu schleudern<sup>(170)</sup>; insofern dasselbe für den Zusammenhang des Thierkopfes mit der bildlichen Darstellung am Halse des Rhyton den einleuchtendsten Beweis liefert.

Da der Gebrauch der Trinkhörner vorzugsweise bei nächtlichen Festen, welche die Griechen mit dem Worte Παννυχίς bezeichneten, Statt fand, die charakteristischen Momente der Pannychis aber bisher auf Bildwerken völlig unbeachtet blieben: so werden Wissenschaftsgenossen mir Dank wissen, wenn ich hier noch eine nähere Untersuchung über die Pannychis als Schlufs dieser Abhandlung folgen lasse.

<sup>(166)</sup> Vgl. Taf. II, 13 u. 18. Taf. I, 6. I, 7. Taf. II, 22.

<sup>(167)</sup> Taf. II, 5. Taf. II, 3. II, 7. II, 16.

<sup>(168)</sup> Ἐπίνικος δ' ἐν Ὑποβαλλόμεναις. Athen. XI, 497. a. b. Epinikos, Dichter der neuen Komödie, bei Antiochos dem Gr. sehr in Ansehn; sein Zeitalter setzt Meineke (Fragm. poet. com. I, p. 481.) zwischen Ol. CXX-CXXX.

<sup>(169)</sup> Erzminze von Skepsis in Troas, publicirt in Gerhards Archaeol. Zeit. 1844. No. 21. Taf. XXI, 5., von Freiherrn von Prokesch mißverstanden und beschrieben: „Vordre Hälfte eines Pferdes mit eingekrümmten Flügeln, neben dem Flügel ein Füllhorn aus dem Rücken des Pferdes.“

<sup>(170)</sup> Tischbein Vas. d'Hamilton I, 1. Millin Gal. myth. XCII, 393.

## Pannychis.

*Nam vigilare leve est, pervigilare grave.*

Martial. IX, 70.

Das bemalte Gefäß, wovon eine treue Abbildung Taf. III, 1 vorliegt, gehört nicht in die Reihe derer, welche durch eigenthümliche Darstellung eines berühmten Mythos oder durch unbeachtete Besonderheiten eines merkwürdigen Göttercultus Aufsehn erregen: vielmehr dürfte seine bescheidne figurarme Erscheinung dessen inneren Werth und die mannigfaltige Belehrung leicht übersehen lassen, welche für Denkmäler sowohl des schriftlichen als des bildlichen Alterthums daraus erwächst: und dieser Umstand ist es vorzüglich, der zur Veröffentlichung und Erläuterung des Gefäßes auffordert.

In einem Grabe von Pisticci im Jahre 1847 entdeckt, ward die Vase bald darauf mit ähnlichen Monumenten und Terracotten nach Neapel versandt und gelangte so in meinen Besitz zu einer Zeit, wo ich von ihrer Bedeutsamkeit zwar ein gewisses Vorgefühl, aber kein klares Bewußtsein hatte. Die Form des Gefäßes ist die einer Gießkanne, für welche mit Rücksicht auf ihren engen Hals, hohen Henkel, vorzüglich aber den langen, stark vorspringenden Schnabel der Mündung, der Name *προχούς* <sup>(1)</sup> wohl als der geeignetste sich anwenden läßt. Die bescheidnen Dimensionen des Gefäßes berechtigen sogar, für dasselbe den Diminutiv-Namen *προχοῖδιον* zu gebrauchen, zumal da dieses nach dem Zeugniß der Lexikographen als ein dem Lekythos verwandter Ölbehälter zum Eingießen <sup>(2)</sup> namentlich in die Lampen zu dienen pflegte: denn an eine *οἶνοχόη* zum Weineinschenken zu denken verbietet der enge Hals sowohl als die noch engere Mündung. Nächst der Verzierung zweier jugendlicher Köpfe in erhobner Arbeit, die jederseits vom Henkel an der Stelle sichtbar sind, wo derselbe hinabsteigend an die Mündung sich anschließt, empfiehlt sich auf dem Vasenbild

<sup>(1)</sup> Etym. M. γ. *περάσσει*.

<sup>(2)</sup> Etym. M. γ. *λήκυστος*. — ἢ τὸ προχοῖδιον παρὰ τὸ ἔλαιον κεύθειν. Vgl. Mus. Borbon. XII, T. XXXVIII. das Prochoidion unter den Opfergaben auf dem Kopf der Kanephore, beim Heraklesopfer.

selbst die Zeichnung der rothen Figuren auf schwarzem Grund, wenn nicht durch reine Einfachheit attischen Styls, doch durch eine gewisse Grazie und Mäßigung, die andern Produkten lukanischer Fabrik nicht immer sich nachrühmen läßt. Ja wenn nicht der wenig spiegelnde Firniß des Grundes widerspräche, gerieth man in Versuchung, die Vasenmalerei für ein Werk nolanischer Fabrik aus späterer Kunstperiode anzusehn.

Gehen wir nun zur Erklärung der dargestellten Scene selbst über, so könnte eine flüchtige Betrachtung leicht verleiten, hier nichts weiter als die so häufige Vorstellung einer Nike, gegenüber einem ausruhenden Sieger, zu entdecken.

Ein myrtenbekränzter Jüngling sitzt unbekleidet auf seinem Peplos, der einem durch weißen Umriss gezeichneten Sessel mit Füßen statt Polster dient: in der vorgestreckten linken Hand hält er eine tiefe Schüssel, deren weißer Grund wohl auf Silber, die goldgelben Streifen auf goldne Kanelirungen hindeuten und die mit einem pyramidenartig aufgethürmten und aus kleinen Pyramiden bestehenden Backwerk gefüllt ist. Oberhalb über derselben hängt ein Stierkopf, an den Hörnern mit herabfallenden Troddelschnuren versehen. Rechts tritt zu dem Sitzenden eine Frau in langem, aufgeschürztem, ärmellosen Chiton, die Füße beschuht: das hinten in einen Schopf aufgebundene Haar ist mit einer Strahlenkrone geschmückt, wie wir sie bei Lichtgottheiten selten vermissen: außerdem trägt sie Ohringe, Hals- und Armbänder. An ihrem Rücken nimmt man große Flügel wahr: in der vorgestreckten Rechten hält sie ein Geräth von gleichem Stoff wie die vorherbeschriebene Schüssel, das nur ein Thymiaterion, Weihrauchgefäß, oder einen Candelaber mit darauf ruhender Lampe vorstellen kann. Hinter ihr am Boden liegt eine Trinkschale, die ebenfalls wegen ihrer weißen und goldgelben Färbung auf Silberarbeit mit Vergoldung hinweist.

Den Sinn dieser Scene zu errathen, hilft uns vornehmlich das große, an unsre Baumkuchen erinnernde Backwerk, welches im Mittelpunkt der Scene sichtbar, der Ephebe in einer tiefen Schüssel vor sich hinhält. Unter den verschiedenen Gattungen von Kuchen führt Athenäus<sup>(3)</sup> den sogenannten

---

(<sup>3</sup>) Χοίριναί. Τούτων μνημονεύει Ἰατροκλῆς ἐν τῇ περὶ πλακοῦντων καὶ τοῦ πυραμοῦτος καλουμένου, διαφέρειν λέγων τῆς πυραμίδος καλουμένης. γινέσθαι γὰρ ταύτην ἐκ πυρῶν πεφωτισμένων καὶ μέλιτι δεδευμένων. αὗται δὲ ἄλλα τίθενται ταῖς παννυχίαι τῇ διαγρυπνήσαντι. Der Name *χοίριναί* mit *porcinae* übersetzt, mochte, insofern er neben dem *πυραμοῦς* ge-

*πυραμοῦς* auf, und setzt hinzu, er sei von der sogenannten *πυραμῖς* <sup>(4)</sup> zu unterscheiden. Den *πυραμοῦς*, einen Kuchen von geröstetem Weizen und Honig, bekam derjenige, der die Nacht über bei der *Παννυχίς* wachend aushalten konnte. Es war der Siegespreis, welcher bei den Trinkgelagen demjenigen zufiel, der in dem Wettkampf des Nichteinschlafens sich bis zum Morgen wach erhalten hatte. Dieselbe Erklärung giebt der Scholiast zu Aristophanes <sup>(5)</sup> Thesmophoriazusen v. 94, wo Mnesilochos spricht: „denn im Listersinnen ist unser der Pyramus“ d. h. in der List bin ich des Sieges gewiß.

Hiemit in Einklang steht das Geräth, welches die Flügelfrau in der Hand hält und das offenbar einen Candelaber vergegenwärtigt, dessen auf dem Gipfel sichtbare Lampe, insofern sie bereits ausgedient hat, mit einem Deckel versehen ist. Hierüber belehrt uns besonders Pollux VI, 19, S. 108. 109: „Es gab auch Lieder zum Wein und Skolien, indem Personen Myrten zur Rechten umhertragend nebst einem Trinkbecher und einer Lyra, zum Singen aufforderten. Denen nun, die die ganze Nacht durchwacht hatten, wurden als Preise zu Theil ein *σηταμοῦς* und ein *πυραμοῦς*, beides Kuchen mit gekochtem Honig, der erste aus Sesam, der zweite aus gerösteter Gerste. Für *διαπαννυχίσται* kann man auch *διανυκτερεύσαι* sagen und „die Nacht begleiten bis zum Sonnenaufgang.“ Der Leuchter (*λύχνος*), der diesen Durchwachenden brannte, hieß *πάννυχος* <sup>(6)</sup>. Demnach führt sowohl das Attribut des Pyramus in der Hand des sitzenden Epheben, als das des Pannychos in

---

nannt wird, wohl mit diesem, wo nicht gar wie ich vermuthe gleichbedeutend sein, doch wenigstens im Äußeren eine große Ähnlichkeit verrathen, sei es daß das gleich stachelige Äußere zu seinem Namen *χοιρίναι*, womit eine Art Meermuscheln bezeichnet ward, Veranlassung gab, oder daß die Ableitung von *χοῖρος*, die weibliche Scham, welche bekanntlich mit einem Δ versinnlicht wurde, den Namen *χοιρίναι* und seinen Vergleich mit dem *πυραμοῦς* hervorrief.

<sup>(4)</sup> Stackelberg Grdb. d. Hellenen, Taf. XXVI. Panofka Bild. ant. Leb. XII, 1. Gerhard Apul. Vas. d. Berlin. Mus. Taf. XII. Clarac Mus. du Louvre Pl. 161. no. 397.

<sup>(5)</sup> τὸ πρῶτον κομψὸν καὶ σφόδρ' ἐν τοῦ σοῦ τρόπον.

ταῦ γὰρ τεχνάζειν ἡμέτερος ὁ πυραμοῦς.

Schol. *πυραμοῦς* δὲ, εἶδος πλανοῦντος, ἐν μέλιτος ἑρψοῦ καὶ πυρᾷ πεφρυγμένον ὡς καὶ *σηταμοῦς* τὸ διὰ σῆταων. ταῦτα δὲ ἐτίθεσαν ἄλλα τοῖς διαφρυγνῆταις. εἰώζετο δὲ ἐν τοῖς συμποσίοις ἀμιλλᾶσθαι περὶ ἀφρυγνίας, καὶ ὁ διαφρυγνῆστας μετὰ τῆς ἡμέρας, ἐλάμβανε τὸν *πυραμοῦντα*.

<sup>(6)</sup> καὶ τὸν *λύχνον* τὸν τοῦτοις καίόμενον *πάννυχον*. Vgl. auf einer Münze der Bruttier den *Lychnos* neben einem sich einen Kranz aufsetzenden gehörnten Mann mit zwei Lanzen in der Rechten; Rv. Brustbild der Nike mit Keule hinter sich (Mus. Borb. V, LXL). Des Hipparch Komödie *Pannychos* citiren Athen. XV, 691 u. Poll. X, c. 108.

der Hand der vor ihm stehenden Flügelfrau auf das Fest durchwachter Nacht, welches die Griechen mit dem Namen *παννυχίς* oder auch *ἀγρυπνίς*, die Römer mit dem Wort *Pervigilium* bezeichneten.

Die hinter der Flügelfrau am Boden liegende Trinkschale (*φιάλη*) deutet an, daß das Trinkgelage (*συμπόσιον*) zu Ende ist <sup>(7)</sup>: sie entspricht dem Deckel auf dem Leuchter, der uns anzeigt, das nächtliche Fest habe seinen Schluß erreicht, indem der Tag bereits angebrochen ist.

Allein diese nachtdurchschwärmten Feste schlossen sich nicht selten an den Cultus gewisser der freisinnigen Lust nicht abholden Gottheiten an. Dem Dionysos zu Ehren feierten die Einwohner von Arbela ein solches Fest unter dem Namen *ἀγρυπνίς* <sup>(8)</sup>. Der Aphrodite kam eine ähnliche Nachtfeier zu, wie Plautus und das römische Gedicht *Pervigilium Veneris* <sup>(9)</sup> zum Preise der Venus und des Frühlings bezeugen. Daß des Dionysos und der Aphrodite Sohn, Priapos, auf eine gleiche Nachtfeier Anspruch hat, entnehmen wir den Worten des Petronius <sup>(10)</sup>: „das Schlafen dürfe nicht in den Sinn kommen, da dem Genius des Priapus ein Pervigilium gebühre.“ Auch der Aphrodite Begleiterinnen, die Chariten, wurden in Orchomenoi durch eine Pannychis geehrt <sup>(11)</sup>.

Feste dieser Art <sup>(12)</sup> mußten wir uns vergegenwärtigen, um über das mit Opferbinden geschmückte Bukranion <sup>(13)</sup> auf unserem Vasenbilde Aus-

<sup>(7)</sup> Apulej. Metam. II, xi. Hac enim sitarchia navigium Veneris indiget sola, ut in nocte pervigiles et oleo lucerna et vino calix abundet. Vgl. die Trinkgefäße am Boden bei der gestörten Hochzeitsfeier der Hippodamia mit Peirithous, Laborde Vas. Lamberg Tom. I, xxv. Gerhard Apul. Vas. d. Berlin. Mus. Taf. VII. auch Horat. Carm. III, viii, 13: Sume, Maecenas, cyathos amici Sospitis centum, et vigiles lucernas perfer in lucem. Cf. Hor. Carm. III, xxi, 21-24. Propert. IV, 7, 85.

<sup>(8)</sup> Hesych. *ἀγρυπνίς*.

<sup>(9)</sup> Plaut. Curc. I, 3, 25. Tu Veneri pervigilare te vovisti. Wernsdorf poet. lat. min. III, p. 425 et VI, p. 854.

<sup>(10)</sup> Sat. 21 extr. Dormire vobis in mente est, cum sciatis Priapi genio pervigilium deberi?

<sup>(11)</sup> Eustath. ad Hom. p. 1843, 25.

<sup>(12)</sup> In Campanien (Liv. XXIII, 35 fin.) Pervigilia der Ceres, Venus, dem Apoll und der Fortuna von Galba eingesetzt (Sueton. Galba c. 4.). Arnob. IV, p. 173. Cic. de Legg. II, 15.

<sup>(13)</sup> Vergl. das Bukranion mit gleichen Binden auf Silbermünzen von Euboea mit weiblichem Kopf (Combe Mus. Hunt. Tav. XXVII, ix.), und ein gleiches vor dem thronenden Zeus mit Scepter und Adler auf Silbermünzen des Königs Seleucus I. (D. de Lynes Choix d. Méd. gr. Pl. XVII, 6.).

kunft zu geben. Offenbar hat der Künstler dasselbe nicht als bloßen Lückenbüßer angebracht; vielmehr dient es zur Belehrung, daß hier nicht an eine Pannychis zu bloßem Privatvergnügen zu denken sei, sondern daß die Pannychis unsrer Vase zu Ehren einer der vorgenannten Gottheiten, mit Rücksicht auf Myrtenkranz wahrscheinlich der Aphrodite, veranstaltet war.

Demnach vergegenwärtigt dieses Vasenbild den Sieger einer Pannychis religiöser Bedeutung, mit dem Pyramus als Preis auf der Hand; vor ihm steht Nike, deren Attribut, der Lychnos, wegen seines Namens *πᾶννυχος* wohl berechtigt, sie selbst Nike Pannychis zu benennen. Daß aber für ein solches Vasenbild die Form eines Prochoidion, welches im gemeinen Leben zum Eingießen des Öls in Lampen und Leuchter diente, sinnig gewählt wurde, leuchtet von selbst ein.

Die genauere Erforschung des Pyramus, der aus einer Anhäufung von *πυραμίδες* besteht, wirft zugleich ein unerwartetes Licht auf zwei Hydrien des Neapler Museums, deren erste in Neapels Antiken S. 273 Zimm. II, Schr. 3, oberes Fach, folgendermaßen beschrieben ist: „Tempelfronte, in der eine halbbekleidete Eingeweihte sitzt, in ihrer Linken Schale mit Früchten und Kranz, die Rechte aufgestützt, oberwärts leiterähnliches Webeinstrument und Kranz, aufsen jederseits eine kleine Lorbeerstaude, links eine Eingeweihte mit ähnlichem Zweig und Kranz. Die sitzende Frau schaut sich nach ihr um, rechts ein junger gerüsteter Krieger mit aufgestütztem Speer; über jeder Aufsenfigur eine tiefe Schale mit hochaufgethürmtem Inhalt, der zugespitzt wie ein Pinienapfel erscheint, vielleicht kleine pyramidale Kuchen.“

Die Beschreibung der zweiten Vase S. 270 Zimm. II, Schr. 2, mittleres Fach, no. 1443, lautet: „Vier halbnackte Figuren, eine sitzend, sind um eine Grabstele beschäftigt. Drei von ihnen halten Schalen mit Früchten, die eine davon daneben ein Tympanon, die andere in der Rechten einen Spiegel; eine fünfte, lang und züchtig bekleidet, in der Linken ebenfalls mit einer Schale, steht vor der Stele und wirft mit der Rechten Weihrauch auf dieselbe; rechts ein Kalathus, in dem zwischen zwei Spiegeln ein wie ein Pinienapfel durchkreuztes Geräth, vermuthlich ein Brot; linkswärts ein Schwan, der in eine hohe Lorbeerstaude pickt.“

Daß mit dem mit einem Pinienapfel verglichenen Brot oder Kuchen in der tiefen Schale nichts andres gemeint sein kann als unser Pyramus, ergibt sich aus der Anschauung unsrer Vase von selbst. Hiebei liegt die Vermu-



thung nahe, die beiden auf Lorbeer bezognen Stauden lieber als Myrten anzusehen, zumal die Nähe des hineinpickenden Schwanes auf der letzteren Vase die Anwesenheit der Aphrodite vorauszusetzen berechtigt. Die Stele endlich, worauf Weihrauch gestreut wird, stellt wahrscheinlich, wo nicht einen Lychnos, doch wenigstens einen Altar vor. Mit Rücksicht auf diesen ihren Bilderschmuck schliessen wir demnach beide Gefässe an die *Χαρίστια*, Charitenfeste in Orchomenoi an, welche nach dem Zeugniß des Eustathius<sup>(14)</sup> mit nächtlichen Tänzen begangen wurden, nach deren Beendigung Kuchen von geröstetem Weizen und Honig, *πειραμοῦς* oder *πυραμοῦς*, und andres Backwerk, *πέμματα*, *χαρίστιας*, ausgetheilt wurden.

Die lebendigste Anschauung einer solchen Pannychis zu Ehren der Aphrodite gewährt uns ein Oxybaphon des Neapler Museums<sup>(15)</sup>, auf unsrer Tafel III, 2 in verkleinertem Maafsstabe wiedergegeben. Ein flüchtiger Blick genügt zur Überzeugung, dafs der Vasenmaler die Steigerung der Liebesmacht, wie sie in den verschiedenen Liebespaaren sich äussert, genügend hervorgehoben hat: allein der Sinn des Pyramus, der auf dem mittleren Tisch vor den Trinkgelagen sichtbar ist, sowie des ausgelöschten behuteten Lychnos auf dem Tische rechts und ihr Zusammenhang, den das Fest der Pannychis erst klar macht, blieb bis jetzt ungeahndet und verdankt somit erst unserem Prochoidion seine wahre Beleuchtung.

Diesem Oxybaphon macht ein auf Fufs und Kopf gleich sicher hinzustellendes Gefäss (*δέπας ἀμφίθετον*), in Caere ausgegraben, gegenwärtig im Museum Campana zu Rom, durch grofsartige Zeichnung der rothen Figuren und Eigenthümlichkeit der Darstellung den Rang streitig. Drei nackte zeichende Weiber sind auf weichen Matratzen gelagert, auf grofse Kissen gestützt, die eine mit einer Flöte, die andre durch eine Haube ausgezeichnet, eine dritte mit einem Kranz, jede mit zwei Trinkgefässen: über ihnen liest man

<sup>(14)</sup> Eustath. ad. Hom. p. 1843, 25.

<sup>(15)</sup> Gerhard und Panofka, Neapels ant. Bildw. S. 341. Zimm. VII, Säule 2. Mus. Borbon. V, Tav. 51. Panofka Bilder antik. Lebens XII, 3. Callippi Pannychis ap. Athen. XV, p. 668 c. (Meineke poet. com. fragm. IV, p. 561.):

ὁ διαγρυπνήτας πυραμοῦντα λήψεται  
τὰ κοττάβια, καὶ τῶν παρουσῶν ἦν . . .  
*Σέλσι φιλήσει.*

Vgl. die Verse aus des Eubulus Pannychis bei Athen. XIII, p. 568 c (Meineke fr. III, p. 245).

*Philos.-histor. Kl.* 1850.

die Namen ΣΜΙΚΡΑ ΠΑΛΛΙΣΤΕ. Euphronios zeichnet hier nicht wie andremale mit *εποίησεν*, sondern mit *εγραψε* als Vasenmaler.

Wenn hier das Schauspiel einer lustigen Weiberzechgesellschaft uns zum Besten gegeben wird, so dürfte mancher sich schon begnügen, in diesem Charakter der Scene die geheime Beziehung zu dem Malernamen Euphronios wahrzunehmen, insofern *εὐφρων* erheiternd, froh, vergnügt bedeutet. Allein die Abwesenheit der Männer lehrt uns, es gelte hier ein abschließendes Frauenfest zu Ehren der Aphrodite und zwar eine nachtdurchwachende Feier, eine *παννυχίς*. Erst wenn wir uns dessen bewußt werden und zugleich erwägen, daß *εὐφρόνη* ein Synonym von *νύξ*, die Nacht, bezeichnet, begreifen wir warum der Sohn der Nacht Euphronios zum Schmuck eines gemalten Gefäßes eine Pannychis wählte.

Auf eine Pannychis beziehe ich ebenfalls das Bild einer Kylix mit rothen Figuren im brittischen Museum, eine Frau darstellend, die in einen Lychnos etwas einschüttet: oben hängt ein Kranz; hinter ihr sieht man einen Stuhl mit einem Kissen darauf.

Auf einem Scarabäus in Carneol, der durch die Imprime gemmarie dell' Institut. archeol. I, 6 veröffentlicht und daselbst als *Vittoria o Telete con candelabro* beschrieben ward, stimmt diese Victoria oder Telete mit dem Candelaber zu genau mit der Flügelfrau unsrer Gießkanne überein, als daß sie nicht neben dem Namen der Nike den der *παννυχίς* als Beinamen für sich in Anspruch nehmen dürfte.

Noch wichtiger aber ist die Vorstellung eines etruskischen Scarabäus des K. K. Antikenkabinetts zu Wien <sup>(16)</sup>, in der man eine geflügelte Figur zu sehen glaubte, die ein Trankopfer auf den Altar bringt und deren Inschrift ANIΛΞ Elina für die Gegenwart der Dioscurenschwester Helena, die unter diesem Namen, jedoch ohne Flügel, auf etruskischen Spiegeln uns häufig begegnet, zu zeugen schien. Bei dieser mythischen Auslegung vermifst man ungerne jedwede litterarische Begründung, die über Motiv und Zeit der vorausgesetzten Handlung Aufschluß geben könnte: nächstdem aber führt eine genauere Prüfung des geschnittenen Steines zu der Überzeugung, daß hier nicht von Trankopfern die Rede sein kann. Vielmehr lehrt die gegenwärtige Untersuchung der Kunstdarstellungen der Pannychis deutlich, daß wir

<sup>(16)</sup> Eckhel Choix de pierr. grav. du Cabin. de Vienne XL. Millin Gal. myth. CLVI, 539. ΕΛΙΝΑ. in Arnet's glänzendem Werk „die Cameen d. Wiener Kabinetts“ leider nicht aufgenommen.

auch hier einen Lychnos vor uns sehen, daß das kleine Stück, welches die Flügelfrau noch an denselben hält, vermuthlich seiner Bestimmung nach gleich den beiden an gleicher Stelle gehaltenen Früchten auf Marmorreliefs der Villa Albani<sup>(17)</sup>, weihrauchähnlichen Duft verbreiten soll und daß das am Arm hängende Gefäß wohl eher eine Laterne als ein Ölfäschchen vorstellt. Demnach gehört die langbekleidete Flügelfrau selbst, die hier zu dem Lychnos herantritt, ebenfalls in die Reihe der Bilder der Nike-Pannychis hinein. Elina würde nicht die Helena der heroischen Mythologie, sondern in tieferer religiöser Symbolik Selene, das Auge und Licht der Nacht, uns vergegenwärtigen und so mit Nike-Pannychis sich identificiren. Diese unsre Ansicht wird durch die Inschrift des etruskischen Namens Elina wesentlich unterstützt, da dieselbe zwar einerseits an ἐλαῖον Öl erinnert<sup>(18)</sup>, aber andererseits auch für identisch mit ἐλένη aufzufassen ist, die Hesychius durch λαμπὰς δατή (fax, fascis) Fackel erklärt. Besonders beachtungswerth für die Vorstellung dieses Skarabäus scheint die Nachricht bei Athenäus<sup>(19)</sup>: „ἐλάνα heiße die Fackel παρὰ τὴν ἑλὴν von der Helle, so soll Neanthes im ersten Buch der Geschichte des Attalos gesagt haben. — Timachidas der Rhodier aber sagt, δέλετρον heiße der Leuchter, wie ihn die jungen Leute haben, die die Nacht durchwachen, die die Rhodier ἐλάναι nennen.“ Hieraus folgt, daß von den Leuchtern, die ἐλάνα hießen, der Name auf die Epheben selbst überging, ähnlich wie an dem Poseidonsfest zu Ephesos<sup>(20)</sup>, wo die beim Gelage aufwartenden Epheben von den Trinkhörnern, κέρατα, den Namen Ταῦροι, Stiere, bekamen.

Erwägt man aber, daß δέλετρον auch die Laterne bezeichnet, so gewinnen wir die Überzeugung, das am Arm hängende Geräth der Flügelfrau sei wirklich eine Laterne, deren Gegenwart zum Anzünden des Lychnos beim Beginn der Pannychis unentbehrlich scheint und deren runde kapellenähnliche Form mit den in Pompeji entdeckten Laternen übereinstimmt.

<sup>(17)</sup> Zoega Bassir. di Roma Tav. XXII.

<sup>(18)</sup> Vgl. Hilinos mit Ölfäschchen auf dem athenischen Aryballos im Museum zu Carlsruhe (Creuzer e. altath. Gef. Lpz. u. Drmsdt. 1832. Panofka Namen der Vasenbildner Taf. III, 9, 10. S. 15, Abb. d. K. Akad. d. Wiss. 1848) und die bisher unberücksichtigte Helenaie BEAENAIE mit einem Lekythos auf einem etruskischen Spiegel (Gerh. Etr. Sp. I, LXXXV.).

<sup>(19)</sup> B. XV, p. 699 d u. e: Τιμαχίδας δὲ ὁ Ῥόδιος, δέλετρον τὸν φανὸν καλεῖσθαι οἷον φησιν οἱ νυκτερευόμενοι τῶν νέων ἔχουσι, οὗς οὗτοι ἐλάνας καλοῦσιν.

<sup>(20)</sup> Athen. X, 425 c.

Eine Bestätigung für diese Deutung der Elina des Scarabäus finde ich auf einem aus Gnathia stammenden, mit dem Parisurtheil bemalten Prochoos<sup>(21)</sup>, wo hinter dem sitzenden Alexandros ein dem unseres Prochoidion völlig gleicher Lychnos, von zwei Myrtenbäumchen eingeschlossen, die Helena symbolisirt<sup>(22)</sup>, welche die vor Paris sitzende Venus demselben als Liebespreis verheißt.

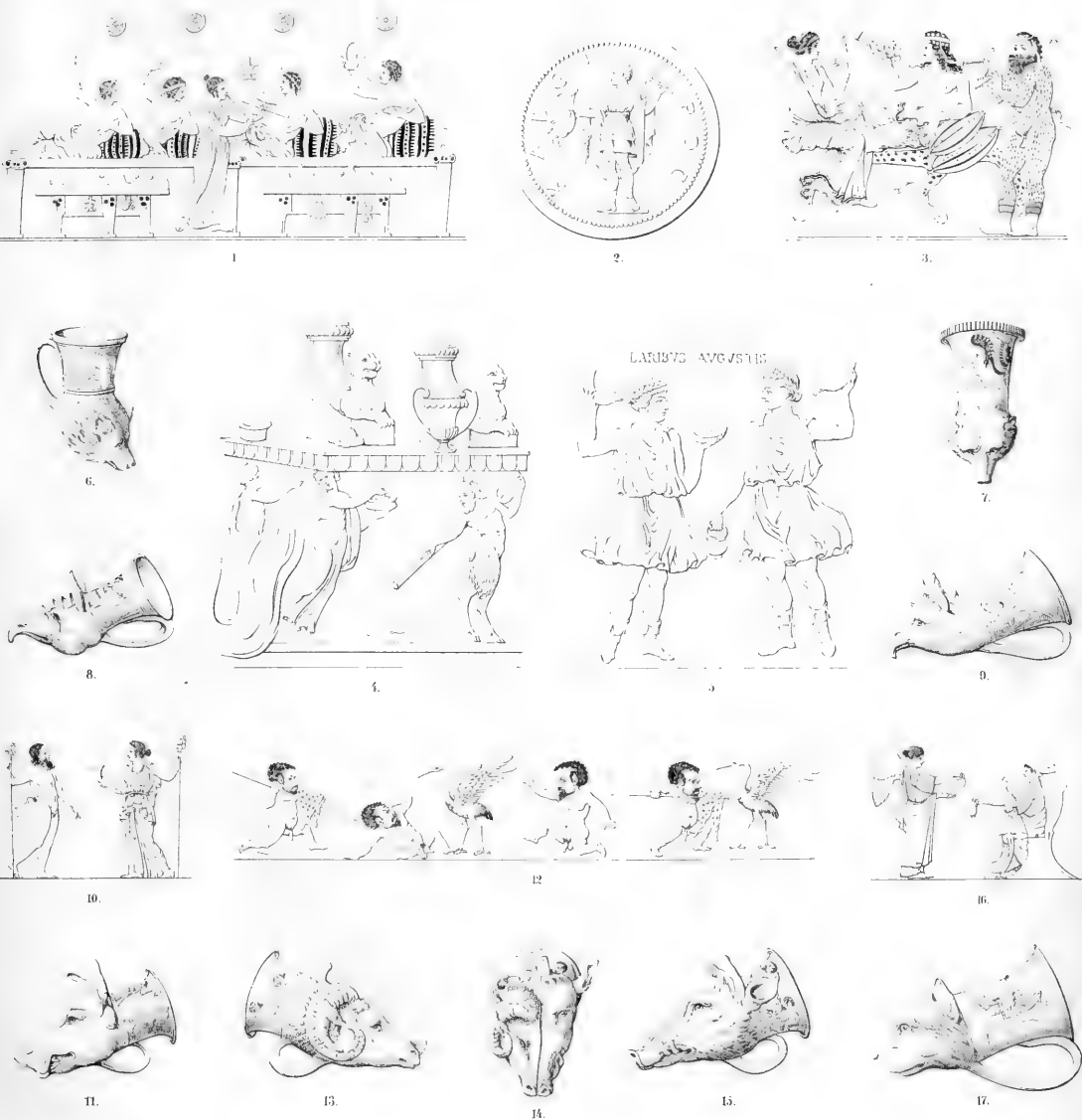
Demnach hat unser Prochoidion zunächst das Verdienst, auf das Fest Pannychis unsre Aufmerksamkeit hingelenkt und mit den bei demselben unentbehrlichsten Geräthen uns bekannt gemacht zu haben: dann aber verdanken ihm acht bisher gemißdeutete Kunstdenkmäler, nämlich sechs Vasen, wovon drei im Neapler, eine im brittischen und eine im römischen Museum Campana sich befinden, und zwei Scarabäen, einer im Wiener Kabinet, ihre richtige Benennung und Erklärung.

---

(<sup>21</sup>) Von Minervini publicirt in Avellino's *Bulletino Archeol. Napol. N. LXXXVII. Tom. V, Tav. VI, Luglio 1847.*

(<sup>22</sup>) Vom Herausgeber gänzlich übersehen.













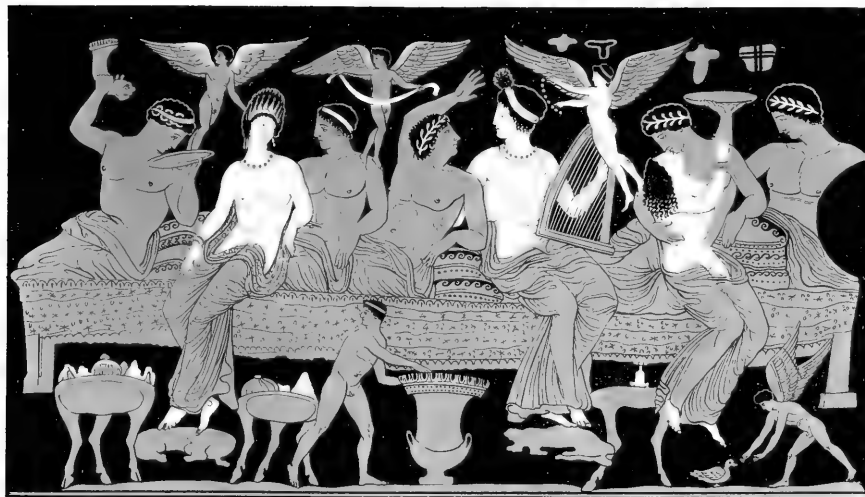


2



1

11 6



3

2

7.



## Inhalt der Erläuterungstafeln.

---

### Taf. I.

1. Trinkgelage, wobei ein Pferderhyton gebraucht wird, Vasenbild im Wiener Antikenkabinet (Laborde Vas. Lamberg I, LXII.).
2. Kabir mit Bocksrhyton, Münze von Thessalonike (Guignaut Relig. Pl. LIX, 234.).
3. Hochzeit der Ariadne und des Dionysos, mit Pegasosrhyton, Vasenbild im britischen Museum (Tischbein Vas. d'Hamilton I, 46.).
4. Zwei Panterhyton auf ihrem Untersatz auf einem Tisch stehend, worauf Pan und Echo in Relief: von einem der Silbergefäße von Bernay, in der Nationalbibliothek zu Paris (Leprevôt Vas. d'argent de Berthouville Pl. XI.).
5. Die Lares Augusti mit Greifenhyton und Widderrhyton, Relief eines Marmoraltars der Gallerie zu Florenz (Zannoni Gall. di Fir. Ser. IV, T. III, Tav. 144.).
6. Hundsrhyton mit Erigonebildniß (d'Hancarville Vas. d'Hamilton I, 28.).
7. Desgleichen (Dubois Maisonneuve Introd. à l'étude d. Vas. Pl. LXXIX, 3.).
8. Greifenhyton: im Wiener Antikenkabinet, Aphrodite (Laborde Vas. Lamberg I, XLIII.).
9. Greifenhyton: Eros Aniketos mit Phiale und Palmzweig (Panofka Recherch. sur les noms de Vas. gr. Pl. V, 84.).
10. 11. Saurhyton: Oinos und Methe.
- 12-15. Widder- und Eberhyton: Lanzenkampf der Pygmäen mit Kranichen (Tischbein Vas. d'Hamilton III, 7.).
16. 17. Pantherhyton: Galinthias und Eileithya (Gargiulo Racc. II, 22.).

### Taf. II.

1. 2. Maulthierhyton des Didymos: Eros einen Hasen bringend, Apollo Didymaeos mit einem Apfel in der Rechten vor einem Altar ΝΑΟΞ. Branchos, ΙΡΙΞ, mit Oenochöe. ΔΙΔΥΜΟΣ ΕΠΟΙΕΣΕΝ hinter und vor Apollon: im Museum zu Neapel (Mus. Borbon. V, xx.).
3. 4. Drachenhyton: Dionysos im Hesperidengarten (Gargiulo Racc. II, 16.).
5. 6. Hirschhyton: Pothos mit Flöte und Spiegel (Gargiulo Racc. II, 20.).
7. 8. Löwenhyton: Apollo Philesios, ein Hirschkalb vor sich (Gargiulo Racc. II, 15.).
9. 10. Eselshyton: Keleos und Eumolpos, Saisara und Diogeneia (Gargiulo Racc. di Monum. d. Mus. Borb. II, 17.).

11. 12. Eberhryton: Keulenkampf eines Pygmäen mit einem Kranich (Gargiulo Racc. II, 21.).  
 13. 14. Eberhryton: Hye-Semele (Mus. Borb. V, xx.).  
 15. Katzenhryton: Galinthias (Fenicia, Diana la gatta.).  
 16. 17. Greifenhryton: Herakles Kallinikos heimkehrend aus dem Hyperboreerland, wo der Kotinos wächst (Gargiulo Racc. II, 18.).  
 18. 19. Wolfsrhyton: Phädra? (Gargiulo Racc. II, 19.).  
 20. 21. Widderrhyton: zwei Silene auf der Lauer, *λογύται* (Millingen Peint. d. Vas. Pl. XXXIII.).  
 22. Jagdhundsryton: Prokris. Im Wiener Kabinet (Laborde Vas. Lamberg I, XLIII.).

## Taf. III.

1. 2. Nike Pannychis mit einem Candelaber vor dem myrtenbekränzten sitzenden Sieger am nächtlichen Aphroditefest: er hält als Preis den Pyramus in tiefer Schüssel auf der Linken: Prochoidion von Pisticii, im Besitz des Verfassers.  
 3. Nächtliches Symposion mit Psaltrien und Hetaeren, und Benutzung eines Pantherhryton: auf dem dreifüßigen Tisch steht ein Pyramus; Rückseite: Perseus mit dem Medusenhaupt in großer Götterversammlung. Prachtvase von S. Agata de' Goti im Museum zu Neapel (Mus. Borb. V, 51.).

•



# Über die Adressen der Constitutionen römischer Kaiser.

Von  
H<sup>rm.</sup> DIRKSEN.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 21. März 1850.]

Die uns verbliebenen Überreste, von Privat- gleichwie von öffentlichen Sammlungen der Constitutionen römischer Kaiser, lassen ein ungleichartiges Verfahren der Redactoren dieser Compilationen, bezüglich der Berücksichtigung vollständiger Überschriften (Inscriptionen) und Unterschriften (Subscriptionen) der excerptirten kaiserlichen Erlasse, kaum verkennen. In den Bruchstücken des Werkes *de constitutionibus* von Papirius Justus<sup>(1)</sup>, welche wir den Pandekten Justinian's<sup>(2)</sup> verdanken, und die lediglich aus Rescripten der Kaiser M. Antoninus und Verus bestehen, ist nur ausnahmsweis die Bezeichnung der Personen erhalten, an welche die K. Zuschriften gerichtet waren, nirgend aber die Spur von Subscriptionen anzutreffen. Wie es Paulus in seinen *Libri decretorum* in diesem Punkte möge gehalten haben, ist nicht mehr zu ermitteln, da es an jeder verlässlichen Nachricht fehlt, sowohl über die Einrichtung der genannten Schrift, als auch über deren Verhältnis zu den *Libri imperialium sententiarum* desselben Rechtsgelehrten<sup>(3)</sup>. Die Verfasser der Gregorianischen und Hermogenianischen Constitutionen-Sammlung sind dagegen eifrig bemüht gewesen, die Über- und Unterschriften der aufgenommenen kaiserlichen Ausfertigungen zu ermitteln und vollständig wiederzugeben. Dafür zeugen die überlieferten

---

(<sup>1</sup>) Über diesen Rechtsgelehrten S. Zimmern Gesch. d. R. Priv. Rs. Th. 1. §. 45. S. 155. fg.

(<sup>2</sup>) Die Zusammenstellung derselben findet man bei A. Augustinus de nomin. ICtor. c. 1. cl. 3. n. 9. (in Otto Thesaur. T. I. p. 129.) und in Hommel's Palingenes. libror. iur. vet. T. I. p. 617. fg. Lips. 1767. 8.

(<sup>3</sup>) S. A. Augustinus a. a. O. Cl. 4. n. 5. p. 183. Bücking Institutionen. Bd. 1. §. 20. S. 48. Bonn. 1843. 8.

Fragmente beider Sammlungen<sup>(4)</sup>; besonders aber wird dies beglaubigt durch die beiläufige Meldung des Verfassers der *Collat. LL. Mos. et R.*<sup>(5)</sup>, dass ein aus dem Hermogenianischen Constitutionen-Codex von ihm mitgetheiltes Rescript Diocletian's zwar auch in der Gregorianischen Sammlung enthalten sei, jedoch daselbst eine abweichende Subscription führe. Dies berechtigt zu der Folgerung, es möge in der Hermogenianischen Sammlung eine Wiederholung der, in der vorangegangenen Gregorianischen bereits enthaltenen, Texte bloß da angetroffen worden sein, wo die Vervollständigung der diplomatischen Treue des Referates dies zu erfordern schien.

Zur Rechtfertigung der angedeuteten Ungleichheit in dem Verfahren der genannten Rescripten-Sammler kann kaum dienen die Hinweisung auf die, überdem für die älteren Compiler in bei weitem geringeren Grade als für die späteren vorhanden gewesene,<sup>(6)</sup> Schwierigkeit einer genauen Ermittlung des Zeitpunktes der Ausfertigung jeder einzelnen Constitution. Vielmehr ist die Eigenthümlichkeit des Planes der verschiedenen Compilationen als die vornehmste Veranlassung jener Erscheinung zu betrachten. Papirius Iustus scheint in seinem angeführten Werke vornehmlich die Resultate in's Auge gefasst zu haben, welche für die Doctrin und Praxis des zu seiner Zeit geltenden Rechts aus den Rescripten der *Divi Fratres* abgeleitet werden konnten. Daher hat er gewöhnlich ein blosses Referat des Inhaltes derselben mitgetheilt, und nicht unterlassen es besonders hervorzuheben, wenn ausnahmsweis auch die Textesworte der rescribirenden Kaiser in seine Darstellung übertragen wurden. Die einzelnen Rescripte dürften demgemäss weder der Zeitfolge nach geordnet, noch mit Subscriptionen versehen gewesen sein. Eine durchaus verschiedene Aufgabe war dagegen den beiden Rescripten-Sammlungen der spätern Zeit gestellt. Dieselben sollten die, für die unmittelbare Anwendung in der Rechtspraxis der Gegenwart noch brauchbaren Texte der K. Rescripte und Decrete mit diplomatischer

(<sup>4</sup>) S. die Sammlung derselben von G. Hänel (in dem Corp. I. R. Ante-Iust. Bonn. 1837. 4.)

(<sup>5</sup>) Tit. VI. c. 5. a. E.

(<sup>6</sup>) Es würde kaum befremden, wenn bei jenen die Angaben der Chronologie häufig unzureichend gelautet hätten; und nichtsdestoweniger scheint dies nur selten der Fall gewesen zu sein, indem die Constitutionen mit mangelhaften Subscriptionen die Ausnahme bilden, sowohl in der *Collat. LL. Mos.* (S. X. 3. fg. XV. 3. §. 8.) als auch in Iustinian's Constitutionen-Codex. (Vergl. die Const. De Iust. Cod. confirm. §. 3.)

Treue wiedergeben. Zur Erreichung dieses Zweckes war, für die Feststellung der Identität jeder einzelnen Constitution, die Mittheilung der vollständigen Inscription, und für die Sicherung der Chronologie wiederum die genaue Bezeichnung des Tages gleichwie des Jahres der Ausfertigung unerlässlich, während die nämliche Sorgfalt hinsichtlich der Ortsangabe und der Namenszeichnung als minder dringlich erscheinen mochte<sup>(7)</sup>.

In den amtlichen, durch Theodos d. J. sowie durch Iustinian veranstalteten, Constitutionen-Sammlungen war für die Erhaltung der vollständigen In- und Subscriptionen bereits durch die Vermittelung der Conceptions Patente<sup>(8)</sup> Sorge getragen. Man hatte darin den Compilatoren freilich zugestanden, den Text der einzelnen Constitutionen, nach dem Bedürfnis des Systems der Sammlung und zur Förderung der Übereinstimmung des Inhalts, beliebig zu theilen, sowie durch Auslassungen oder Einschaltungen denselben passend für die Praxis der Gegenwart herzustellen. Daneben aber waren sie ausdrücklich angewiesen worden, in jedem besonderen Abschnitte die aufzunehmenden Verfügungen nach der Zeitfolge zu ordnen, und zur Sicherstellung dieses Verfahrens jeder einzelnen Urkunde die in der Inscription und Subscription enthaltenen Merkmale der Chronologie zu belassen. Und dass dies wirklich zur Ausführung gebracht worden sei, ergibt sowohl das Anerkenntnis der genannten Kaiser in den Publications-Patenten ihrer bezüglichen Sammlungen<sup>(9)</sup>, so wie das Beispiel der Citate von Texten des Theodosischen Constitutionen-Codex in späteren Compilationen römischer Rechtsquellen<sup>(10)</sup>, als auch die Vergleichung der uns überlieferten umfangreichen Überreste des Original-Textes desselben Theodosian. Cod. und der Westgothischen Epitome<sup>(11)</sup>, imgleichen der unverkürzten Handschriften von Iustinian's Constitutionen-Sammlung.

---

(7) Bezüglich des zuletzt genannten Punktes hat die Formulirung der Subscriptionen in den verschiedenen Zeitabschnitten der R. Kaiserregierung gewechselt. Vatic. Fr. §§. 26. fgg. 41. fg. 266 a. fgg. Cod. Iust. c. 3. c. 6. de div. resc. 1. 23. Vergl. Brissonius de Formul. III. 82.

(8) Theod. Cod. I. 1. de Const. Pr. c. 5. c. 6. ed. Haen. Const. Iust. de novo Cod. fac. §. 2.

(9) Const. Theodos. II. de Th. C. auctor. §. 4. Const. Iustinian. de Iust. Cod. confirm. §. 3.

(10) Z. B. in der *Consult. vet. I. Cti.* Vergl. Corp. I. R. Ante-Iust. Fasc. I. p. 393. sq. Bonn. 1835. 4.

(11) S. die Ausg. der *L. Rom. Visigoth.* von G. Haenel. Berol. 1847. F.  
*Philos.-histor. Kl.* 1850.

Diese Thatsachen genügen zur Erklärung der Erscheinung, dass mit dem Beginne gründlicher Vorarbeiten zur Kritik und wissenschaftlichen Auslegung des Textes von Iustinian's Constitutionen-Codex die Bemühungen der Gelehrten vornehmlich auf die Feststellung der In- und Subscriptionen bei den einzelnen Constitutionen von selbst sich richteten. Man suchte aus diesen Elementen der Chronologie sowohl die, in der Anweisung des Kaisers angedeutete, Aushilfe zur Herstellung der Reihenfolge der Verordnungen in jedem Abschnitte des Systems zu schöpfen, als auch, im Widerspruch mit dem Verbote Iustinian's, den Vortheil zu sichern, der, durch die Verknüpfung der äusserlich getrennten Bestandtheile des Inhaltes ausführlicher kaiserlicher Gesetze, für die Auslegung derselben in Aussicht gestellt war<sup>(12)</sup>. Dass ein solches Bestreben durch die Bekanntmachung der Überreste des *Theodosianus Codex* bedeutend gefördert wurde, ist den Kennern der Literatur des R. Civilrechts, gleichwie den Bearbeitern der Geschichte der christlichen Kirche, zur Genüge bekannt<sup>(13)</sup>.

Allein die nämlichen Thatsachen dürften nicht minder ausreichen zur Lösung eines andern Problems. Hätte den Kritikern und Auslegern nicht bei jeder einzelnen Constitution die Beziehung auf eine bestimmte Sammlung vorgeschwebt, so würde die sorgfältige Behandlung der In- und Subscriptionen schwerlich stehn geblieben sein bei der Erwägung einzelner in die Augen fallender Elemente. Es würde vielmehr das Studium dieser äusseren Kriterien der Abstammung einer jeden kaiserlichen Verordnung sehr bald zu der Überzeugung geführt haben, dass auch die minder scheinbaren Merkmale, insofern eine Regel bei ihrer Anwendung sich erkennen lasse, der Prüfung nicht entzogen werden dürfen. Man hat aber höchstens mit der Deutung zufälliger Eigenheiten vereinzelter Subscriptionen sich abgemüht, und die auf diesem Wege geförderten Leistungen<sup>(14)</sup> sind begreiflich wenig

<sup>(12)</sup> Vergl. D. Cappelen-Hunthum Disp. de rescript. Princ. R. §. 10. (Oelrichs Thes. Diss. Belg. II. 3. n. 16.)

<sup>(13)</sup> Vergl. z. B. Th. Reinesius in Epist. ad C. Hoffmannum et C. I. Rupertum. Ep. 27. p. 113. — 120. Lips. 1660. 4.

<sup>(14)</sup> Zum Beweise mag dienen der Streit über die Deutung des, in den Subscriptionen verschiedener kaiserlicher Verordnungen bisweilen vorkommenden Formulars: (*Lex proposita sub edicto*, oder auch *antelato edicto* (sc. Pf. P.) Betheiligt bei dieser Erörterung haben sich vornehmlich Cl. Salmasius und Jac. Sirmond. (S. des letztern Propempticum Cl. Salmasio adv. eius Eucharisticum. Lib. 2. c. 2. Par. 1622. 8.) Vergl. auch I. Go-



erquicklich ausgefallen. Würde die Vergleichung des Inhaltes jeder einzelnen K. Constitution in genaue Verbindung getreten sein mit der Untersuchung sämtlicher Eigenthümlichkeiten von deren Inscription und Subscription, dann hätte man nicht einseitig festhalten können an der, freilich durch gewichtige Stimmführer<sup>(15)</sup> unterstützten Voraussetzung, als ob die Kritik der In- und Subscriptionen, ausser für die Geschichte der Bildung und Anwendung des römischen Rechts unter der Herrschaft der Kaiser, nur noch zur Aushülfe für die Feststellung zweifelhafter Thatsachen aus dem Bereiche des nämlichen Abschnittes der Geschichte des römischen Staates<sup>(16)</sup> zu benutzen sei.

Es will uns bedünken, dass für das bezeichnete Studium noch andere Richtungen zu ermitteln seien. Kaum aufgeworfen, vielweniger ernstlich erwogen, ist diese Frage: ob zur festeren Begrenzung des zweifelhaften Gattungs-Charakters einzelner Constitutionen, z. B. der *Sanctiones pragmaticae*, nicht vielleicht ein verlässlicher Anhaltspunkt gewonnen werden könne durch die Vergleichung des Inhaltes mit allen Einzelheiten von deren Inscriptionen und Subscriptionen? Nicht minder ist die Wahrnehmung, dass K. Rescripte an Privaten in der eigentlichen Adresse ihrer Inscription, d. h. in der Bezeichnung der Persönlichkeit des Bittstellers, manche Eigenthümlichkeit bekunden, den Gelehrten zwar keineswegs durchaus entgangen, allein blos in der beschränkten Beziehung auf die Personen von Soldaten und Frauen aufgefasst worden<sup>(17)</sup>. Ungleich belangreicher dürfte diese Erörterung sein: welche Bewandnis es gehabt habe mit den sg. *Collectiv-*

---

thofredus in Comm. ad Th. C. I. 13. c. 1., dessen Bemerkungen Ritter (Not. ad Nov. Valent. III. de XXX. ann. praescr. Tit. 8. ed. Goth. Tit. 26. ed. Haen.) copirt hat.

<sup>(15)</sup> J. Gothofred. Prolegom. ad Th. C. c. 8. c. 9. Auch Reinesius a. a. O. kann dahin gezählt werden.

<sup>(16)</sup> Der angeführte Commentator bezeichnet als solche Thatsachen die Ermittlung der Person des Verfassers einer Constitution, (ob der Kaiser des Morgen- oder Abendlandes?) so wie seines damaligen Aufenthalts-Ortes.

<sup>(17)</sup> Vergl. Huschke, in d. Zeitschr. f. gesch. RsW. XIII. 1. S. 12. Anm. 8. Die früheren Civilisten haben sich begnügt, diese Thatsache zu besprechen, dass auf die Anfragen von Personen aus allen Schichten der bürgerlichen Gesellschaft Rescripte der R. Kaiser ausgefertigt worden seien. S. Cappelen-Hunthum a. a. O. Die bei den Sklaven eintretende Ausnahme findet man angedeutet in c. 1. de precib. Imp. offer. 1. 19. (S. unten Anm. 123.)

Adressen<sup>(18)</sup>, d. h. mit den Überschriften der, an eine Mehrzahl von Supplicanten gerichteten Rescripte?

Die folgende Untersuchung ist bestimmt, die angedeuteten Richtungen dieses Studiums genauer in's Auge zu fassen. Es soll zuvörderst an einigen hervorragenden Beispielen nachgewiesen werden, wie die gesonderte Auffassung der Adresse und der Subscription nicht ausreichen kann, um eine begründete Überzeugung von dem Charakter jeder einzelnen Constitution vorzubereiten, vielmehr die Prüfung sämtlicher Einzelheiten des Inhaltes, nebst der Vergleichung des von andern Referenten der fraglichen Verfügung beigelegten Prädicates, in Verbindung damit gebracht werden muss.

## I.

Schon in dem ersten Conceptions-Patent (v. J. 429.) hat K. Theodosius II. das Material seiner Constitutionen-Sammlung also begrenzt. Es sollten sämtliche K. Verordnungen, die durch Constantin und dessen Nachfolger, bis herab auf die Gegenwart, erlassen und mit der Autorität von Edicten, oder sonst mit allgemeiner Geltung versehen worden waren, zur Prüfung der Compileren gelangen und, mit Rücksicht auf das Bedürfnis der gegenwärtigen Rechtspraxis, benutzt werden<sup>(19)</sup>. In dem zweiten Conceptions-Patent (v. J. 435.) ist diese Anweisung wiederholt und durch den Zusatz noch vervollständigt, dass auch die, ursprünglich nur zu einer beschränkten Bekanntmachung und Geltung, in einzelnen Provinzen oder Civitates, bestimmt gewesenen K. Constitutionen von der Aufnahme nicht ausgeschlossen sein sollten<sup>(20)</sup>. Das Publications-Patent der Sammlung (v. J. 438.) hat diesen Punkt bloß oberflächlich berührt<sup>(21)</sup>, und Justinian<sup>(22)</sup>,

<sup>(18)</sup> Von den entsprechenden Collectiv-Bezeichnungen, der Namen einer Mehrzahl von Stiftern desselben epigraphischen Denkmals, wird unten (Anm. 113. 114.) die Rede sein.

<sup>(19)</sup> Th. C. I. 1. c. 5. pr. „Ad similitudinem Gregoriani atque Hermogeniani codicis cunctas colligi constitutiones decernimus, quas Constantinus inclutus et post eum divi Principes nosque tulimus, edictorum viribus aut sacra generalitate subnixas. — Ad tanti summationem operis et contexendos codices (quorum primus omni generalium constitutionum diversitate collecta — inanem verborum copiam recusabit etc.)”

<sup>(20)</sup> c. 6. eod. „Omnes edictales generalesque constitutiones, vel in certis provinciis seu locis valere aut proponi iussae, quas D. Constantinus posterioresque Principes ac nos tulimus, indicibus rerum titulis distinguantur.”

<sup>(21)</sup> Const. Theod. II. de Th. C. auct. §. 1. „Verum exegimus negotium temporis nostri, — retro Principum scita vulgavimus etc.”

gleichwie die anderen Berichterstatter<sup>(23)</sup>, sind bei der Schilderung des *Theodosian. Cod.* durchaus nicht eingegangen auf die Bezeichnung der Gattungen der darin übertragenen K. Verfügungen.

J. Gothofredus<sup>(24)</sup> hat an die bezügliche Äusserung des K. Theodosius eine so umfassende Auslegung geknüpft, dass seine Anhänger glaubten, nicht ohne Vorbehalt derselben beitreten zu dürfen<sup>(25)</sup>. Er behauptet nämlich, es ergebe der Inhalt dieser Sammlung, dass sämmtliche Arten der K. Constitutionen Eingang in dieselbe gefunden haben, lediglich mit Ausnahme der Rescripte an Privatpersonen (*subnotationes*) und der summarischen Bescheide in bürgerlichen Streitsachen (*interlocutiones*). Sein Verzeichnis der aufgenommenen Stücke umschliesst: Edicte, Rescripte an richterliche und Verwaltungs-Beamte, so wie einseitige Anschreiben der Kaiser an dieselben; ferner die an den Senat gerichteten Ansprachen; die *sanctiones pragmaticae*; die Aufzeichnungen der, in dem Consistorium des Kaisers, oder in dem Rathe der bewaffneten Macht gepflogenen, Verhandlungen; imgleichen die dienstlichen Anweisungen, für die Statthalter und für verschiedene Unterbeamten in den Provinzen.

Es ist bereits bei einer andern Veranlassung<sup>(26)</sup> aufmerksam gemacht worden auf die Gründe der Unsicherheit, welche in den Ansichten des J. Gothofredus, gleichwie in denen seiner Vorgänger und Nachfolger, in

<sup>(22)</sup> Const. Iustin. de novo Cod. fac. in Pr. Const. de Iust. Cod. confirm. §. 1.

<sup>(23)</sup> Die Nachweisung dieser Zeugnisse findet man in des J. Gothofredus Proleg. in Th. C. c. 1. §. 2.

<sup>(24)</sup> Ebendas. c. 2. z. Anf. „Si species constitutionum quaeras, hic occurrunt non edicta tantum sed et rescripta varia ad consultationes magistratum emissa; epistolae item, seu litterae ad magistratus, orationes ad Senatum, pragmaticae, acta habita in consistoriis Principum itemque in principiis; mandata denique data rectoribus provinciarum, censoribus, peraequatoribus missis, cognitoribus futuris in collatione etc.“ In Verbindung damit steht die Ausführung in dem Paratitl. zum Th. C. I. 1., wo es unter andern heisst: „Secundo fuerunt Rescripta ad consultationes magistratum, quorum plenus est hic Codex, quomodo et ad preces privatorum nonnullae.“

<sup>(25)</sup> Sie verweisen entweder bloß auf die Ausführung des J. Gothofredus, (S. Bach Hist. imp. R. III. 4. Sect. 2. §. 4.) oder sie begnügen sich mit der Übersetzung der Textesworte des Theodosischen Patents, (Puchta Curs. d. Inst. I. §. 136. Walter Gesch. d. R. Rs. Th. 2. §. 424. Ausg. 2.) oder sie drücken sich unbestimmt aus. (Zimmern a. a. O. I. §. 47. S. 166.)

<sup>(26)</sup> Vergl. die Abhdlg.: Üb. d. pragmat. Sanctionen. (Jahrg. 1846. S. 134. fg. dieser Sammlg.)

Bezug auf die Charakterisirung gewisser Gattungen der K. Constitutionen, namentlich der *Epistolae* und der *Pragmatica*, nicht zu verkennen ist. Die Anwendung solcher schwankenden Begriffe auf die hier vorliegende Frage konnte freilich nicht zu befriedigenden Resultaten führen. Wir werden dagegen mit der Aussicht auf einen genügenderen Erfolg bei dieser Erörterung zu Werke gehn, wenn wir die Erklärung der vorangestellten Textesworte des jüngeren Theodosius zum Anhaltspunkt der Prüfung machen. Daran knüpft sich dann von selbst die Untersuchung: ob die in den Theodos. Cod. thatsächlich aufgenommenen K. Verfügungen, nach den Merkmalen der Form und den Ergebnissen des Inhalts, eine grössere Mannichfaltigkeit der Gattungen und Arten, als nach dem Resultate jener Auslegung vorauszusetzen war, wirklich erkennen lassen?

Die wörtliche Bezeichnung in dem ersten Conceptions-Patent („*editorum viribus aut sacra generalitate subnixas;*“) welche die vorangeschickten Ausdrücke („*cunctas constitutiones, quas Constantinus inclytus et post eum divi Principes nosque tulimus;*“) genauer zu begrenzen bestimmt war, schliesst freilich die Statthaftigkeit der weiten Auslegung des J. Gothofredus schlechthin aus. Allein so wie es diesem Gelehrten nicht zum Vorwurf gereicht, von jenem erst in unsern Tagen veröffentlichten Actenstücke keine Kunde gehabt zu haben, so ist auch die Voraussetzung nicht vorweg abzuweisen, es möchten vielleicht durch den Kaiser in dem zweiten Conceptions-Patent die Grenzen seines Unternehmens absichtlich mehr ausgedehnt worden sein. Denn möglicherweise könnte der Zusatz, dass auch die zur Bekanntmachung in einzelnen Provinzen oder Städten bestimmt gewesenen Constitutionen von der Sammlung nicht auszuschliessen seien, in einer solchen Weise gedeutet werden. Nichtsdestoweniger ist ein derartiges Postulat mit Entschiedenheit zurückzuweisen. Die, aus der Vergleichung der beiden Conceptions-Patente zu folgernde, spätere Änderung des ursprünglichen Planes ergiebt vielmehr eine Beschränkung des ersten Projectes, als eine Erweiterung desselben. Es sollte nämlich die, anfangs neben der Constitutionen-Sammlung beabsichtigte, summarische Compilation aus den Organen des Juristen-Rechts ganz aufgegeben werden. Die Redaction der K. Constitutionen wurde wiederholt besprochen, damit zum Behuf der Erledigung des unmittelbaren Bedürfnisses, aus dem überreichen Material nur die für die Rechtspraxis der Gegenwart noch brauchbaren Bestandtheile ausgewählt

und der Inhalt jedes einzelnen Excerptes mit dem der übrigen Stücke in Einklang gebracht werden möchte. Die bezüglichliche Anweisung für die Compileren und das denselben gemachte Zugeständnis, den Text der epitomirten Originale durch Interpolationen dem Verständnis der Gegenwart näher zu rücken<sup>(27)</sup>, führte nicht über die Schranken des ersten Entwurfes hinaus, sondern enthielt nur die anschauliche Ausführung der ursprünglichen summarischen Information<sup>(28)</sup>. Und ebenso war der Zusatz, dass die Örtlichkeit der Bestimmung und Bekanntmachung einzelner K. Constitutionen kein Hindernis bilden dürfe für deren Aufnahme in die amtliche Sammlung, lediglich darauf berechnet, jedem Zweifel zu begegnen über die Deutung des Prädicates einer „*generalis sanctio*.“ Denn nicht blos die *Orationes Principum ad Senatum, vel populum*, sowie die Ansprachen der Kaiser an das Heer, auf die wir in dem Theodos. Cod. stossen, sondern auch die Zuschriften an sämtliche Provinzialen, oder an die Bewohner einer vereinzelter Provinz, waren ursprünglich unter abweichenden Formen und innerhalb ungleicher Grenzen zur Geltung gelangt, in Gemässheit der für jeden besondern Fall von dem Kaiser ertheilten Anweisung. Das nämliche gilt auch von den *Sanctiones pragmaticae*, die weder überall zur öffentlichen Bekanntmachung geeignet, noch umgekehrt einer solchen durchaus unzugänglich waren<sup>(29)</sup>, vielmehr nach der Absicht des Urhebers einer jeden Verfügung einen Unterschied zuliessen, sowohl hinsichtlich der Äusserlichkeit ihrer Veröffentlichung, als auch nach der Ausdehnung ihrer Verbindungskraft. Es liegt demnach in den bezüglichlichen Ausdrücken des zweiten Conceptions-Patents von Theodosius durchaus nicht eine Hinweisung auf Rescripte, Mandate u. dgl. m. Allein es bleibt noch zu untersuchen, ob der thatsächliche Inhalt der Theodosischen Constitutionen-Sammlung im Einklange ist mit dieser Auslegung, oder ob derselbe geeignet erscheint, die schrankenlose Deutung des J. Gothofredus zu unterstützen?

Die äusseren gleichwie die inneren Kriterien, zur Ermittlung von Gattungen und Arten der kaiserlichen Constitutionen, sind eben so mannichfaltig als von ungleicher Beweiskraft. Die Geltung derselben ist, zumal in der Anwendung auf die Theodosische Sammlung, mit besonderer Sorgfalt

<sup>(27)</sup> Theod. C. I. 1. c. 6. pr. §. 1.

<sup>(28)</sup> Ebendas. c. 5.

<sup>(29)</sup> Über diejenigen, die dies behaupten, S. des Verf. angef. Abhdlg. S. 140. Anm. 1.

abzuwägen, und nur, auf Grund des Zusammentreffens verschiedener untrüglicher Erkennungszeichen, in dem einzelnen Fall eine Entscheidung jener Frage vorzubereiten. Dies um so mehr, da K. Theodosius II. die Compilatoren ausdrücklich angewiesen hatte, den dispositiven Theil des Inhaltes jeder Constitution ausschliesslich zu berücksichtigen, dagegen von den Äusserlichkeiten des Textes abzusehn, und lediglich zur Sicherstellung der chronologischen Folge die Inscriptionen und Subscriptionen wiederzugeben<sup>(30)</sup>. Daraus ergab sich zunächst, dass bei den Subscriptionen nur geringe Sorgfalt verwendet zu werden brauchte auf die Bezeichnung der Form, und zum Theil auch der Örtlichkeit, der Ausfertigung; sodann dass der, die charakteristischen Beziehungen der erlassenen Verfügung bestimmt hervorhebende, rhetorische Eingang und Schlusssatz fast ohne Ausnahme aufgeopfert werden musste. Am deutlichsten erhellet dies aus der Vergleichung der vollständig überlieferten Texte Theodosischer und Justinianischer Novellen, die ein Gesamtbild der specifischen Eigenheit jeder einzelnen Verordnung uns entgegentreten lassen, während ein solches für die Bestandtheile des Theod. Cod. nur durch die Vermittelung einer mühsamen Induction in gleicher Anschaulichkeit gewonnen werden kann.

Als durchaus trügerisch, für die Ermittlung des Gattungs-Charakters der Elemente dieser Constitutionen-Sammlung, erscheint das folgende Merkmal. Wenn die Adresse einer Constitution blos den Namen der Person des Empfängers, ohne ein zur Charakterisirung derselben beigefügtes Prädicat, aufzuweisen hat; oder wenn bei der Formulirung der Adresse des Beamten und der Behörde, an welche die Constitution gerichtet ist, man die Präposition *ad*, statt der Bezeichnung mittels einfacher Beugung des Eigennamens, in Anwendung gebracht findet. Für die Abwesenheit des amtlichen Prädicates, neben dem Geschlechtsnamen des Adressaten, fehlt es freilich nicht an zahlreichen Beispielen in dem Theod. Cod.; allein der Grund davon ist ein lediglich zufälliger, nämlich es ist diese Thatsache theils aus der mangelhaften Überlieferung der handschriftlichen Texte<sup>(31)</sup>, theils aus der von den Compilatoren bewiesenen Sorglosigkeit<sup>(32)</sup> zu erklären. Das Postulat, als

<sup>(30)</sup> Th. C. a. a. O. c. 6. pr. §. 1. vergl. c. 5.

<sup>(31)</sup> Wie dies aus den Fällen einer blos unvollständig erhaltenen Titulatur des Adressaten zu entnehmen ist.

<sup>(32)</sup> So z. B. wenn der, schon im Theod. C. sehr verkürzt gelieferte, Text einer Con-

ob in solchen Fällen Rescripte an Privatpersonen vorliegen, darf mit Entschiedenheit abgewiesen werden. Denn gewöhnlich passt der Namen der bezeichneten Person auf einen anderweit aus demselben Zeitraum bekannten hohen Staatsbeamten; auch hat bisweilen die, in Justinian's Sammlung vollständiger erhaltene, Adresse der nämlichen Constitution die Angabe des amtlichen Charakters, neben dem Eigennamen des Adressaten, wirklich aufzuweisen<sup>(33)</sup>; oder es erscheint die Form der Subscription als unvereinbar mit den Merkmalen eines Rescriptes<sup>(34)</sup>; oder endlich es geht aus Sprache und Inhalt überzeugend hervor, dass der Kaiser gegenüber einer Persönlichkeit mit öffentlichem Charakter sich hat vernehmen lassen, und dass seine Verfügung bestimmt war, zur Kunde mehrerer zu gelangen<sup>(35)</sup>. Was aber die, in der Theodosischen gleichwie in der Justinianischen Sammlung überall sichtbare, Verschiedenheit der Bezeichnung des Namens des Adressaten, mittels der eingeschobenen Präposition *ad*, oder ohne diese, anbelangt, so ist darauf zunächst durchaus nicht Gewicht zu legen<sup>(36)</sup>. Da nämlich, wo das *ad* vorkommt, bezieht es sich auf den gewöhnlichen Ausfertigungs-Vermerk in der Subscription: *Dat. v. Missa etc.* Es dient demnach diese Präposition als ein Merkmal der vorgekommenen Vollziehung; während die bloße Anführung des Eigennamens eher einen Bestandtheil der unmittel-

---

stitution mit der nämlichen flüchtigen Angabe der Adresse in Justinian's Sammlung wiedergegeben ist: S. Th. C. II. 19. c. 1. vergl. Iust. C. c. 27. de inoff. testam. 3. 28. Th. C. VI. 37. c. 1. vergl. Iust. C. c. 1. de perfectiss. dign. 12. 33.

<sup>(33)</sup> S. Th. C. IX. 3. c. 2. (Iust. C. c. 2. de cust. reor. 9. 4.) Th. C. IX. 40. c. 1. (Iust. c. 16. de poen. 9. 47.) Th. XII. 1. c. 8. (Iust. c. 1. de magistr. munic. 1. 56.)

<sup>(34)</sup> z. B. der Vermerk der öffentlichen Bekanntmachung: *PP. (Vatic. Fr. §§. 23. 26. Th. C. V. 6. c. 1. VIII. 1. c. 1. IX. 16. c. 1. IX. 17. c. 3. XII. 1. c. 1. c. 10. XIII. 4. c. 1. XIII. 5. c. 6.)* oder der amtlichen Bescheinigung des Empfanges: *Dat. — Acc.* (das. VII. 22. c. 1. IX. 1. c. 2. IX. 24. c. 1. IX. 40. c. 1. XI. 19. c. 1. XIV. 1. c. 1.) (*Vatic. Fr. §. 35. vergl. Th. C. III. 1. c. 2. Vatic. §§. 37. 39.*) auch *Acc. allein.* (Th. VIII. 5. c. 1.)

<sup>(35)</sup> z. B. *Omnes sciant!* (das. IX. 40. c. 3. XI. 22. c. 2.) *Omnibus denunciaret auctoritas tua!* (VII. 1. c. 8. c. 9.) *Universi contendant, v. teneantur!* (V. 6. c. 1. XII. 1. c. 36.) Vergl. Brissonius de Form. III. 75.

<sup>(36)</sup> Die Compileren Justinian's haben nicht Bedenken getragen, bei der Aufnahme einer Constitution des Theod. Cod. das in der Adresse vorkommende *ad* bisweilen ganz auszumerken. Vergl. z. B. c. 1. de cursu pub. 12. 51. mit Th. C. VIII. 5. c. 2. Oder auch umgekehrt, sie haben es an manchen Stellen eingeschaltet, während es im Original vermisst wird. S. c. 6. de postul. 2. 6. und Th. C. II. 10. c. 5. [al. c. 2.] eod. c. 1. Qu. Imp. int. pup. 3. 14. vergl. Th. C. I. 19. c. 2.

baren Ansprache des Adressaten bildet<sup>(37)</sup>. Die Belege dafür sind theils in gelegentlichen directen Äusserungen der R. Kaiser selbst<sup>(38)</sup> enthalten, welche mit denen der classischen Juristen<sup>(39)</sup> übereinkommen, theils dem Sprachgebrauche der nichtjuristischen Gewährsmänner aus der Kaiserzeit<sup>(40)</sup> zu entnehmen. Die Form der Bezeichnung des Adressaten mittels der Verbindung der Präposition *ad* mit dessen Namen war begreiflich am wenigsten geeignet für Rescripte<sup>(41)</sup>; gleichwohl fehlt es auch bei diesen nicht durchaus an Beispielen von deren Anwendung<sup>(42)</sup>.

<sup>(37)</sup> Dies erhellet aus denjenigen Rescripten, die neben der Adresse auch noch die Eingangs-Phrase der *Epistolae Pr.* (*Suo N. N. salutem!*) aufzuweisen haben. c. 9. c. 13. de app. et cons. 7. 62. Vatic. Frr. §. 272. vergl. c. 1. de revoc. don. 8. 56. c. 1. Qui milit. poss. 12. 34.

<sup>(38)</sup> z. B. Th. C. IV. 12. c. 5. (— „*Data epistola ad V. C. Vicarium etc.*“ vergl. VIII. 1. c. 8. VIII. 4. c. 6.) V. 1. c. 2. (— „*Nam constitutio D. Constantini ad Bassum Pf. V. emissa etc.*“ vergl. c. 1.) VI. 4. c. 7. („*Litteris ad Hilarianum P. P. destinatis praecepimus etc.*“ vergl. c. 3. c. 18.) VII. 4. c. 24. („*Nam ad Ill. quoque Magistros utriusque militiae sacri apices cucurrerunt etc.*“) Vergl. auch Nov. Valent. III. De confirm. h. qu. admin. Tit. 31. c. 1. pr. und Th. C. VIII. 1. c. 5. VIII. 6. c. 1. VIII. 15. c. 8. XII. 1. c. 83. Iust. C. c. 6. de praescr. l. t. 7. 33. S. auch unten Anm. 43.

<sup>(39)</sup> Vergl. z. B. Fr. 3. §§. 1. 2. D. de testib. 22. 5. Fr. 26. D. de excus. tut. 27. 1. „*adparet ex rescripto Divorum Marci et Commodi, quod rescripserunt Praefecto annonae.*“ S. auch: Fr. 3. §. 2. de legit. tut. 26. 4. Fr. 1. pr. de inspic. ventre. 25. 4. Fr. 5. §§. 3. 4. ut legat. serv. c. 36. 3. Vatic. Frr. §. 223. 235. Fr. 1. D. de off. Prf. Vr. 1. 12. Fr. 1. §. 3. ut in poss. legat. 36. 4. Fr. 6. §. 1. de interd. et releg. 48. 22. Fr. 12. §. 1. de accusat. 48. 2. Fr. 20. pr. de manum. 40. 1. cf. Fr. 4. pr. eod. Fr. 1. §§. 1. 3. §. 27. de quaestion. 48. 18. Fr. 2. §. 4. de vulg. et pup. 28. 6.

<sup>(40)</sup> Wir verweisen auf den amtlichen Briefwechsel zwischen K. Trajan und Plinius (Plin. Ep. X.) und auf die Formen des Redeausdrucks der *Scriptores Hist. Aug.* bei der Mittheilung brieflicher Urkunden. So z. B. *Epistola missa ad etc.*, (Vulc. Gallican. in Av. Cassio. 9. Vopisc. in Aurelian. 26. 38.) oder *scripta ad etc.* Treb. Pollio in D. Claud. 8. Spartian. in Pesc. Nig. 3. sq.) auch *data ad etc.* (Vopisc. a. a. O. 7. 47. in Probo. 7. 10.)

<sup>(41)</sup> Bei diesen wechseln die Umschreibungen der Adresse nicht unerheblich. Gaius I. 102. „*Nunc ex epistola optimi Imp. Antonini, quam scripsit pontificibus etc.*“

<sup>(42)</sup> In Justinian's Constitutionen-Sammlung begegnet man nur wenig Beispielen dieser Gattung, (c. 3. c. 17. ex qu. c. infam. 2. 12. c. 1. de poena iud. 7. 49.) deren Beweiskraft überdem durch die Wahrnehmung geschwächt wird, dass die Compileren bei gleicher Veranlassung es nicht eben strenge genommen haben mit der diplomatischen Genauigkeit ihrer Angaben. (S. zuvor Anm. 36.) Da, wo die Adresse eines Rescriptes blos in dem Berichte eines andern Referenten erwähnt wird, ist freilich der Gebrauch der Präposition *ad* durchaus in der Ordnung. S. z. B. c. 3. in qu. c. pign. 8. 15. c. 13. de fideiuss. et mand. 8. 41. Vergl. Fr. 1. §. 3. D. ad S. C. Tertull. 38. 17. Fr. 22. de bon. libert. 38. 2. Fr. 7. de legat. praestand. 37. 5.



Die übrigen, gemeinhin als vollkommen unzweideutig betrachteten Kriterien, nämlich die directe Bezeichnung des Gattungs-Charakters der Constitution, in den Einzelheiten der Adresse oder in den Elementen des Inhalts; gleichwie die indirecten Merkmale, welche aus der Veranlassung und dem Gegenstande der einzelnen Verfügung, sowie aus der in der Unterschrift vermerkten Form der Bekanntmachung, abgeleitet werden können, sind nicht ohne sorgfältige Prüfung für vollständig beweisend zu erachten. Denn abgesehen von den übereilten Folgerungen, zu denen die, bei der Formulirung der In- und Subscriptionen von den Compilatoren verschuldete, Ungenauigkeit leicht verleiten kann, so bleibt hier noch besonders zu beachten, dass einige Bezeichnungen amtlicher Erlasse in der Geschäftssprache der christlichen Kaiser ihre frühere Bedeutung zum Theil erweitert, oder auch wohl ganz verändert haben, und dass bei der Handhabung solcher Terminologien die Compilatoren nicht überall mit ausreichender Sachkenntnis verfahren sind. Dies ist in dem folgenden genauer zu begründen.

Es mag hier unerörtert bleiben, ob die Redactoren der Justinianischen Constitutionen-Sammlung da, wo sie den Auszug einer vereinzeltten Verordnung als *Exemplum S. litterarum*, oder *Pars ex rescripto*, v. *epistola Imperatoris*, in der Inscription bezeichnen<sup>(43)</sup>, sich genau an die Form des Ausdrucks der excerpirten Quelle angeschlossen haben<sup>(44)</sup>. Der Einwand dürfte kaum ausreichen, dass auch im Theod. C.<sup>(45)</sup> entsprechende Über-

<sup>(43)</sup> c. 3. de pedan. iud. 3. 3. *Exemplum sacrar. litterarum* (Diocletiani et Maximiani A.A. et C.C. ad Serapionem. Vergl. c. 40. de liberali c. 7. 16. c. 3. de l. t. praescr. 7. 22. c. 8. de accus. et inscr. 9. 2. c. 5. de iureisci. 10. 1. c. 2. de decur. 10. 31. c. 10. de mun. patrim. 10. 41. c. 1. ne rusticani. 11. 54.) Ferner: *Pars epistolae*, s. *ex epistola*; (z. B. Imp. Alexandri ad rationales. c. 1. ne fisc. rem. 10. 5. Gordiani ad Anxium. c. 13. de fideiuss. et mand. 8. 41. Diocletiani et Maxim. ad Primosum. Praes. Syriae. c. 6. de praescr. l. t. 7. 33. Constantii et Maxim. v. Severi et Maximini. c. 7. Qui adm. ad B. P. 6. 9.) *Pars ex rescripto* (Imp. Antonini. c. 4. de quaestione. 9. 41. vergl. c. 3. in qu. c. pign. 8. 15.)

<sup>(44)</sup> Ein Beispiel wird unten (Anm. 54. fg.) umständlich besprochen werden. Die klassischen Juristen führen ihre Auszüge von Textesworten der K. Constitutionen wohl auch in derselben Form ein. Fr. 48. D. de iudic. 5. 1. Paulus lib. 2. Responsorum. „*Pars litterarum D. Hadriani* etc.“ Fr. 1. de interd. et releg. 48. 22. „*Caput ex rescripto D. Traiani*.“ Fr. 27. §. 2. de poen. 48. 19. Fr. 1. de interd. et releg. 48. 22. „*Capite mandatorum caveatur*.“ Fr. 6. §. 1. de cust. et exhib. 48. 3. Ähnliche Formulare findet man auch sonst. Fr. 29. ad S. C. Treb. 36. 1.

<sup>(45)</sup> z. B. Th. C. XVI. 5. c. 20. *Exemplum S. litterarum*.

schriften bei einigen Constitutionen vorkommen, und dass überdem die von Justinian's Compilatoren ausgebeutete ältere Rescripten-Sammlungen, hinsichtlich der diplomatischen Treue ihrer Referate, vorwurfsfrei gewesen zu sein scheinen. Denn es handelt sich hier gerade von Beispielen der Verkürzung eines durch jene Vorgänger vollständiger überlieferten Materials; sodann konnten auch gewissenhafte Compilatoren durch die scheinbare Eigenheit von Sprache und Inhalt einer Constitution getäuscht werden. Es genügt nicht zur Bildung des Prädicates von *Mandata Principum*, wenn K. Constitutionen über Gegenstände und Begrenzung der amtlichen Thätigkeit einzelner Behörden ausführlich sich verbreiten, und bei diesem Anlass auch wohl den Ausdruck *mandare* haben einfließen lassen<sup>(46)</sup>. Freilich ist die Ansicht derjenigen<sup>(47)</sup> eine unverbürgte, welche das Vorkommen solcher *Mandata* für das Zeitalter von Constantin bis auf Justinian durchaus in Abrede stellen. Denn die bezügliche Äusserung des zuletzt genannten Kaisers<sup>(48)</sup> bekundet etwas ganz anderes, als was daraus gefolgert wird. Derselbe rühmt sich, es sei die frühere Bedeutung der *Mandata Principum* durch ihn repristinirt worden, indem er deren Ausfertigung für jeden einzelnen, mit der Leitung der Verwaltung oder Rechtspflege beauftragten, Beamten angeordnet und zugleich die Übertragung solcher amtlichen Informationen in die *Libri legum* befohlen habe. Allein man darf die zufällige Form der fraglichen Neuerung Justinian's nicht verwechseln mit dem Kern der Sache selbst. Constantin und dessen Nachfolger hatten es für zuträglich erachtet, die Begrenzung der allgemeinen und bleibenden Amtsobliegenheiten der verschiedenen Behörden, in Verbindung mit der durchgreifenden Umgestaltung von Verwaltung und Rechtspflege in sämtlichen Theilen des römischen Reiches, in der Form allgemeiner Landesgesetze zu veröffentlichen. Ähnlich wie auch Justinian dasselbe Verfahren eingehalten hat, auf Veranlassung der neuen Organisirung des wiedereroberten Italiens, oder

---

<sup>(46)</sup> Dahin gehören besonders die Titt. 5. bis 21. des ersten Buches des Th. C., in denen von den Obliegenheiten der höheren Verwaltungs- und Gerichts-Beamten gehandelt wird. Hier heisst es unter andern: (I. 6. c. 5. de off. Pf. Vr.) „Ac ne praefectura urbis abrogatum sibi aliquid putaret, — eidem praefecturae sollicitudinis ac diligentiae necessitatem mandamus etc.“

<sup>(47)</sup> Vergl. Puchta Curs. d. Inst. I. §. 131.

<sup>(48)</sup> Nov. 17. De mandat. Princ. vergl. Nov. 24. fg.

einzelner reconstituierter Provinzen<sup>(49)</sup>. Und wie schon ungleich früher einzelne R. Kaiser umständliche Anweisungen zur Begrenzung der Competenz eines gewissen Beamten als *Epistolae* erlassen hatten, anstatt der Mandate, oder als Nachträge zu solchen<sup>(50)</sup>. Es verblieben demnach seit der Regierung Constantin's selbständige *Mandata Principum* nur noch für die besondere Veranlassung, wenn einer öffentlichen Behörde, oder einem K. Bevollmächtigten, eine concrete Information zu erteilen war, von bleibender oder vorübergehender Bestimmung<sup>(51)</sup>. Und dadurch wird es allerdings wahrscheinlich, dass für die, auf generelle Constitutionen berechnete, Theodosische Sammlung die K. Mandate nur beiläufig in Betracht gekommen sein mögen<sup>(52)</sup>. Diese Voraussetzung wird nicht entkräftet durch die Wahrnehmung, dass ein eigener Abschnitt des *Theod. Cod.* (I. 3.) überschrieben ist: *De mandatis Principum*. Denn es hat daselbst lediglich die Verordnung der KK. Gratian, Valentinian und Theodosius Aufnahme gefunden, welche die Warnung ausspricht<sup>(53)</sup>, man möge dem Vorgeben kaiserlicher Commissarien, sie seien mit geheimen schriftlichen Anweisungen des Kaisers versehen, nicht ohne weiteres vertrauen, sondern die Vorlage solcher Urkunden verlangen. Erheblicher erscheint das Beispiel einer, an die *Praefecti Praet.* gerichteten, Circular-Verfügung von Theodosius und Valentinian, welche den „*Iudices vicarii*“ des Kaisers, sowie den „*Praefecti* und *Rectores Prov.*“ sämtliche Attributionen der Jurisdiction ihrer Mandanten zugesteht. Diese, in Justinian's Constitutionen-Sammlung<sup>(54)</sup> in einem sehr verkürzten Auszuge erhaltene, Verordnung führt die Überschrift: „*Mandata Impp. Theodosii et Valentin. AA. missa ad Antiochum P.P. per referendarium; quae*

(49) Tit. Cod. Iust. De off. Prf. Pr. Afr. 1. 27. Nov. 24. bis Nov. 30.

(50) Vergl. z. B. die oft erwähnte *Epistola D. Severi ad Fabium Cilonem Pf. Vr. missa*. Fr. 1. pr. D. de off. Prf. Vr. 1. 12. fr. 8. §. 5. de poen. 48. 19. fr. 6. §. 1. de interd. et releg. 48. 22.

(51) Liber pontifical. s. de gest. Pontif. R. n. 53. §. 3. T. I. p. 183. ed. Vignolii. Rom. 1724. 4. „Tunc Imperator (sc. Anastasius A.) — eiecit eos (sc. legatos pontificis R.) de urbe, — et imposuit eos in navim — cum militibus et magistrano et praefectiano — et hoc dedit eis in mandatis: „ut nullam civitatem ingrederentur.“

(52) Vergl. Savigny's System. Bd. I. §. 23.

(53) Dieselbe sollte einem, auch schon von den früheren Kaisern gerügten, allgemein verbreiteten Misbrauche begegnen. S. H. Grotius flor. spars. ad ius Iust. Cod. I. 15.

(54) c. 2. de off. ei. qui vic. al. iud. 1. 50.

*sic habent etc.*"<sup>(55)</sup>. Obwohl dieselbe in den uns bewahrten Überresten des *Theod. Cod.* nicht angetroffen wird, so steht doch zu vermuthen, dass sie eben dieser Sammlung, deren Zeitalter das Jahr ihrer Bekanntmachung (427 n. Chr.) so nahe steht, nicht aber jener des Hermogenian entlehnt sein möge. Nichtsdestoweniger darf die Ächtheit jener, von Seiten der Texteskritik vielfach bemängelten, Inscription einigermaßen angezweifelt werden. Denn der Eingang der compilirten Textesworte bezeichnet die vorstehende K. Verordnung als hervorgerufen durch den Antrag (*suggestio*) der betheiligten Adressaten. Dies passt auf keine Weise zu einem eigentlichen *Mandatum*, während es für ein *Pragmaticum* nicht ungeeignet sein dürfte. Die Beziehung auf ein *Edictum* bleibt freilich ausgeschlossen, wegen der übrigen Einzelheiten der Adresse.

Die directen Benennungen: *Edictum*, (oder *Lex edictalis*,) und *Pragmaticum*, (oder *Sanctio pragmatica*,) welche der Verfasser einer Constitution derselben ausdrücklich beigelegt hat, sei es in der Überschrift<sup>(56)</sup>

<sup>(55)</sup> Die Kritik des Textes steht handschriftlich nicht fest. Bald fehlen die Namen der Kaiser, bald die auf *Antiochum P. P.* folgenden Worte. Am wenigsten verbürgt ist die, in den gewöhnlichen Ausgaben befolgte, Lesart: *missa Antiocho ceterisque P.P. etc.* S. den kritischen Apparat zu dieser Stelle in der Ausg. von Aem. Herrmann. (Corp. I. C. recogn. a fratrib. Kriegel. Lips. 1843. 4.)

<sup>(56)</sup> Die Formeln: *Edicimus*, v. *Edicto monemus*, v. *iubemus*, v. *invitamus*. *Hac edictali lege sancimus etc.* kommen in dem Text der K. Edicte so häufig vor, dass die Anführung von Beweisstellen entbehrlich ist. (S. J. Gothofredus comm. in Th. C. I. 1. Paratitl.) Doch fehlt es auch nicht an Beispielen dieses Vermerkes in der Überschrift solcher Constitutionen: *Pars edicti*, (Iust. C. c. 1. de h. qui in exsil. dant. 10. 59.) oder *Edictum*, (Collat. L.L. Mos. VI. 4. vergl. 5.) auch mit dem Zusatz: *ad provinciales*, v. *ad populum* (urb. Romae, v. Constantinop.) Th. C. IV. 4. c. 5. VII. 18. c. 1. VII. 13. c. 8. VIII. 4. c. 2. XVI. 1. c. 2. Nov. Valent. III. Tit. 5. de pantapol. Tit. 14. de pret. solidi. Nov. Marciani Tit. 1. Nemin. exhib. de prov. Nov. Iustinian. 86. Zweifelhafter ist die Deutung des Formulars der Adresse: *ad Edictum*, (Th. C. XII. 1. c. 7. XII. 6. c. 1.) welchem zum Theil die Bezeichnung einer bestimmten juristischen Person beigefügt ist, (z. B. *ad Edict. Constantinopolitanorum*, oder *Chalcedoniensium et Macedoniensium*. Th. C. V. 14. c. 1. [Iust. C. c. 1. de fund. rei priv. 14. 65.] XI. 16. c. 3.) J. Gothofredus (in comm. XI. 16. c. 3.) hat die angefochtene Ächtheit dieser Lesart mit Grund in Schutz genommen, und dabei auf die verwandte Inscription verwiesen: *ad decretum naviculariorum*, (Th. C. XIII. 6. c. 1.) Minder empfehlenswerth erscheint seine Auslegung, dass hier an Beschlüsse der Stadtgemeinden, die dem Kaiser zur Bestätigung eingereicht worden, zu denken sei. Vielleicht haben wir es vielmehr zu schaffen mit einem Nachtrage zu dem eigenen Edicte, das der Kaiser früher an die bezeichnete Commune erlassen hatte. Der Sprachgebrauch im Zeitalter der christlichen

oder im Contexte, bilden freilich das bei weitem sicherste Erkennungszeichen für den Gattungscharakter der fraglichen Verfügungen<sup>(57)</sup>, zumal für die *Pragmatica*<sup>(58)</sup>. Die umschreibende Bezeichnung: *constitutio generalis*, und *generalitas constitutionis*,<sup>(59)</sup> ist dagegen minder genau, indem sie Edicte gleichwie *Sanctiones pragmaticae* begreift. Selbst die Anweisung der zu bewirkenden, oder der Vermerk der erfolgten, Bekanntmachung der Urkunde mittels eines Edictes, wofür Belege in den Subscriptionen angetroffen werden<sup>(60)</sup>, sind den *Leges edictales* zwar vorzugsweis, jedoch nicht ausschliesslich, eigen. Bei den *Sanctiones pragmaticae* wird gewöhnlich dem Adressaten anheimgegeben, seinen Untergebenen den Inhalt zur Nachachtung mitzutheilen und für die Anwendung selbst Sorge zu tragen<sup>(61)</sup>; indess ausnahmsweis kommt auch die Anweisung vor, den kaiserlichen Befehl unbedingt zur Öffentlichkeit gelangen zu lassen<sup>(62)</sup>. Ansprachen des Staatsoberhauptes an die Bewohner einer der beiden Hauptstädte des Reiches<sup>(63)</sup>, oder

---

Kaiser würde einer solchen Terminologie nicht entgegen sein, während die Anwendung des Namens *Edictum* auf einen Communal-Beschluss kein Beispiel für sich hat. Auch würde die Deutung des Gothofredus durch dies Postulat wenig gefördert werden, dass ein solcher Beschluss nicht durch die Commune selbst, sondern mittels *suggestio* des höheren Staatsbeamten, zu dessen Geschäftskreis dieselbe gehörte, zur Kunde des Kaisers gelangt sei.

<sup>(57)</sup> S. Savigny a. a. O.

<sup>(58)</sup> Belege dafür sind, aus den oben (Anm. 30) im Text bezeichneten Gründen, in dem *Theod. C.* (S. z. B. XI. 1. c. 36.) ungleich seltner anzutreffen, als in den Theodosischen und Justinianischen Novellen. Vergl. Nov. Th. II. Tit. 1. c. 1. §. 5. Tit. 2. c. 1. pr. Nov. Valent. III. Tit. 1. c. 1. c. 2. Tit. 2. c. 3. Tit. 6. c. 1. — c. 3. Tit. 7. c. 3. Tit. 12. Tit. 15. c. 1. Tit. 23. c. 1. Tit. 28. c. 1. Tit. 35. c. 1. Nov. Marciani. Tit. 2. Tit. 3. c. 1. Nov. Maioriani. Tit. 5. c. 1. Nov. Anthemii. Tit. 2. Nov. Iustiniani. 51. 136. 148. 151. 154. sq. 162.

<sup>(59)</sup> S. oben Anm. 19. fg. J. Gothofred. a. a. O. I. 1. Paratitl. Vergl. des Vf. Manuale latinit. v. Generalitas. Über den Ausdruck: *decretum generale*, und *generale* allein, S. Th. C. VI. 35. c. 13. VIII. 4. c. 8. §. 2.

<sup>(60)</sup> Über diese Formulare vergl. Brisson. de Form. III. 69. fg. 82. und die oben (Anm. 14.) beigebrachte Literatur.

<sup>(61)</sup> Nov. Valent. III. Tit. 1. c. 1. c. 2. Tit. 2. c. 3. Tit. 7. c. 3. Tit. 12. c. 1. Tit. 15. c. 1. Tit. 23. c. 1. Tit. 25. Tit. 28. c. 1. Tit. 35. c. 1. Nov. Marciani. Tit. 3. c. 1. Nov. Maior. Tit. 5. c. 1.

<sup>(62)</sup> Nov. Theod. II. Tit. 2. c. 1. Nov. Valent. III. Tit. 6. c. 1. §. 4. vergl. c. 2. Nov. Marciani. Tit. 2. Nov. Anthemii. Tit. 2. c. 1.

<sup>(63)</sup> Die Mehrzahl derjenigen Edicte, welche die Überschrift führen: *ad populum*, lässt nur aus der Bezeichnung der Person des Kaisers, oder aus dem Vermerk der Subscription über den Ort der Aufstellung abnehmen, ob deren Geltung für das gesammte Reich, oder

an sämtliche Insassen seines Herrschergebietes<sup>(64)</sup>, geben theils in der Überschrift theils in der Nachschrift als Edicte sich zu erkennen. Schriftliche Apostrophirungen des Senates, zu Rom oder Byzanz, sie mögen sich selbst als *Orationes* oder *Litterae* ausdrücklich bezeichnen, auch durch Sprache und Inhalt als solche erkennbar sein<sup>(65)</sup>, weisen freilich, mittels des in der Subscription vorkommenden Vermerkes der *recitatio*, s. *lectio in Senatu*<sup>(66)</sup>, auf eine eigenthümliche Form der Veröffentlichung. Allein dieses Ritual diene nur zur Vermittelung der Übertragung der fraglichen Urkunde in die *Acta Senatus*. Das Hinzutreten einer andern Form der Bekanntmachung würde nicht schlechthin ausgeschlossen gewesen sein, obwohl beglaubigte Nachweisungen einer solchen Anwendung nicht vorliegen<sup>(67)</sup>. Jedenfalls ist bei jenen K. Zuschriften nicht zu denken an die Senats-Reden

lediglich für die eine Hälfte desselben bestimmt gewesen sei. Bisweilen dient jedoch zur Beglaubigung des einen oder des andern Falles ausserdem noch der in die Adresse aufgenommene Zusatz: *ad universos provinciales et populum*, (Th. C. XV. 14. c. 5.) *ad populum urbis Const. et omnes provinciales*, (das. IV. 4. c. 5. vergl. Iust. C. c. 1. de rei ux. act. 5. 13.) *Edictum ad populum urbis Rom. v. Constant.* (S. oben Anm. 56.) Die Phrase: *ad omnes subditos*, gehört mehr dem spätern griechischen Canzleilstil des Orients an. Iust. Cod. I. 1. c. 5.

<sup>(64)</sup> z. B. *Provincialibus salutem!* oder *Edictum ad provinciales*; auch *Provincialibus* allein. (Th. C. VII. 13. c. 8. c. 16. fg. VIII. 11. c. 2. IX. 27. c. 6.) Gewöhnlicher: *Ad universos provinciales*. (Das. II. 26. c. 3. II. 30. c. 1. III. 19. c. 4. VII. 20. c. 8. IX. 1. c. 4. XI. 30. c. 16. fg. XI. 34. c. 1.)

<sup>(65)</sup> Hier, gleichwie zuvor bei dem *Populus*, lautet die Adresse bald in allgemeiner (*ad Senatum*), bald in concreter Fassung: (*ad Senatum urbis Romae.*) Th. C. I. 4. c. 3. V. 1. c. 8. VI. 2. c. 20. VIII. 18. c. 9. fg. VIII. 19. c. 1. X. 26. c. 2. Nur dass hier überall an den Senat der einen von beiden Hauptstädten des Reiches gedacht werden muss. Ob in den Constitutionen mit der Adresse: *ad Senatum et populum*, (das. VI. 2. c. 6. fg. VI. 4. c. 31. XII. 6. c. 24. XIII. 5. c. 27. XIII. 9. c. 5.) eine *Oratio*, oder eine *Epistola* vorliege, ist aus dem Inhalt und aus der Form der Subscription, auch wohl aus der Bezeichnung des Actenstückes im Contexte, (z. B. IV. 1. c. 1.) mit Sicherheit nicht zu entnehmen. Dagegen darf das Prädicat einer *Epistola* nicht bezweifelt werden, sobald der Eingang also formulirt ist: *Impm. Consulibus, Praetoribus, Tribunis Pl., Senatui suo salutem dicunt.* (Ebd. I. 6. c. 11. II. 1. c. 12. IV. 10. c. 2. VIII. 18. c. 1. IX. 1. c. 19. vergl. Nov. Val. III. De indulg. reliqu. Tit. 1. c. 3.)

<sup>(66)</sup> S. J. Gothofredus a. a. O.

<sup>(67)</sup> Zu einem solchen Postulate würde diese Wahrnehmung nicht ausreichen, dass eine *Constitut. ad Senatum* bisweilen den Vermerk: „*Dat. etc.*“ in der Subscription aufzuweisen hat. (Th. C. VI. 4. c. 5. fg. c. 12. fg.) Es fehlt nicht an Beispielen von vollständigeren Unterschriften, in welchen die Angabe des „*Dat.*“ von dem Zusatz begleitet ist: „*Lecta etc.*“

der früheren R. Kaiser<sup>(68)</sup>, von welchen dieselben sowohl in Form und Inhalt abweichen, als auch hinsichtlich der Bezeichnung des die *recitatio* leitenden Beamten<sup>(69)</sup>. In den Inscriptionen und Subscriptionen einzelner, für die Theodosische Sammlung epitomirter, Urkunden ist auch wohl die Rede von einer Verhandlung *apud acta in consistorio Principis*<sup>(70)</sup>, oder vor den *principia legionum*<sup>(71)</sup>. Die zuletzt genannten Actenstücke fallen meistens zusammen mit den *Orationes Principum in castris habitae*<sup>(72)</sup>, nähern sich aber von Seiten der Form der Veröffentlichung zum Theil wiederum den Edicten<sup>(73)</sup>. Die *acta in consistorio Principis* werden von den Auslegern für durchaus identisch mit den *Decreta* gehalten<sup>(74)</sup>. Allein so wenig auch die Anregung durch einen vereinzelt Rechtsfall hier in Abrede gestellt werden mag<sup>(75)</sup>, so ist doch die daran geknüpfte allgemeine Verfügung des Kaisers gewöhnlich über die Grenzen der concreten rechtskräftigen Entscheidung hinausgegangen<sup>(76)</sup>.

(Ebds. c. 8. fg.) Der Text dieser K. Ansprachen an den Senat erinnert freilich durchweg an die Sprache der K. Edicte. (S. das. c. 10. fg. c. 13. fg. c. 19. c. 22.)

<sup>(68)</sup> S. des Verf. Abhdlg: Üb. d. Reden d. R. Kaiser. (Verm. Schriften I. n. 6. S. 120. fg.) Es kann nicht für belangreich erachtet werden, dass Ulpian in Fr. 1. §§. 2. 4. D. de off. Quaest. 1. 13. die schriftlichen Botschaften der Kaiser an den Senat als *Libri Principales* und als *Epistolae Principis* bezeichnet hat.

<sup>(69)</sup> z. B. *Lecta a Braxio Proc.* (Th. C. VI. 4. c. 8. fg.) *Recitata apud Feltium Rufinum Pf. F. in Senatu.* (Das. VIII. 18. c. 1.) *Recitata in Senatu per Theodosium, primicerium notariorum, v. per F. Ill. Postumianum etc.* (Das. VI. 2. c. 14. c. 20. Nov. Valent. III. Tit. 1. c. 3.)

<sup>(70)</sup> Jac. Gothofredus a. a. O.

<sup>(71)</sup> Ders. ebds.

<sup>(72)</sup> Die Urkunden der *Conciones militares ab Imperatoribus habitae* waren in den öffentlichen Archiven den Geschichtsschreibern zugänglich gemacht. (Capitol. in Clod. Alb. 3. 13. in Maximin. duob. 18. in Gordian. trib. 14. Lamprid. in Ant. Diad. 1. fg. in Alexand. 53. Vopisc. in Tacit. 7. fg.) Die *Orationes Princ. in castris praetor. recitatae*, sobald sie bleibende Zugeständnisse für die rechtlichen Beziehungen der Soldaten enthielten, wurden nachträglich in die Form gesetzlicher Erlasse gekleidet. Vatic. Frr. §. 195. Th. C. VII. 20. c. 2.

<sup>(73)</sup> Ebendas. c. 1. c. 3.

<sup>(74)</sup> J. Gothofred a. a. O. (S. oben Anm. 24.)

<sup>(75)</sup> Brisson. de Form. V. 113.

<sup>(76)</sup> Th. C. I. 19. c. 3. IV. 20. c. 2. VIII. 15. c. 1. XI. 39. c. 5. c. 8. Vergl. Savigny a. a. O. Auf anderweite Formen der Bekanntmachung von K. Erlassen, nämlich auf die Übertragung der, an eine einzelne Magistratsperson oder an eine Körperschaft von Be-

Philos.-histor. Kl. 1850. H

Am meisten ist diese Wahrnehmung der Misdeutung ausgesetzt gewesen, dass der Inhalt einiger Constitutionen des Theod. Cod. auf vereinzelte Vorfälle des Verkehrs, so wie der Verwaltung und der Gerichtspraxis, Bezug nimmt, an welche eine allgemeine Festsetzung geknüpft ist<sup>(77)</sup>. J. Gothofredus<sup>(78)</sup> hat solche, auf die vorangegangene Relation des Adressaten gestützte, Auslassungen der Kaiser als Rescripte, und zwar als *Epistolae*, angesprochen; obwohl er den Vorbehalt hinzufügt, dass eine ungleich grössere Anzahl von *Epistolae Principum* in dieser Sammlung vorliege, welche mit der Entscheidung von Rechtsfragen nichts gemein haben, und den Gattungscharakter der Rescripte durchaus verleugnen. Irren wir nicht, so beruht jener Vordersatz auf einer handgreiflichen Täuschung, und es dürfte kaum gelingen, auch nur ein einziges unzweifelhaftes Rescript in dem Th. C. nachzuweisen<sup>(79)</sup>. Es scheint nämlich, dass J. Gothofredus die *consultatio et relatio* der, den Kaiser um Belehrung angehenden, Beamten wechselt hat mit der *suggestio*, v. *intimatio*, auch *insinuatio*, *supplicatio*, *relatio* genannt<sup>(80)</sup>, durch welche jeder Beamte Vorfälle von Bedeutung, zumal wenn das geltende Recht zu deren Erledigung nicht auszureichen schien, unmittelbar dem Kaiser melden durfte. Die dadurch veranlassten Constitutionen bezeichnen bisweilen sogar die vorangegangene Meldung als nicht von dem Adressaten selbst ausgegangen, sondern als herrührend von dessen Untergebenen oder von einer unabhängigen Dienstbehörde<sup>(81)</sup>. Die zahlreichsten und schlagendsten Beweisstücke für diese Behauptung, nach welcher mithin die Bezugnahme auf concrete Vorfälle durchaus nicht zu den verlässlichen Erkennungszeichen einer vereinzelter Gattung kaiserlicher Constitu-

---

amenten gerichteten, Anweisungen in die Acten und Archive dieser Behörden, ist nur beiläufig hinzuweisen. Th. C. II. 26. c. 2. XI. 16. c. 2.

<sup>(77)</sup> Ebds. II. 21. c. 1. IV. 6. c. 3. IX. 1. c. 3. IX. 17. c. 2. IX. 34. c. 4. X. 10. c. 25. XI. 1. c. 1. c. 5. XI. 10. c. 2. XII. 1. c. 2. c. 68. XIV. 1. c. 4.

<sup>(78)</sup> S. oben Anm. 24.

<sup>(79)</sup> Die zweifelhaften Beispiele lassen sich mit Bestimmtheit einer andern Classe von K. Constitutionen überweisen. (Th. C. VII. 20. c. 3. XI. 1. c. 9.)

<sup>(80)</sup> Joh. Lydus de magistratib. III. 27. Theod. Cod. XI. 1. c. 9. Vergl. des Verf. Manuale latin. v. Insinuatio. v. Suggestio. §. 1. v. Supplicatio.

<sup>(81)</sup> Beispiele findet man in Th. C. VII. 4. c. 12. XI. 1. c. 9. Nov. Theod. II. Tit. 4. c. 1. Tit. 15. c. 1. Tit. 17. c. 1. Tit. 18. c. 1. Nov. Valent. III. Tit. 8. c. 1. Tit. 16. c. 1. Nov. Severi. Tit. 2.



tionen gezählt werden kann <sup>(82)</sup>, sind in den unverkürzt uns überlieferten Theodosischen und Justinianischen Novellen enthalten, obwohl es auch in dem Theod. Cod. an entsprechenden Äusserungen nicht durchaus gebricht. Die Mehrzahl jener Novellen, ohne Unterschied der *Edicta* und der *Sanctiones pragmaticae*, bringt im Eingange bald mehr bald minder ausführlich die Anlässe zur Sprache, durch welche die vorstehende Constitution hervorgerufen worden war. Gewöhnlich ist es der Ausdruck eines notorischen Bedürfnisses zur Abhülfe von Beeinträchtigungen des öffentlichen Wohls <sup>(83)</sup>; und bei der Schilderung dieser Motive wird zum Theil auf die eigene Wahrnehmung des Kaisers verwiesen <sup>(84)</sup>, zum Theil auf die Meldungen einzelner Behörden <sup>(85)</sup>. Von besonderer Bedeutung aber sind einige Edicte, die zuerst über einen bestimmten zur kaiserlichen Entscheidung gelangten Rechtsfall umständlich berichten, und dann hinzufügen, es sei durch diesen Vorfall die Überzeugung gewonnen worden, dass dem bisherigen Zustande des geltenden Rechts durch die folgende *Lex edictalis* Abhülfe zu verschaffen sei <sup>(86)</sup>.

Die bisherige Ausführung dürfte ergeben haben, daß die Compilatoren des Theod. Cod. der Anweisung des zweiten Conceptions-Patentes gewissenhaft nachgekommen seien, zwar nur *constitutiones generales* aufzunehmen, jedoch ohne Unterschied der Örtlichkeit von deren ursprünglichen Bekanntmachung. Das erste Conceptions-Patent hatte freilich auch schon Edicte und andere allgemeine Verordnungen namhaft gemacht, mit Umgehung der sonstigen Collectiv-Bezeichnungen, deren die Kaiser seit Constan-

<sup>(82)</sup> Vergl. Savigny a. a. O. I. §. 24.

<sup>(83)</sup> Th. C. VII. 7. c. 2. VIII. 5. c. 25. Nov. Valent. III. Tit. 22. c. 1. Tit. 30. c. 1. Nov. Justinian. 19. Praef. Nov. 34. Nov. 39. Nov. 48. Nov. 53. Nov. 97. Nov. 115.

<sup>(84)</sup> Th. C. XI. 22. c. 4. Nov. Valent. III. Tit. 13. c. 1. Nov. Justinian. 8. c. 1. Nov. 26. fg. Nov. 38. Nov. 106.

<sup>(85)</sup> Nov. Theod. II. Tit. 23. c. 1. Nov. Valent. III. Tit. 18. c. 1. Nov. Severi. Tit. 2.

<sup>(86)</sup> Nov. Valent. III. Tit. 20. c. 1. fg. Nov. Marciani. Tit. 5. Nov. Anthemii. Tit. 1. Hier mag auch einer, im Theod. Cod. (XI. 1. c. 9.) erhaltenen, Verfügung der KK. Valentinian und Valens vom J. 365. noch besonders gedacht werden. Dieselbe ist an den Praef. Pr. gerichtet und hat die Bestimmung, einer, von Anatolius, dem *Consularis regionum suburbicariarum*, innerhalb seines Amtsbezirkes versuchten und durch ihn selbst an den Kaiser berichteten, zweckmässigen Einrichtung der Zufuhr von Futter-Vorräthen für den *cursus publicus*, zur allgemeinen Geltung in Italien zu verhelfen. Vergl. J. Gothofredi Prosopograph. Th. C. v. Anatolius.

tin sich zu bedienen pflegten, sobald sie eines Ausdruckes für sämtliche Gattungen der K. Constitutionen bedurften<sup>(87)</sup>. Allein die Unterschiede von Form und Ort der Veröffentlichung, welche das Prädicat einer „*constitutio generalis*“ zu beeinträchtigen schienen, wurden erst durch das folgende Patent für unerheblich erklärt. Diese Ausdehnung durfte aber auf keinen Fall so umfassend gedeutet werden, dass man auch Rescripte für geeignet zur Übertragung in den Constitutionen-Codex hätte halten können. Es sind deshalb keine sichere Spuren von dem Vorkommen derselben zu entdecken, indem die aus dem Sprachgebrauche entlehnten Erkennungszeichen als trügerisch sich bewähren<sup>(88)</sup>. Auch den eigentlichen Decreten und Mandaten wurde nur in dem beschränktesten Umfange die Berücksichtigung der Compilatoren zu Theil. Dagegen musste die Beschränkung der *constitutio-*

(87) In der Nov. Theod. II. De Judaeis c. 1. §. 10. liest man: „Auctoritas tua, cui cordi est *cum divinis tum principalibus* adhibere *iussionibus* famulatum, quae decrevimus — propositis solenniter edictis in omnium faciat pervenire notitiam.“ Dies Formular dient wohl nur als Umschreibung der sonst gangbaren Collectiv-Bezeichnungen: „*Edicta, sive constitutiones*,” und „*Omnia constituta*.“ C. Th. C. I. 1. c. 1. c. 3.). Denn die neuerlich (Zeitschr. f. geschicht. Rs. W. XIII. 1. S. 62. fg.) an die Worte der Consultat. vet. J. Cti c. 7. („*Cuius [sc. Paulli] sententias sacratissimorum principum scita semper valituras ac divalis constitutio declarat.*“) geknüpft Deutung, als ob darin der Ausdruck für den Gegensatz von Verordnungen der lebenden Kaiser, gegenüber den Erlassen verstorbener Herrscher zu finden sei, entbehrt jedenfalls der Unterstützung des römisch-rechtlichen Sprachgebrauches. Dieser nämlich bedient sich der Prädicate *divalis* und *divinus* nicht minder in Beziehung auf den noch lebenden Kaiser als wie auf den bereits verstorbenen. Vergl. des Verf. Manuale latinit. v. Divalis. v. Divinus. §. 2. Obwohl dies zunächst für das Zeitalter der christlichen Kaiser gilt, so gebrauchen doch schon die juristischen Classiker das Prädicat *sacrae constitutiones* gleichfalls in beiden genannten Beziehungen, (Fr. 5. §. 5. D. de adm. et per. 26. 7. Fr. 4. Fr. 6. de adp. rec. 49. 5. Fr. 1. §. 2. Quae sent. sine adp. 49. 8. Fr. 18. pr. §. 5. de iure fisci. 49. 14.) während sie sonst wohl *constitutiones veteres* und *novae* unterscheiden. (Fr. 1. §. 1. D. de pollic. 50. 12. vergl. Just. C. VI. 30. c. 22.).

(88) Man vergl. z. B. Just. C. I. 28. de off. Prf. Vr. c. 2. (Imp. p. Valentinian. et Valens. A. A. ad Ampelium Pf. Vr. „*Quod promulgatis sanctionibus tua sinceritas rescriptum [al. scriptum] esse non nescit, etiam ex praecepto nostro competenter observet etc.*“) Auch wenn die Textes-Kritik nicht angefochten wäre, so würde es doch kaum zu bezweifeln sein, dass der Ausdruck *rescribere* hier im populären Wortverstande, als Bezeichnung jeder schriftlichen Entgegnung auf eine schriftliche Ansprache zu fassen sei. Vatic. Frr. §. 165. Fr. 2. §. 1. de bon. eor. 48. 21. Fr. 65. pr. de adq. rer. dom. 41. 1. Fr. 51. §. 1. de adq. v. om. hered. 29. 2. Vulcat. Gallican. in Avid. Cassio. c. 1. a. E. c. 2. c. 5. c. 10. fg. Vopisc. in Aureliano. c. 41.

nes *generales* auf eigentliche *Edicta* durchaus aufgegeben werden. Denn die Zuschriften der Kaiser an das Volk, oder an sämtliche Provinzialen, gleichwie die an das Heer gerichteten Ansprachen, wurden durch die Form der Veröffentlichung auf das Gebiet der *Leges edictales* herübergezogen und erhielten auch wohl eine, dieser Kategorie kaiserlicher Erlasse entsprechende, Bezeichnung<sup>(89)</sup>. Den *Epistolae Principum*, die nicht den Rescripten angehörten, und zum Theil an die früheren *Mandata* erinnerten, (S. Anm. 50.) so wie den *Sanctiones pragmaticae*, welche eine durch Veranlassung und Form der Ausfertigung ausgezeichnete Gattung solcher *Epistolae* bildeten<sup>(90)</sup>, verblieb im *Theod. Cod.* ein gewissermassen neutrales Gebiet. Die Erkennungs-Zeichen der Elemente derselben sind mehr negative als positive. Während nämlich die in den Novellen unverkürzt erhaltene *Pragmatica* hinreichend sichtbare Kriterien an sich tragen, sind diese in dem Text der, als Materialien für des Theodosius Constitutionen-Sammlung benutzten Stücke fast durchaus untergegangen, in Folge der den Compilatoren ertheilten Anweisung zur Kürzung aller, das unmittelbare Verständnis des dispositiven Inhalts nicht bedingenden, Bestandtheile<sup>(91)</sup>. Wir können demnach nur annäherungsweise aus äusseren und inneren Merkmalen die Vermuthung ableiten, ob eine einzelne, keine andere Gattungs-Charaktere verrathende, Constitution für eine einfache *Epistola Pr.* oder für eine *Sanctio pragm.* zu halten sei.

## II.

Bis hierher hat unsere Untersuchung, der Adressen und Unterschriften kaiserlicher Constitutionen, lediglich mit dem *Theodosian. Cod.* sich zu beschäftigen gehabt. Die jetzt anzuknüpfende Prüfung der sg. Collectiv-Adressen wird dagegen eben so ausschliesslich auf den Justinianischen Constitutionen-Codex, und auf die übrigen Compilationen, zu richten sein, in welchen die Gregorianische und Hermogenianische Rescripten-Sammlung, oder gar eine ältere<sup>(92)</sup>, benutzt worden ist. Nicht als ob Adressen,

(<sup>89</sup>) Vergl. Anm. 56.

(<sup>90</sup>) S. d. oben (Anm. 26.) angezogene Abhandlung des Verf.

(<sup>91</sup>) Vergl. Anm. 30.

(<sup>92</sup>) Die Pandekten-Juristen gedenken selten der Rescripte mit Collectiv-Adressen. (Vergl. Fr. 41. §. 7. de legat 30. 1. Fr. 16. §. 4. de bon. libert. 38. 2.). Aus dem nahe

die auf mehrere Personen zugleich gestellt waren, bei andern K. Constitutionen, als den Rescripten und Decreten, nicht anzutreffen gewesen wären. Alsdann aber erfüllten dieselben die nämliche Bestimmung, welche regelmässig durch einen Vermerk am Schlusse des Textes ausgedrückt zu werden pflegte <sup>(93)</sup>, um die K. Constitution zu einer Circular-Verfügung zu stempeln. Dagegen die eigentliche Collectiv-Adresse zeigt sich als ein selbstständiges Element der Inscription gewisser Rescripte und Decrete. Sie ist zwar bedingt durch Veranlassung und Zweck des kaiserlichen Erlasses, hat jedoch auf dessen Gattungs-Charakter fast gar keinen Einfluss.

Die Rescripte mit Collectiv-Adressen beziehen sich auf einen vorangegangenen Collectiv-Libell, dessen der rescribirende Kaiser bis-

---

liegenden Grunde, weil sie überhaupt auf die Bezeichnung der Adressen von K. Constitutionen nur geringe Sorgfalt verwendeten. Namentlich gilt dies von den juristischen Classikern der spätern Zeit, denen die Collectiv-Bezeichnungen: *et extant rescripta*; (Vatic. Frr. §. 139. Fr. 27. pr. D. de poen. 48. 19.) *ut est saepissime rescriptum*; *ut constitutum est*; *rescriptis quibusdam manifestatur*. Fr. 63. de re iud. 42. 1. Fr. 1. §. 26. de quaestione. 48. 18. Fr. 9. de div. temp. praescr. 44. 3. Fr. 11. de exc. praescr. 44. 1. Fr. 7. §. 4. de interd. et releg. 48. 22. vergl. Gai. I. 96. „*Subscriptione D. Hadriani significatur*.” Gaius. I. 94. S. auch II. 120. 126. 151. 163. 195. 221. 280. III. 72. sq. 121. „*Post optimi nostri Severi A. litteras etc.*” Fr. 7. D. de vac. et excus. 50. 5.) geläufig sind, und die den Adressaten bisweilen als *quidam*, oder *mulier* etc. bezeichnen. Fr. 32. §. 14. de rec. qui arb. 4. 8. Fr. 37. pr. ad municipal. 50. 1. In Justinian's Pandecten mag freilich manches, auf die Adressen der K. Rescripte gleichwie der juristischen Responsen bezüglichen, durch die Schuld der Epitomatoren untergegangen sein. Vergl. Fr. 120. §. 2. D. de legat. I. (30.) mit Vatic. Frr. §. 44. Fr. 1. sqq. D. de usufr. adcr. 7. 2. und Vatic. Frr. §§. 76. 77. Fr. 30. D. de test. tut. 26. 2. und Vatic. Frr.-§. 227. Fr. 39. pr. ad L. Jul. de adult. 48. 5. Fr. 10. de stipul. Praet. 46. 5. Fehlt es ja sogar nicht an Beispielen, dass Pandecten-Fragmente, welche nur das Referat der Textesworte eines K. Rescriptes, oder eines jurist. Responsum bilden, sämtlicher äusserer Merkmale ihres Ursprunges entkleidet sind: z. B. Fr. 6. D. de captiv. 49. 15. Während umgekehrt Spuren der Sorgfalt sich erhalten haben, mit welcher in den excerptirten Originalwerken der juristischen Classiker bisweilen sowohl die Inscriptionen als auch die Subscriptions der angeführten K. Constitutionen, berücksichtigt waren. Fr. 2. §. 47. ad S. C. Tertull. 38. 17. *Ulpian, lib. 13. ad Sabin. „Et invenimus rescriptum ab Imperatore nostro Antonino A. et D. Patre eius Mammiae Maximinae, pridie Idus April. Plautiano iterum Cos.”* Jedenfalls aber ist in Justinian's Pandekten manche Ungenauigkeit in der Angabe der Adressen kaiserlicher Constitutionen nur scheinbar durch die Schuld der Abschreiber vergrössert worden. Vergl. z. B. Fr. 3. §. 1. de Carb. Ed. 37. 10. mit Fr. 1. §. 14. de ventre in poss. 37. 9. und Fr. 1. pr. de dot. coll. 37. 7.

<sup>(93)</sup> Brissonius a. a. O. III. 83. J. Gothofredi Prolegom. ad Th. C. c. 2. und Comm. in Paratitl. ad. I. 1.

weilen ausdrücklich Erwähnung gethan hat <sup>(94)</sup>, und auf den jedenfalls die Apostrophirung der Bittsteller hinweist, sobald diese im Text in der Mehrzahl bezeichnet sind <sup>(95)</sup>. Allein nicht ein jeder Collectiv-Libell hatte nothwendig ein Rescript mit Collectiv-Adresse im Gefolge. Denn abgesehen davon, dass es dem Kaiser unter Umständen angemessen erscheinen konnte, eine Collectiv-Petition, z. B. der Soldaten, in einer andern Form der Entscheidung zu erledigen, als in jener der Rescripte <sup>(96)</sup>; so fehlt es auch nicht an Beispielen, dass der, wirklich mittels eines Rescriptes auf eine solche Eingabe verfügende, Kaiser seinen schriftlichen Bescheid nicht an die Bittsteller selbst richtete, sondern an diejenige Behörde, zu deren Geschäftskreis der angeregte Rechtsfall gehörte <sup>(97)</sup>. Dies kam besonders alsdann zur Anwendung, wenn die Entscheidung als ein *Rescriptum generale*

<sup>(94)</sup> Fr. 41. §. 7. D. de legat. I. (30.) Fr. 3. de alim. v. cibar. 34. 1. Collat. LL. Mos. I. 9. §. 1.

<sup>(95)</sup> Ebend. I. 8. 9. Just. Cod. c. 2. si adv. fisc. 2. 37. c. 1. si min. ab her. 2. 39. c. 1. si saep. J. J. R. 2. 44. c. 3. unde vi. 8. 4. c. 2. de partu pign. 8. 25. c. 4. de exc. 8. 36. c. 4. de postl. 8. 51. c. 6. c. 8. comm. utr. iud. 3. 38. c. 4. de pign. act. 4. 24. c. 1. de per. nom. 11. 33. c. 9. depos. 4. 34. c. 17. de A. E. V. 4. 49.

<sup>(96)</sup> Dies zeigt die Vergleichung der, *ad universos veteranos* überschriebenen, Constitutionen, (z. B. Th. C. VII. 20. c. 3.) welche zwar die Merkmale einer förmlichen *Epistola Principis*, nicht aber jene von Rescripten an sich tragen. Sodann die, in eine *Oratio Princip. in castris praet. recitata* gekleidete, Verleihung gewisser Vorrechte an Veteranen. Vatic. Frr. §. 195.

<sup>(97)</sup> Belege findet man in Collat. LL. Mos. I. 10. vergl. Fr. 3. D. de alim. v. cibar. 34. 1. Darauf geht auch die Formel: *Imp. rescripsit (magistratui) v. constituit in persona N. N. oder in eo, qui etc. v. quod, auch super eo, qui, und de his, qui etc.* Vatic. Frr. §§. 189. 205. 227. Fr. 41. D. de hered. inst. 28. 5. §. 4. J. de vulg. subst. 2. 15. Fr. 13. Fr. 19. §. 2. de castr. pec. 49. 17. Fr. 18. §. 2. D. de iureisci. 49. 14. vergl. Fr. 3. §. 1. eod. Fr. 4. §. 4. de app. et relat. 49. 1. Fr. 9. §. 2. de L. Pomp. de parr. 48. 9. Fr. 4. §. 1. de incend. ruina. 47. 9. Fr. 14. §. 4. de furt. 47. 2. Fr. 49. §. 1. de fideiussor. 46. 1. Fr. 7. §. 19. Qu. ex c. in poss. eat. 42. 4. Fr. 30. §. 7. de fideic. libb. 40. 5. Fr. 3. de coniung. lib. 37. 8. Fr. 57. de legat. 2. (31.) Analog ist die Bezeichnung in Bezug auf die Gutachten der Rechtsgelehrten. Fr. 66. pr. D. sol. matrim. 24. 3. „*Ea sententia P. Mucii est; nam is in Licinia Grachi uxore statuit etc.*“ Fr. 64. de don. int. V. et U. 24. 1. „*Trebatius inter Terentiam et Decenatem respondit.*“ Fr. 15. §. 8. locati. 19. 2. Fr. 16. 1. mand. 17. 1. Dieselbe erinnert an die Phrase: *Sententia Imp. data in persona eius etc.* Just. C. c. 1. de adp. et consult. 7. 62. und: *Imp. in persona eius etc. decrevit, v. iudicavit.* Fr. 37. §. 1. D. ad S. C. Treb. 36. 1. Fr. 12. de h. qu. ut indign. 34. 9.

dienen sollte, zur Regulirung künftiger Rechtsfragen von gleicher Beschaffenheit<sup>(98)</sup>. Das nämliche Verfahren sehen wir indess auch bei Rescripten mit Einzel-Adressen befolgt<sup>(99)</sup>. Und da generelle Rescripte, so wie Decrete, mit Adress-Formularen beider Gattungen angetroffen werden<sup>(100)</sup>, sodann aber die überwiegende Mehrzahl der Rescripte mit Collectiv-Adressen entschieden zu der Classe der K. Verfügungen von concretem Inhalt und beschränkter Geltung gehört; so liegt zu Tage, dass das Prädicat eines *Rescriptum generale* mit dem Merkmal einer Collectiv-Adresse nur zufällig zusammentreffen konnte.

Schon an einem andern Orte<sup>(101)</sup> ist es besprochen worden, dass Rescripte an Collegien und Corporationen, oder andere juristische Personen, nicht eine selbstständige Gattung der K. Constitutionen gebildet haben, und keineswegs in den Begriff der *Sanctiones pragmaticae* aufgegangen seien. Auch den Rescripten mit Collectiv-Adressen können solche Erlasse nicht eigentlich zugezählt werden. Denn da, wo die Adresse an die Mitglieder einer bestimmten Commune gerichtet ist, dient eine solche Formulirung derselben<sup>(102)</sup> entschieden zur Bezeichnung der juristischen Person<sup>(103)</sup>. Eben so, wenn ausnahmsweis bestimmte physische Glieder des Vereins bloß als

<sup>(98)</sup> Collat. LL. Mos. I. 8. §. 1. I. 9. §. 1.

<sup>(99)</sup> Fr. 1. §. 3. D. de legit. tut. 26. 4. Fr. 89. §. 1. ad L. Falc. 35. 1. Fr. 6. ad L. Jul. de vi pub. 48. 6. Fr. 33. de re iud. 42. 1.

<sup>(100)</sup> Über die *Rescripta generalia* vergl. D. Cappelen-Hunthum: De rescript. Princ. R. §§. 41. sq. p. 311. sq. (in Oelrichs Thes. diss. Belg. II. 3. n. 16.) Zimmern Gesch. d. R. Priv. Rs. I. §. 42. S. 140. fg. Savigny a. a. O.

<sup>(101)</sup> S. d. Anm. 26. erwähnte Abhdg. des Verf.

<sup>(102)</sup> z. B. *Imp. negotiatoribus*. Cod. Just. c. 2. de furt. 6. 2. Ähnlich Fr. 4. pr. D. de div. rer. 1. 8. „*D. Pius piscatoribus Formianis et Capenatis [al. Capuanis] rescripsit.*“ Fr. 4. §. 5. de off. Proc. 1. 16. „*Ut Imp. (noster) Antoninus A. ad desideria Asianorum rescripsit.*“ Fr. 26. de poen. 48. 19. *Divi Fratres Hierapolitanis rescripserunt.* Gaius I. 102. *Ex epistola opt. Imp. Antonini, quam scripsit pontificibus.* Fr. 3. §. 12. de suis et legit. 38. 16. S. auch Fr. 3. de cust. et exhib. 48. 3. und Fr. 2. de reb. dub. 34. 5.

<sup>(103)</sup> Diese ward ausnahmsweis direct in der Adresse bezeichnet, z. B. als *commune*. (Fr. 37. D. de iudic. 5. 1. Fr. 6. §. 2. de excus. 27. 1. Fr. 1. §. 1. Fr. 25. de app. et relat. 49. 1. Fr. 5. §. 1. ad L. Jul. de vi pub. 48. 6.) oder als *concilium*. (Fr. 1. pr. de abig. 47. 14.) Scheinbare Collectiv-Bezeichnungen solcher Communen sind nicht überall von zweifelloser Ächtheit. So z. B. c. 1. de pedan. iud. 3. 3. „*Imp. Gordianus Vicanis.*“ (Diese Lesart ist in der Ausg. von Aem. Herrmann. Lips. 1843. der gangbaren älteren *Vicariis* vorgezogen worden.)

die Verfasser der schriftlichen Eingabe an den Kaiser genannt sind <sup>(104)</sup>, erscheint das Rescript selbst als unmittelbar an die Corporation gerichtet, insofern nicht etwa der Inhalt ausschließlich auf die Einzel-Interessen der Bittsteller hinweist <sup>(105)</sup>.

Freilich war die Anwendung von Rescripten mit Collectiv-Adressen nicht nothwendig beschränkt auf die Erledigung von Eingaben der Privaten. Dennoch glauben wir kaum zu irren, indem wir das Vorkommen derselben bei Erwiderungen des Kaisers auf schriftliche Anfragen der Beamten zu den seltenen Ausnahmen zählen. Rescripte, die an Collegen der nämlichen Magistratur, z. B. an die beiden Consuln, oder auch an die zwei Statthalter einer getheilten Provinz, in ihrer Eigenschaft als Richter <sup>(106)</sup>, erlassen wurden, wird allerdings niemand zu den K. Bescheiden mit Collectiv-Adressen rechnen. Dagegen ist nicht in Abrede zu stellen, daß bei einem an gewisse Rechnungs-Beamte gerichteten K. Rescripte der Gebrauch einer Collectiv-Adresse in der That angetroffen wird <sup>(107)</sup>. Nichtsdestoweniger reicht die Vergleichung eben dieser Adresse mit den durchaus conformen Inscriptionen anderer Constitutionen der Theodosischen und der Justinianischen Sammlung <sup>(108)</sup> vollkommen aus, um uns zu überzeugen, dass die R. Kaiser bei ähnlichen Collectiv-Anfragen von Beamten es angemessener gefunden haben, ihre Entschliessung in die Form einer feierlichen Constitution zu kleiden, anstatt bloß zu rescribiren <sup>(109)</sup>. Die dahin gehörenden Beispiele

<sup>(104)</sup> Ebd. c. 1. Qui aet. se excus. 10. 49. „*Imp. Diocletian et Maximian. AA. Severino et ceteris scholaribus Arabiae.* Vatic. Frr. §. 235. Ähnlich konnte auch ein Rescript mit einer Einzel-Adresse sich auslassen über die Befugnisse sämmtlicher Mitglieder derjenigen Körperschaft, welcher der Bittsteller angehörte. Vatic. Frr. §§. 234. 236.

<sup>(105)</sup> c. 5. de re milit. 12. 36.

<sup>(106)</sup> Vatic. Frr. §. 203. Fr. 30. pr. D. de adqu. v. om. her. 29. 2. Fr. 3. de alim. v. cib. 34. 1. Fr. 4. §. 1. de publican. 39. 4. Fr. 29. §. 5. ad L. Jul. de adult. 48. 5.

<sup>(107)</sup> Vatic. Frr. §. 204. „*Et ita — Imp. Antoninus A. Caereali a censibus et aliis rescriptis.* Just. C. c. 1. de usur. rei iud. 7. 54. „*Imp. Antoninus A. procuratoribus hereditatum fisci.*“ Der, an die *Rationales* gerichteten, Constitution K. Gordian's von zweifelhafter Ächtheit (Just. C. c. 8. b. de nupt. 5. 4.) mag hier nicht gedacht werden.

<sup>(108)</sup> z. B. *Rationalibus Hispaniarum*; (Th. C. X. 11. c. 1, vergl. X. 10. c. c. 5. XII. 6. c. 2. XII. 7. c. 1.) *Pars epistolae Imp. Alexandri A. ad rationales.* (Just. C. c. 1. ne fisc. rem. 10. 5. vergl. c. 8. de nupt. 5. 4. Th. C. X. 18. c. 1.) *Ad agentes in rebus.* (Th. C. I. 9. c. 1.) *Procuratoribus hereditatum fisci.* (Just. C. c. 1. de usur. rei iud. 7. 54.)

<sup>(109)</sup> Gaius Inst. I. 53. Vergl. Savigny a. a. O.

bekunden dies durch ihre äussere Erscheinung, gleichwie durch ihren Inhalt <sup>(110)</sup>.

Indem wir nun den eigentlichen Collectiv-Adressen der Rescripte näher treten, so finden wir hinsichtlich der Formulirung derselben dieses zu bevorzugen. Die Namen der verschiedenen Personen, für welche der kaiserliche Bescheid bestimmt war, sind gewöhnlich neben einander aufgeführt <sup>(111)</sup>. Wenn aber zufällig sämtliche Bittsteller des gleichen Namens waren, so wurde dieser Geschlechtsnamen in der Mehrheit ausgedrückt <sup>(112)</sup>; wozu die Inschriften von Denkmälern, bei denen die Stifter, oder die Personen, welchen die Widmung galt, denselben Geschlechtsnamen führten, ein Seitenstück bilden <sup>(113)</sup>. Nicht minder häufig erscheint diese Form des Ausdruckes, dass der Namhaftmachung einer einzelnen Person die Collectiv-Bezeichnung hinzugefügt ist: *et aliis, s. et ceteris* <sup>(114)</sup>. Ungleich seltener da-

<sup>(110)</sup> z. B. durch die in der Subscription enthaltene Andeutung einer erfolgten öffentlichen Aufstellung der vorstehenden Verordnung. Th. C. X. 1. c. 2.

<sup>(111)</sup> So: *Tauro et Pollioni*. (Just. C. c. 6. de iur. et facti ign. 1. 18.) *Aurelio et Eustathio et Diosimo*. (Collat. LL. Mos. X. 5.) *Marcellae et Quirillae*. (c. 25. vergl. c. 33. de transact. 2. 4.) *Aurelio et Alexandrae*. (c. 3. de cond. ob caus. dat. 4. 6.) *Leaenae et Lupo*. (c. 3. de probat. 4. 19. vergl. Vatic. Frr. §§. 42. 235. 275. Fragmenta Cod. Gregoriani I. 10. c. 6. III. 2. c. 2. VI. 2. c. 1. Cod. Hermog. III. 1. XIII. 3. XV. 1.

<sup>(112)</sup> z. B. *Imp. Alexander A. Pomponiis*. (c. 6. de transact. 2. 4.) *Id. Julis*. (c. 1. si adv. rem. iud. 2. 27) *Divi Fratres Quinctillii rescripserunt*. (Fr. 16. §. 4. D. de bon. libertor. 38. 2. vergl. Fr. 12. de adqu. v. om. her. 29. 2. wo der vorliegende Text: *est in Semestribus Fivis Soteri et Victorino rescriptum* etc. füglich nur von der Voranstellung des gemeinsamen Geschlechtsnamens der beiden Bittsteller gedeutet werden kann. Cod. Gregor. Frr. II. 17. c. 1.) Auch in Privat-Urkunden begegnet man gleichartigen Collectiv-Bezeichnungen von Personen. Fr. 26. §. 2. depos. 16. 3. „*Titius Sempronius salutem! Habere me a vobis auri pondo plus minus X. etc.*

<sup>(113)</sup> z. B. *Cingii duo, Stabulo et Aulus, Lucci pater et filius, Atteiani, Successa et Primiva. Volumni duo, Verus et Severus, Maniciorum Hedisti et Apti et Phileti*. u. dgl. m. S. Orelli a. a. O. I. n. 1207. und Anm. 1. ebdas. n. 1498. 1683. 1694. 1813. 2685. 2789. II. n. 3436. 3560. 3578. 4430. 4513. 4529. 4546. 4669. Um anderer minder auffallender Bezeichnungen nicht zu gedenken. (I. n. 1287. *Genteiles, Juliei*. n. 1400. *Q. Munatius Trichorus Ex Fot. Munatiorum* n. 1537. *Herculi defensori Papirii*. S. auch n. 2354.

<sup>(114)</sup> z. B. *Menophilo et ceteris*. (c. 9. depos. 4. 34.) *Legitimo et aliis*. (c. 1. ne fisc. v. resp. 2. 18.) *Marcellinae et aliis*. (c. 1. de ord. iudicior. 3. 8.) Cod. Gregor. frr. II. 17. c. 1. S. Anm. 104. und 107. *Martianae et aliis*. c. 1. si tut. v. cur. 2. 25. Ähnlich, wie auf Inschriften der Zusatz: *cum suis etc.* zu dem Namen des Stifters. Orelli das. I. n. 1223.



gegen sind, ähnlich wie bei den Einzel-Adressen <sup>(115)</sup>, die Beispiele, wo die Collectiv-Adresse nach Stand und Beruf der Bittsteller formulirt ist <sup>(116)</sup>, oder nach deren Stellung zu einer andern Persönlichkeit, auf welche die vorstehende Rechtsfrage unmittelbar zu beziehen ist <sup>(117)</sup>.

Man würde die Veranlassung zu Collectiv-Eingaben, und den dadurch hervorgerufenen Collectiv-Bescheiden, vergeblich in den Zufälligkeiten der äusseren Stellung der Supplicanten suchen. Allerdings ist eine grosse Anzahl von Rescripten mit Collectiv-Adressen an Soldaten und an Frauen gerichtet; allein ungleich belangericher erscheint die Summe der, für dieselben Classen der Bittsteller bestimmten Rescripte, welche mit Einzel-Adressen versehen sind. Man hat längst auf die Thatsache aufmerksam gemacht <sup>(118)</sup>, dass die R. Soldaten den Kaiser als ihren Patron für alle

---

1542. 1708. 1770. 1775. 2111. fg. Oder: *Suo et suorum nomine*. Ebd. n. 1290. *Pro se et suis*. n. 1347. 1894. 1982. 2026.

<sup>(115)</sup> S. die folgende Anm. a. E. Plin. Ep. X. 108. vergl. 107.

<sup>(116)</sup> So: *Aurelio Herculano et aliis militibus*. (Collat. LL. Mos. I. 8. §. 1. vergl. I. 9. §. 1. Just. Cod. c. 5. c. 7. de re mil. 12. 36. c. 7. de resc. vend. 4. 44. c. 5. de fide instrum. 4. 21. Cod. Gregor. Fr. XIV. 3. c. 1. sq.) *Domno veterano. Militibus cohortis primae*. (c. 2. de R. M. 12. 36. vergl. Fr. 4. pr. §. 1. D. de veteran. 49. 18.) *Petronio centurioni*. (c. 2. de restit. milit. 2. 51.) *Aurelio archiatro*. (c. 2. Quib. n. oblic. 1. t. pr. 7. 35.) *Plaetorio militi*. (Fr. 1. D. si pend. appell. 49. 13.) Cod. Gregoriani fr. I. 41. §. 2. *Licinio Timotheo, evocato*. S. Hermog. Cod. XI. 1.

<sup>(117)</sup> z. B. *Heredibus Maximi*. (c. 14. de testam. mil. 6. 21.) *Libertis Sextae Basiliae*. (c. 1. de legat. 6. 37. vergl. Fr. 13. §. 1. D. de alim. v. cibar. leg. 34. 1.) *Libertis Cassiani*. (c. 2. de incert. person. 6. 48.) (Die entsprechenden Formulare der Inschriften stehen hier nicht nahe genug. Orelli I. n. 1501. *Paul. Toutia M. F. Et. Consupplicatrices*.) Damit ist der Fall nicht zu verwechseln, wenn die Eingabe blos von dem Bevollmächtigten ausgestellt war; dann wurde die Adresse des Rescriptes regelmässig an den Vollmachtgeber gerichtet, oder auch an die Behörde, vor welcher die Streitsache verhandelt ward. Fr. 57. §. 1. D. de ritu nupt. 23. 2. „*D. Marcus et Lucius Impp. Flaviae Tertullae per Mensorem libertum ita rescripserunt*.“ S. auch Fr. 16. de interd. et relegat. 48. 22. Fr. 6. ad L. Jul. de vi pub. 48. 6. Ein anderes Beispiel einer scheinbaren blossen Noth-Adresse (Vatic. Fr. §. 274. „*Idem Aureliae Gabinae, sive Gaudiosae*.“) ist deshalb nicht beweisend, weil hier nur von einer Person die Rede sein dürfte, (gleich wie bei Orelli das. I. n. 771. fg.) nämlich von einer zum Christenthum übergetretenen Heidin, die zu ihrem angestammten Namen ein Epithet der beglückenden Wirkung religiöser Convertirung mochte gefügt haben. Orelli coll. inscr. lat. I. n. 1160. Anm. 1. In andern Fällen sieht man die Doppelnamen einer Frau durch die Formel: *Quae et*, verbunden. Orelli das. I. n. 2767. fg.

<sup>(118)</sup> S. Huschke a. a. O. (oben Anm. 24.)

rechtliche Angelegenheiten glaubten betrachten zu dürfen und demnach selbst die geringfügigsten Rechtssachen demselben vortrugen, um Belehrung oder richterliche Entscheidung zu erwirken. In den bezüglichen Rescripten bethätigen die Kaiser nicht selten eine bewundernswürdige Langmuth<sup>(119)</sup>, so wie die umsichtigste Wahl eines schonenden Redeausdruckes, selbst da wo die Aufforderung zur Misbilligung ungebührlichen Sollicitirens nahe lag<sup>(120)</sup>. Zum Theil anders verhielten sich die Kaiser bei der Erwiderung auf Eingaben der Frauen. Zwar fehlt es auch hier nicht an Beispielen des geduldigen Eingehens auf minder erhebliche Einzelheiten der gestellten Anfrage<sup>(121)</sup>; allein dafür sind wiederum die Beweise nicht selten von kurzer, derber Abfertigung bei nutzloser Befragung, so wie von energischem Tadel frivoler Zudringlichkeit<sup>(122)</sup>. Dass ausnahmsweis auch der K. Bescheid auf das Libell einer Sklavin an diese selbst gerichtet werden konnte, sobald die Umstände nicht verstatteten den Herrn derselben zu apostrophiren, mag hier nicht unerwähnt bleiben<sup>(123)</sup>.

<sup>(119)</sup> Vergl. Plin. Ep. X. 107. sq.

<sup>(120)</sup> z. B. c. 14. de pact. 2. 3. c. 11. de transact. 2. 4. c. 2. de petit. hered. 3. 31. c. 7. de usuf. et habit. 3. 33. c. 2. comm. div. 3. 37. c. 5. ad exhib. 3. 42. c. 4. de comm. rer. al. 4. 52. c. 3. de vectig. et comm. 4. 61. c. 2. de don. int. V. 5. 16. c. 1. si ex plur. tut. 5. 40. c. 5. de inst. v. subst. 6. 25.

<sup>(121)</sup> c. 13. de transact. 2. 4. c. 5. c. 8. c. 10. ex qu. c. infam. 2. 12. c. 5. de procur. 2. 13. c. 1. sq. c. 7. c. 20. de neg. gest. 2. 19. c. 1. sq. si adv. libert. 2. 31. c. 3. si min. se maior. 2. 43. c. 6. de usuf. et hab. 3. 33.

<sup>(122)</sup> z. B. die Äußerungen: *Nimis improbe postulasti.* (c. 3. unde vi. 8. 4.) *Non iusta ratione, s. contra ius, postulas.* (c. 11. de negot. gest. 2. 19. c. 7. de iudic. 3. 1.) *Frustra desideras, s. disputas etc.* (c. 4. in qu. c. in int. rest. 2. 41. c. 1. ne ux. p. marit. 4. 12.) *Non animadvertimus cur etc. Falso tibi persuasum est.* (c. 2. ubi c. fiscal. 3. 26. c. 2. de codic. 6. 36.) *Nimia credulitate circumventa es etc.* (c. 11. de obl. et act. 4. 10.) *Ipsam facilitati suae expensum ferre debere.* (Fr. 3. §. 3. D. ut in poss. legat. 36. 4.) *Desine itaque postulare.* (c. 6. de revoc. don. 8. 56. Vatic. Fr. §§. 279. 282. 325. fg.) Über diese und andere ähnliche *Formulae improbatoriae*, S. Brisson. de Form. III. 38.

<sup>(123)</sup> c. 1. de precib. Imp. offer. 1. 19. Imp. Diocletian. et Maximian. AA. Firminae [al. Firmino.] „Licet servilis conditio deferendae precis facile capax non sit, tamen admissi sceleris atrocitas et laudabilis fidei exemplum super vindicanda caede domini tui hortamento fuit, ut Praefecto Pr. iuxta adnotationis nostrae decretum demandaremus, — ut auditis his, quae in libello contulisti, et reos investigare et severissimam vindictam iuxta legum censuram exigere curet.“ Vergl. c. 1. si serv. extero. 4. 36.

Die Motive der Collectiv-Adressen sind vielmehr zu entnehmen aus der Beschaffenheit des vereinzelt Rechtsfalles, der die Eingabe des Bittstellers hervorgerufen hatte, und dessen Erledigung das fragliche Rescript bezweckte. Denn selbst die Collectiv-Petitionen der Glieder gewisser Heeres-Abtheilungen sind nur ausnahmsweis auf die Förderung der Gesamt-Interessen des Vereins <sup>(124)</sup>, oder auf die Abwendung der den Einzelnen drohenden Strafe gerichtet <sup>(125)</sup>; vielmehr treten auch hier gewöhnlich die Sonder-Interessen der Anfragenden, welche lediglich durch zufällige äussere Verhältnisse unter sich verbunden erscheinen, in den Vordergrund. Ferner da, wo ein K. Rescript auf die, von einer Mehrzahl der Freigelassenen desselben Patrons ausgegangene und deren eigene Angelegenheiten berührende <sup>(126)</sup>, Eingabe hinweist, handelt es sich vorzugsweis von den, auch bei andern Bittstellern gewöhnlichen Anlässen, namentlich von dem Anspruch an eine gemeinsame Erbschaft <sup>(127)</sup>; ausgenommen dann, wenn die Abwehr der gegen die Freilassung gerichteten Angriffe beantragt wurde <sup>(128)</sup>, und überhaupt sobald eine *controversia status* vorlag <sup>(129)</sup>. In ähnlicher Weise beziehen sich die Collectiv-Libelle der Mitpatrone grossentheils auf das, an dem freigelassenen Sklaven früher bestandene, Miteigenthum <sup>(130)</sup>.

Das Maas der Begrenzung und Ausführung, welches in den uns überlieferten Constitutionen-Sammlungen bei den einzelnen Rechtslehren zur Anwendung gebracht ist, hat begreiflich auch einwirken müssen auf die Masse von Rescripten und Decreten, die ihrem Inhalte nach auf die verschiedenen Rechtsgebiete vertheilt wurden. Von den K. Erlassen auf Collectiv-Petitionen gilt hier dasselbe wie von den, an Einzel-Adressen gerichteten, Bescheiden. Nur eine geringe Anzahl bewegt sich auf dem Gebiete des öffentlichen Rechts. Von den Rescripten mit Collectiv-Adressen, die

<sup>(124)</sup> Vergl. Fr. 8. §. 2. D. de procur. 3. 3. mit Fr. 13. de accus. 48. 2. Fr. 4. pr. §. 1. de veteran. 49. 18. Tit. Cod. Just. de testam. mil. 6. 21.

<sup>(125)</sup> Collat. LL. Mos. I. 8. I. 9.

<sup>(126)</sup> Des Falles wurde schon früher (Anm. 117.) gedacht, wenn ein Freigelassener nur im Namen seines Patrons eine Eingabe eingereicht hatte.

<sup>(127)</sup> Fr. 3. Fr. 13. §. 1. de alim. v. cibar. 34. 1. c. 4. de inoff. testam. 3. 28. c. 1. de legat. 6. 37. c. 2. de incert. person. 6. 48.

<sup>(128)</sup> c. 4. de inoff. testam. 3. 28.

<sup>(129)</sup> c. 9. de iur. et facti ign. 1. 18.

<sup>(130)</sup> c. 24. de iure dot. 5. 12. Fr. 16. §. 4. de bon. libert. 38. 2.

dem Privatrecht überwiesen sind, findet man die Mehrzahl in solchen Lehren, in welchen die gewöhnlichen Erscheinungen des rechtlichen Verkehrs das Zusammentreffen der Ansprüche und Verpflichtungen mehrerer Personen in Bezug auf das nämliche Rechtsobject begünstigen.

Nur wenige von solchen, gleichzeitig an mehrere Imploranten ergangene, Verfügungen gehören dem Strafrecht an, z. B. die Bescheide an Mitankläger<sup>(131)</sup> und Mitschuldige des gleichen Vergehens<sup>(132)</sup>. Die öffentlichen Leistungen an den Staat<sup>(133)</sup>, oder an die bezügliche städtische Gemeinde<sup>(134)</sup>, sind begreiflich nicht in zahlreichen Collectiv-Rescripten besprochen, weil gerade hier die Rechte und Pflichten jedes Einzelnen eine gesonderte Geltung verlangten. Anders verhält es sich mit den Ansprüchen, die in dem geschäftlichen Verkehr zwischen dem Fiscus und Privaten ihre Quelle hatten. Hier war das Auftreten einer Mehrheit von Repräsentanten desselben vermögens-rechtlichen Interesse's ganz gewöhnlich, und man begegnet daher in dieser Richtung nicht wenig Rescripten mit Collectiv-Adressen<sup>(135)</sup>. Auch die Bescheide an eine Mehrzahl von Gewerbsgenossen sind nicht selten; nur dass solche Urkunden gewöhnlich zusammenfallen mit den Erlassen an juristische Personen<sup>(136)</sup>.

Nichts scheint näher zu liegen als die Voraussetzung, dass die Eingaben der Streitgenossen in bürgerlichen Rechtssachen vorzugsweis Rescripte und Decrete mit Collectiv-Adressen veranlasst haben mögen. Auch kommt damit überein das Resultat der Prüfung von Justinian's Constitutionen-Codex, um der Überreste älterer Rescripten-Sammlungen nicht zu gedenken<sup>(137)</sup>. Denn die wenigen Beispiele von K. Bescheiden, die unter einer Einzel-Adresse ausgefertigt sind und deren Text nichtsdestoweniger der

<sup>(131)</sup> c. 11. Qui accus. non poss. 9. 1.

<sup>(132)</sup> c. 4. de h. qu. vi. 2. 20. c. 6. de h. qu. ut ind. 6. 35. c. 3. unde vi. 8. 4.

<sup>(133)</sup> c. 3. vectig. nova inst. n. p. 4. 62.

<sup>(134)</sup> c. 1. ne fisc. v. resp. 2. 18. c. 5. de usur. 4. 32. c. 3. vectigal. nova. 4. 62. c. 2. de iure reip. 11. 29. c. 2. de admin. rer. pub. 11. 30.

<sup>(135)</sup> c. 2. si adv. fisc. 2. 37. c. 3. de conv. fisci deb. 10. 2. Vergl. Fr. 41. §. 7. D. de legat. 1. (30.)

<sup>(136)</sup> Vergl. oben Anm. 103. fg.

<sup>(137)</sup> Cod. Gregoriani fragmta. I. 10. c. 6.

Streitgenossen gedacht <sup>(138)</sup>, können ohne Mühe von dem Falle gedeutet werden, wenn nur ein einzelnes Mitglied der Streitgenossenschaft den Weg der Bittschriften betreten hatte. Indess die Streitgenossenschaft kann lediglich in Beziehung auf die Formalien des Prozesses als ein selbstständiges Motiv zur Erklärung des verhältnismässig häufigen Vorkommens von Collectiv-Libellen benutzt werden <sup>(139)</sup>. Fasst man dagegen die materielle Begründung der gestellten Rechtsfragen genauer in's Auge, so bewährt sich das Vorhandensein von Streitgenossen bei jenen Rescripten mit Collectiv-Adressen bloß als eine Zufälligkeit. Dies wird bestätigt durch zahlreiche Beispiele aus verschiedenen Lehren des Privatrechts. So bei der Vormundschaft, in den Fällen der gleichzeitigen Antragstellung mehrerer um Ernennung eines obrigkeitlichen Vormundes <sup>(140)</sup>; gleichwie bei der Erörterung der Rechte und Pflichten von Mitvormündern <sup>(141)</sup>, oder bei gemeinsamen Mündeln <sup>(142)</sup>. Ferner mit Rücksicht auf Eigenthum und Besitz ist vielfach die Rede von Collectiv-Eingaben der Miteigenthümer <sup>(143)</sup>, so wie der Mitbesitzer <sup>(144)</sup>. Dem Obligationen-Recht gehören die zahlreichsten und mannigfaltigsten Collectiv-Rescripte an, welche bestimmt waren, die Interessen der Mitgläubiger <sup>(145)</sup>, oder der Mitschuldner <sup>(146)</sup> zu regeln. Und nicht minder viel-

<sup>(138)</sup> Vatic. Frr. §. 33. vgl. §. 42. Collat. LL. Mos. X. 5. Fr. 3. D. de alim. v. cib. 34. 1.

<sup>(139)</sup> In den, auf die Form des Streitverfahrens bezüglichen, Abschnitten des Cod. Just. sind die derartigen Beispiele am zahlreichsten. (c. 1. si in comm. ead. c. 2. 26. c. 4. si adv. rem iud. 2. 27. c. 1. si saep. in int. rest. 2. 44. c. 1. de iurisd. omn. iud. 3. 13. c. 8. c. 16. de probat. 4. 19. c. 7. de testib. 4. 20. c. 5. de fide instrum. 4. 21. c. 17. de A. E. V. 4. 49. c. 4. de excc. 8. 36.)

<sup>(140)</sup> c. 11. de compens. 4. 31.

<sup>(141)</sup> c. 12. de inoff. testam. 3. 28. c. 1. c. 3. in qu. c. tut. 5. 36. c. 2. de admin. tut. 5. 37. c. 2. si mat. indem. 5. 46. c. 2. c. 18. de excus. 5. 62.

<sup>(142)</sup> Fr. 12. de adqu. v. om hered. 29. 2. c. 1. de tut. v. cur. qui sat. non ded. 5. 42. c. 6. arbit. tut. 5. 51. c. 1. si tut. v. cur. fals. all. 5. 63. c. 3. de praed. et al. reb. min. 5. 71. c. 1. c. 3. de codicill. 6. 36.

<sup>(143)</sup> c. 1. s. adv. vend. 2. 29. c. 3. si adv. libert. 2. 31. c. 17. de rei vind. 3. 32. c. 5. c. 7. comm. utr. iud. 3. 38. c. 2. de nox. act. 3. 41. c. 3. de cond. ob caus. dat. 4. 6. c. 16. de evict. 8. 45. c. 3. de revoc. don. 8. 56. Frr. Cod. Gregor. III. 2. c. 2.

<sup>(144)</sup> c. 3. unde vi. 8. 4. c. 17. de act. E. V. 4. 49.

<sup>(145)</sup> c. 25. c. 33. de transact. 2. 4. c. 10. de neg. gest. 2. 19. c. 3. c. 6. de cond. ob caus. dat. 4. 6. c. 14. de obl. et act. 4. 10. c. 4. de pign. act. 4. 24. c. 12. de don. A. N. 5. 3. c. 7. ad L. Falc. 6. 50. c. 6. de inut. stip. 8. 39.

<sup>(146)</sup> c. 6. c. 9. de iur. et facti ign. 1. 18. c. 18. de pact. 2. 3. c. 1. si adv. vend. 2. 29. c. 5.

gestaltig erscheinen diejenigen K. Erlasse, welche unter der Collectiv-Adresse von Miterben ausgefertigt vorliegen <sup>(147)</sup>; um jener an Collegatare und Confideicommissare gerichteten <sup>(148)</sup> nicht zu gedenken. Seltener sind dagegen die Beispiele von Collectiv-Adressen in solchen Fällen, wo der Kaiser von De- und Ascendenten, Behufs der Erweiterung ihrer Befähigung zu letztwilligen Zuwendungen, in gesonderten Eingaben angegangen war und einen Gesamt-Bescheid darauf erlassen hatte <sup>(149)</sup>.

---

si cert. pet. 4. 2. c. 5. de obl. et act. 4. 10. c. 7. de n. num. pec. 4. 30. c. 26. de loc. et cond. 4. 65. c. 2. de partu pign. 8. 25. c. 6. de inutil. stipul. 8. 39. Cod. Gregor. Fr. III. 7. c. 1. IV. 2. c. 21.

<sup>(147)</sup> c. 6. de transact. 2. 4. c. 1. si tut. v. cur. 2. 25. c. 2. si adv. vend. 2. 29. c. 1. si min. ab hered. 2. 39. c. 1. de ord. iud. 3. 8. c. 23. de inoff. test. 3. 28. c. 1. de inoff. don. 3. 29. c. 5. de usuf. et hab. 3. 33. c. 15. de don. int. V. 5. 16. c. 6. sol. matrim. 5. 18. c. 2. de hered. tut. 5. 54. c. 2. Qui test. fac. p. 6. 22. c. 3. de inst. de subst. 6. 25. c. 15. de legat. 6. 37. c. 3. ad S. C. Treb. 6. 49. c. 1. c. 2. de legit. hered. 6. 58. c. 9. de sent. pass. 9. 51.

<sup>(148)</sup> c. 4. de inoff. testam. 3. 28. c. 1. de legat. 6. 37. c. 3. ad S. C. Treb. 6. 49. c. 7. ad L. Falc. 6. 50. Vergl. Fr. 41. §. 7. de legat. I. (30.)

<sup>(149)</sup> Vergl. Fr. 16. D. de interd. et relegat. 48. 22.



Über  
die Vermehrung der Bevölkerung in Europa seit dem  
Ende oder der Mitte des siebenzehnten Jahrhunderts.

Von  
H<sup>rn</sup>. DIETERICI.

---

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 16. Mai 1850.]

Vergleichungen anzustellen zwischen der jetzigen Bevölkerung Europa's und der Bevölkerung des Erdtheils vor 150 bis 200 Jahren, oder überhaupt einer weiter zurückliegenden Vergangenheit, gehört zu den schwierigsten Aufgaben der Statistik, da es für frühere Zeiten sehr an bestimmten Nachrichten über die Bevölkerungsverhältnisse der europäischen Staaten fehlt. Indessen sind doch in mehreren Staaten auch in früheren Zeiten Zählungen der Menschen vorgenommen, oder man hat die Volksmenge nach Wohnplätzen, Familien und in ähnlicher Weise aus einer positiven Zählung abgeschätzt; — wo dergleichen bestimmte Zählungen fehlen hat man mancherlei andere Hülfsmittel durch Rechnung und Schätzung auf ziemlich zutreffende Zahlen der Bevölkerung zu kommen; endlich giebt die Art der statistischen Darstellung einen Ausweg, durch welchen man in Bezug auf Bevölkerungsverhältnisse auch für frühere Zeiten, zu einem immerhin der Wahrheit nahe kommenden Bilde gelangen kann.

Das sicherste Mittel der Vergleichungen bleiben wirklich angestellte Zählungen, indessen sind solche Zählungen der in einem bestimmten Zeitpunkt in einem Lande lebenden Menschen, so daß in jeder Gemeine Haus bei Haus ein jeder Einwohner des Landes in die Tabellen eingetragen wird, in den meisten Ländern erst in sehr neuer Zeit mit einiger Sorgfalt und Genauigkeit vorgenommen worden. Selbst noch bei Bildung des deutschen Zollvereins, bei welchem die Zahl der Einwohner jedes beteiligten Landes zu kennen, ein sehr bestimmtes finanzielles Interesse vorwaltete, ergab es

sich, daß in sehr vielen deutschen Ländern, die dem Zollvereine beitraten, eine auf genauere Zählung beruhende Kenntniß der Menschenzahl fehlte; in vielen Ländern kannte man nur die Häuserzahl und schätzte danach die Bevölkerung; in andern rechnete man nach Familien und Haushaltungen; erst seit 1834 beginnen für die zollvereinten Staaten Deutschlands, überall genauere Zählungen der Menschen. — In Bezug auf andere Länder Europa's ist über wirklich statt gehabte Zählungen im Allgemeinen Folgendes zu bemerken. — In Spanien veranlaßte Philipp II. 1575, daß ihm von den Bischöfen und Corregidoren seines Reiches die damals vorhandene Zahl der Familien und die von ihnen bewohnten Feuerstellen angegeben würden; nachher blieb die Sache ruhen und erst 1723 wurde wiederum einmal eine Volkszählung vorgenommen; dann 1768; dann 1797 und von da an ziemlich regelmäsig. Von Portugal sind von 1732 und 1776 unvollständige Angaben vorhanden; — erst von 1801 ab, treten sie regelmäsig an. In Frankreich reichen die ersten genaueren Volkszählungen bis auf Colbert's Verwaltung; auch dort wurde nachher wieder seltener und ungenauer die Volksmenge ermittelt, und erst von 1774 an kamen ordentliche Volkszählungen in regelmäsigem Gang. Im britischen Reiche hat man zwar Notizen für das eigentliche England nach Steuerrollen bis zum 14. Jahrhundert, indessen sind diese sehr ungenau; später fehlen solche Notizen, und erst von 1689 und 1700 an sind für England genau nach 10 jähriger Zählung die Bevölkerungen angegeben; für Schottland hat man eine Bevölkerungsangabe von 1689, doch steht diese Angabe vereinzelt da; die Nachrichten über die Bevölkerung Schottlands werden erst in der späteren Hälfte des 18. Jahrhunderts nach wirklichen Zählungen genauer. Für Irland ist aus dem 17. Jahrhundert nur eine Angabe von 1669 vorhanden, dann folgt eine solche von 1754 und erst von 1791 an, treten genauere Volkszählungen alle 10 Jahre ein. — Von den verschiedenen Staaten Italiens, von Neapel und Sicilien, Piemont, Toscana, sind einige Zählungen aus dem vorigen Jahrhundert vorhanden; indessen von verschiedenen Jahren, und ganz einzeln stehend. Erst vom Ende des vorigen Jahrhunderts an hat man genauere Zählungen. — Letzteres gilt auch von den Niederlanden und dem heutigen Belgien; jedoch finden sich von einigen Theilen des früheren Burgunds und der österreichischen Niederlande bis 1750 zurück einige genauere Angaben der Bevölkerungsverhältnisse. Bestimmter sind diese in den nordischen



Reichen, namentlich für Schweden und Norwegen von Forssell angegeben; auch für Dänemark finden sich für einzelne Provinzen in Schriften dänischer Autoren, so wie in den geographischen Schriften des gewissenhaften und fleißigen Büsching einige bis 1750 zurückgehende Angaben. Gar nichts bestimmtes für frühere Zeit ist über Rußland vorhanden, woselbst schon wegen der vielen, zum Theil nomadenartig lebenden Völkern, nichts sicheres über die Bevölkerungsverhältnisse früherer Zeit sich ermitteln läßt. — Ebenso wenig hat man für frühere Zeit irgend zuverlässige Angaben über die Bevölkerung der europäischen Türkei. Die inneren Zustände des Osmanischen Reiches, die ganze Art der Administration waren im vorigen Jahrhundert, und bis auf ganz neue Zeiten gar nicht geeignet, ordnungsmäßige Zählungen der Einwohner eintreten zu lassen; auch ist schon seiner Grundfläche nach die Türkei mehr ein asiatischer als ein europäischer Staat.

Von der Mitte, dem Herzen Europa's, von Deutschland hat man auch nicht für frühere Zeiten etwa eine zusammenhangende Aufnahme. Indessen fanden in mehreren der in sich mehr consolidirten deutschen Staaten schon früher Zählungen statt, von denen aus man auf die Nachbarstaaten Schlüsse ziehen kann. Man muß auf diese Ermittlungen in den einzelnen, selbstständigen deutschen Staaten zurückgehen. In den Staaten Süddeutschlands nun und in Österreich hat man erst in neuerer Zeit bessere Zählungen, in früheren Jahren schätzte man die Bevölkerung nach der Zahl der Städte, Dörfer, Häuser, überhaupt der bewohnten Stellen; auch wird bei der Zersplitterung Deutschlands und den, besonders seit den französischen Kriegen vom Ende des vorigen Jahrhunderts an, vielfach eingetretenen Territorialveränderungen, die Ermittlung der zu jeder Zeit in irgend einem der süddeutschen Staaten wirklich vorhanden gewesenen Bevölkerung, selbst für die Zeit von 1790 bis 1815 oft sehr schwierig. Aus letzteren Gründen ist es sehr schwer, Bayerns oder Württembergs Einwohnerzahl für frühere Zeit zu ermitteln. Für die Österreichischen Lande hat man Angaben für einzelne Provinzen, wie z. B. Böhmen. Die zuletzt erwähnte Schwierigkeit der Zersplitterung und häufigen Veränderung des Territorialbestandes der einzelnen Staaten tritt zwar auch im nördlichen Deutschlande ein. Indessen gewähren doch einige Staaten hier einen besseren Anhalt. So finden sich von Hannover Angaben aus dem vorigen Jahrhundert von 1745 an,

die Dr. Telkampff zusammengestellt hat, und die, wenn auch für die Mitte des vorigen Jahrhunderts noch nicht auf wirklicher Zählung beruhend, doch aus einzelnen genauern Angaben zusammengestellt sind. Ähnliches gilt für das frühere Kurfürstenthum Sachsen, für welches Leonhardi und Hassel genauere Ermittlungen angestellt haben. Insbesondere aber war im Preussischen Staate schon früh die Aufmerksamkeit der Regenten auf die genauere Feststellung der Anzahl von Menschen im Staate gerichtet. Eine ganz vorzügliche Wichtigkeit legte König Friedrich II. auf diese Ermittlungen; — von 1748 an wurden die Einwohner des Staates alljährlich gezählt, und zwar, Stadt und Land getrennt, die städtische Bevölkerung mußten die Steuerräthe, die ländliche die Landräthe angeben. Eine nach den Provinzen geordnete Generalzusammenstellung der Bevölkerung der ganzen Monarchie überreichte das General-Directorium alljährlich dem König, der diese Übersichten genau verglich und oft eigenhändige Bemerkungen hinzufügte. Diese Generalübersichten finden sich vollständig in den Akten des statistischen Bureau, so dafs von 1748 an für den preussischen Staat die Ergebnisse der Volkszählungen alljährlich vorhanden sind, bei deren Prüfung es nur darauf ankommt, für jedes Jahr immer den jedesmaligen Territorialbestand im Auge zu behalten. Für die frühere Kurmark ist noch eine besondere Angabe vorhanden, indem Friedrich II. durch Cabinetsordre vom 14. Oktober 1774 von dem General-Directorio verlangte, die Bevölkerungen für die Zeit vor dem 30jährigen Kriege, bei dem Tode des grossen Kurfürsten und beim Antritt Seiner Regierung anzugeben. Die Ermittlung ward aus einzelnen zerstreuten Notizen in alten Archiven versucht und ergab

1617	. . .	329,660
1688	. . .	399,240
1740	. . .	475,991
1774	. . .	628,343 Menschen

Friedrich II. schrieb unter den Bericht:

„Wan noch alles was kan bewohnt werden nachgesucht und angesetzt wirdt So können die Creifser und Stähte von den Departement bis 700 M. menschen gebracht werden, aber weiter wirdt es nicht gehen.“

(gez.) Friedrich.

Was würde der große König sagen, wenn er erführe, daß nach der letzten Zählung von 1849 auf demselben Landstriche gezählt worden sind 1,395,587, also ganz nahe noch einmal soviel, als er für die äußerste Grenze der Bevölkerungs-Möglichkeit bezeichnete?

Mit Ausschluss von Rußland und der Türkei, habe ich mich bemüht die Bevölkerungen der verschiedenen Staaten Europa's, so weit bestimmte und einigermaßen zuverlässige Nachrichten darüber vorhanden waren, zu sammeln und in bestimmter Zahl für die verschiedenen Jahre für welche sie seit 1700 und hier und da auch früher angegeben sind, festzustellen.

Es blieben indessen bei dieser Darstellung viele Theile Europa's in Bezug auf ihre früheren Bevölkerungen ganz unbekannt; bei andern Angaben waren Zweifel über deren Richtigkeit nicht zurückzuweisen. Es gab ein statistisches Mittel die Lücken zum Theil auszufüllen und offenbare Unrichtigkeiten zu beseitigen. Man hat aus Kirchenbüchern von vielen Städten, Dörfern und Gegenden selbst Jahrhunderte lang zurückgehende Angaben der in den verschiedenen Gemeinden alljährlich Gebornen, Getrauten, Gestorbenen. Das Verhältniß der alljährlich Gebornen zu der Totalbevölkerung und noch mehr das der Getrauten ist schwankend und oft in nicht weit von einanderliegenden Zeiten sehr verschieden. Treten Hungerjahre ein, so vermindert sich auffallend die Zahl der Gebornen und der Getrauten, ja es kann längere Perioden geben in denen in dieser oder jener Gegend bei stockendem Verkehr, Abnehmen der einen oder der andern Industrie, ein ungünstiges Verhältniß zwischen Geburten, Trauungen und Anzahl der Lebenden, längere Zeit andauert. Umgekehrt tritt es oft ein, daß nach längern Kriegen oder sonst unglücklichen Zeiten bei wieder hergestelltem Frieden, lebhafterem Erwachen des Verkehrs, überhaupt bei dem Eintreten guter Zeit plötzlich die Listen der Geburten und Trauungen sehr viel stärker werden. Es ist daher bedenklich aus Geburts- und Trauungslisten auf die Anzahl der gleichzeitig lebenden Menschen für frühere Zeiten zurückzuschließen. Dies ist wenigstens nicht in gleichem Grade der Fall in Betreff der Todesfälle. Allerdings treten auch hier oft sehr abweichende Zahlen ein, bei Epidemien, Kriegsjahren, sonstiger Kalamität. Wenn man aber solche, meist einzeln stehende Jahre eliminiert, so bleibt doch in Betreff der Todesfälle gegen die gleichzeitig Lebenden, wenn auch immerhin bei verbesserten Zuständen, und größerer mittlerer Lebensdauer, dies Verhältniß sich verändert

und verbessert, auch für zurückliegende fernere Zeiten meist längere Perioden hindurch, ein ziemlich constantes Verhältniß zwischen den alljährlich Sterbenden und gleichzeitig Lebenden. Es ist daher früher auch sehr gewöhnlich gewesen aus diesen Mortalitätslisten auf die Bevölkerungen der Länder zurückzuschließen. Besonders hat der vortreffliche Süßmilch das Verdienst gerade für den Anfang des vorigen Jahrhunderts aus vielen Ländern und Gegenden Mortalitätslisten gesammelt und aufgestellt und das Verhältniß der Gestorbenen zu den Lebenden für verschiedene Perioden und Gegenden sorgfältig ermittelt zu haben. — Ich habe was an solchen Notizen aufzufinden war bei Prüfung und Abschätzung der Bevölkerungen der verschiedenen Staaten Europa's in früheren Zeiten sorgfältig benutzt.

Dabei konnte ich mir jedoch nicht verhehlen, daß bei der Unsicherheit der früheren Zählungen, dem immer doch schwankenden Verhältniß der Sterbenden gegen die Lebenden bei Berechnung und Angabe der Totalbevölkerung eines Landes mancherlei Unsicherheit verblieb. Es gab ein Mittel, nicht zwar diese Unsicherheit zu beseitigen, aber doch trotz derselben durch Rechnung ein statistisches Resultat zu erhalten, welches für die Betrachtung der Zustände einer Nation in früherer Zeit in Bezug auf Bevölkerungsverhältnisse ein genügendes Bild abgiebt; dies ist die aus der Totalbevölkerung eines Landes berechnete Dichtigkeit der Bevölkerung für die geographische Quadratmeile. Wenn beispielsweise die Bevölkerung Frankreichs bei dem Tode Ludwig XIV. in den statistischen Schriften auf 23 Millionen Menschen angegeben wird, so erhellt schon aus dieser Angabe in runder Zahl, daß derselben eine genauere Ermittlung schwerlich zum Grunde lag. Es konnten 23,000,000; 23,100,000; 23,200,000 bis 23,900,00 sein; oder umgekehrt bis fast 22 Millionen herunter; und es konnte wohl zu einem Fehlschluß führen, wenn nun dagegen England und Wales nach genauer Zählung auf 5,565,000 Menschen angegeben, und diese Zahl gegen 23,000,000 oder etwa 23,300,000 verglichen wurde. Anders stellt sich das Bild der Vergleichung, wenn man nach der Quadratmeile rechnet. Frankreich hatte bei dem Tode Ludwig XIV. 9332 Quadratmeilen; also wohnten in Frankreich, hatte es rund 23,000,000 Einwohner, auf der Quadratmeile 2465, hatte es 23,300,000, 2496; England und Wales haben 2774 Quadratmeilen, hatten also bei 5,565,000 Menschen 2006 auf der Quadratmeile. Es ist für die Anschauung in der That gleichgültig ob Frankreich im Anfang des

18. Jahrhunderts 2465 oder 2496, ob England und Wales 2006 oder vielleicht nur 2000 Einwohner auf der Quadratmeile hatten, man wird immer die klare Anschauung bekommen, daß in jener Zeit die Dichtigkeit der Bevölkerung von England und Wales gegen Frankreich ungefähr stand wie 4 zu 5; während diese beiden Länder jetzt zu einander stehen (bei 5734 pro Quadratmeile in England und Wales und 3590 pro Quadratmeile in Frankreich) etwa wie 11 zu 7. — Wenn es zweifelhaft ist, ob das Verhältniß der jährlich Sterbenden zu den gleichzeitig Lebenden ist wie 1 zu 37 oder wie 1 zu 35, so hätte ich bei 500,000 Todten in dem einen Falle 17,500,000 Menschen, in dem andern 18,500,000 Menschen als Totalbevölkerung eines Landes, das ist, wenn ich die Totalbevölkerungen vergleichen wollte, schon eine bedeutende Differenz von 1,000,000; wenn aber diese Menschen in einem Lande von 5000 Quadratmeilen wohnen, so habe ich in dem einen Falle 3500, in dem andern 3700 Einwohner auf der Quadratmeile. In der Sache ist natürlich die Differenz zwischen beiden Angaben gleich, aber der Eindruck ist ein anderer, ob ich sage, ich weiß nicht ob ein Land 17 oder 18 Millionen Menschen hat, oder, wenn ich sage, ich weiß, daß in dem Lande 3500 bis 3700 Menschen auf der Quadratmeile wohnen.

Hieraus folgt, daß es für eine Betrachtung der jetzigen Bevölkerungsverhältnisse gegen frühere Zeiten zur besten Erkenntniß führt, wenn man nach der Dichtigkeit auf der Quadratmeile rechnet. Unsicherheiten der Totalbevölkerung gleichen sich dadurch besser aus, und für die Totalanschauung bleibt es vollkommen genügend, wenn man weiß, es wohnten vor 100 Jahren auf diesem oder jenem Gebiete 1600 oder 1700 Menschen und wohnen jetzt 2400 oder 2500 auf der Quadratmeile.

Hiernach ist versucht worden nach den besten Angaben, die zugänglich waren, eine Berechnung der Bevölkerungen der Europäischen Staaten, außer dem Preussischen, in der Anlage *A* zusammenzustellen. In der Colonne: Bemerkungen finden sich die Schriften und sonstigen Quellen, aus denen die positiven Zahlen entnommen worden. — Für den Preussischen Staat sind diese Berechnungen in der Anlage *B* zusammengestellt. Die meisten Zahlen sind aus den positiven Ergebnissen der Bevölkerungslisten seit 1748 entnommen. Fast in allen Provinzen des jetzigen Preussischen Staats waren einzelne Theile schon 1748 Preussisch. Es konnte dann wenigstens für diese Theile die Berechnung pro Quadratmeile angestellt werden. Es ist überall

genau angegeben, auf eine wie große Fläche die Bevölkerungsberechnung sich bezieht. Für die Zeit vor 1748 wurden theils die Angaben verglichen, welche sich über die Bevölkerungen in gedruckten (gleichfalls in der Colonne Bemerkungen angegebenen) Schriften befinden; — hauptsächlich aber wurden nach den von Süßmilch in der göttlichen Ordnung angegebenen Zahlen der Gestorbenen, und dem von ihm bemerkten Verhältniß der Gestorbenen zu den Gleichzeitglebenden die Colonne der Bevölkerung ausgefüllt. — Sodann schien es zweckmäfsig, nach den jetzigen Provinzen des Preussischen Staats übersichtlich zusammen zustellen, wie sich in einzelnen Theilen derselben oder im Ganzen die Bevölkerungen pro Quadratmeile gestellt haben. Es beziehen sich bei dieser Darstellung die Zahlen der Volksberechnung für die Quadratmeile in den früheren Jahren immer nur auf diejenigen Theile der Provinz, welche in dem bezeichneten Jahre schon zum Preussischen Staate gehörten. Wo auch in neuerer Zeit der besseren Vergleichung wegen nur die alten Territorialverhältnisse beibehalten wurden, ist dies besonders bemerkt. — Das Nähere ergibt die Tabelle C.

Endlich sind die Resultate aller Ermittlungen Tabelle D zusammengestellt; größere Zwischenperioden genommen, und wo für frühere Zeiten wie bei Hannover, Württemberg, Böhmen, Neuchatel, Lombardei, Schweden und Norwegen, Dänemark, Niederlande, Belgien bestimmte Angaben fehlten, aus Vergleichung mit Nachbarländern und der sonst sich herausstellenden Art des Fortschritts der Bevölkerung die Berechnung für die Quadratmeile schätzungsweise ermittelt. Wie manche Zahl bei dieser Art der Berechnung nun auch, namentlich für die früheren Jahre von 1688; 1700; 1720 unsicher bleibt; nach allen dabei zu Rathe gezogenen Hülfsmitteln, wird, wenn auch statt 720, vielleicht 750, oder 700 und so ähnlich, das genauere Verhältniß wäre, für den Preussischen Staat die ermittelte Zahl der Bevölkerung für die Quadratmeile der Wahrheit ziemlich nahe stehen; und von 1748 an, von welchem Jahre ab wirkliche Zählungen zum Grunde liegen, wird man der Einwohnerzahl für die Quadratmeile im Preussischen Staat unzweifelhaft vertrauen können, und auch für die übrigen Staaten Europa's möchte selbst für frühere Jahre ein erhebliches Bedenken, wonach eine große Differenz der Wirklichkeit gegen die berechnete Zahl vorausgesetzt würde, nicht anzunehmen sein. —

Alle Detail-Untersuchung ergibt unbedingt, daß wirklich eine erhebliche Vermehrung der Menschen in Europa in neuerer Zeit eingetreten ist. Sismondi spricht in seinen staatswirthschaftlichen Untersuchungen an mehreren Stellen von einer Versetzung der Bevölkerung. Bei Betrachtung der Grundsteuer, und den Fragen über ihre Ausgleichung führt er in den *nouveaux principes d'économie politique* Thl. 2. Bd. 6. Cap. 4 aus, daß jede Grundsteuer, wenn sie anfangs auch gerecht und gleich gewesen sei, in weniger Zeit ungerecht und ungleich werden müsse, theils wegen der Verschiedenheit des Fortschritts der Agricultur auf diesem oder jenem Gute, theils wegen neuer günstiger Verhältnisse einzelner Güter, welche herrühren könnten von Eröffnung neuer Wege, neuer Canäle, neuer Häfen ou d'un déplacement dans la population, qui donne accès à de nouveaux marchés. — Er wiederholt ähnliche Gedanken an andern Stellen. — Allerdings kommen auch solche Fälle vor, daß eine Stadt sich hebt, die andere zurückgeht, ein größerer Markt an dem einen Orte hervortritt, während ein früherer größerer Markt gering wird. Ja es kann nicht weggeläugnet werden, daß gerade in unsern Tagen eine Menschenströmung, wenn ich so sagen darf, aus Europa, namentlich aus England und Deutschland nach Amerika und andern Welttheilen statt findet. Indessen ist dieser Abzug bis jetzt immer noch bei weitem nicht so stark, als der innere Zuwachs; überhaupt aber ist von solchen Fällen nach den mitgetheilten Zahlenverhältnissen für die Zeit von 1700 bis 1850 in Europa nicht die Rede. Es steht nicht etwa so, daß die Vielen, die sonst in Italien lebten, dort sich weggezogen hätten, und nun in England lebten. Mit wenigen Ausnahmen ist überall eine Vermehrung eingetreten. Europa hatte, ohne Rußland und die Türkei, im Jahre 1700 wirklich nur 70 oder 80 Millionen Menschen und hat jetzt wirklich 180 bis 185 Millionen auf demselben Wohngebiete der gebildetsten Völker unsers Erdtheils. Man kann es sich nicht verhehlen, daß hier eine großartige, frühere Ansichten und Verhältnisse in vielfacher Beziehung völlig verändernde Erscheinung uns vor das Auge tritt. Wenn Frankreich 1700 Europa in der Politik beherrschte, so ist, neben vielen andern Verhältnissen doch auch in Erwägung zu ziehen, daß Frankreich schon damals 2400 Menschen auf der Quadratmeile hatte; nur in Oberitalien und dem heutigen Belgien war eine ähnliche Dichtigkeit der Bevölkerung, im ganzen übrigen Europa konnte man im großen Durchschnitt nicht mehr als 1200 bis 1500 für

die Quadratmeile rechnen, in unsern Gegenden kaum 1000. — Frankreich hatte im Anfange des 18. Jahrhunderts 23 Millionen; England, Irland, Schottland hatten 9—10 Millionen; — und diese Bevölkerungszahlen sind doch unzweifelhaft von Einfluß auf die Machtstellung, das politische Verhältniß der Staaten gegen einander in jener früheren Zeit. Jetzt hat Frankreich 35 Millionen; England 28 Millionen Menschen in Europa, die außerordentlich großen Besitzungen in andern Welttheilen ungerechnet. Bewunderungswürdig schildern ausgezeichnete Geschichtsforscher die Entwicklung der Begebenheiten in zurückliegender Zeit. Die psychologische Erforschung und Darlegung der bewegenden und bestimmenden Momente in den Characteren der Machthaber und stimmführenden Gesetzgeber, das genaue Erkennen und die vortreffliche Schilderung der inneren Gestaltung der hervorragenden Persönlichkeiten giebt Licht über Vieles, was geschieht; das Ordnen der Verwaltung, des Rechtswesens wird dabei erzählt, wir erfahren auch über die Zustände des Volkes Mancherlei nach Sitte, Gewohnheit, Lebensart. Wie viel der Menschen in einer gegebenen Zeit auf einem bestimmten Raume lebten, wird selten angegeben. Es ist für frühere Jahrhunderte allerdings außerordentlich schwer zu ermitteln, und ich weiß es selbst am besten, wie oft ganz und gar alle Hülfsmittel abgehen, um auf nur einigermaßen zutreffende Zahlen zu kommen. Ich mache keinem Historiker den geringsten Vorwurf, wenn über diese Fragen seine Untersuchungen zu keinem Resultate führen. Empfehlen aber möchte ich den von bedeutenden Forschern gewiß schon immer beachteten Gesichtspunkt, daß zur Erklärung der Begebenheiten, zum Verständniß der Geschichte ganz vorzugsweise gehört, für die verschiedenen Zeiten und Länder sich immer, so weit es möglich klar zu machen, wie dicht die Bevölkerung war; — ja es ist zu wünschen, daß nach gewissen Richtungen und Beziehungen (und dieser sind sehr viele) bei Beschreibung der Zustände eines Volkes in einer gegebenen Zeit gerade von dieser Auffassung recht eigentlich ausgegangen werde. — Und wenn solche Betrachtungen für den Historiker von Wichtigkeit sind, so sind sie es noch mehr, so ist ihre Beachtung ganz unerläßlich für den Politiker, für den Staatsmann, für den, welcher Fragen für die Gesetzgebung für die heutige Zeit glücklich lösen will. Unbedingt bleibt für alle Zeit und jedes Land die ächte und tiefste Grundlage guter Gesetzgebung immer die Tugend, die wahre virtus, die Ethik, die Moral; — aber Vieles



geht, wo 4000 Menschen auf der Quadratmeile wohnen, was nicht geht, wo nur 1000 leben und umgekehrt; die Formen der Verwaltung, die Modificationen in der Ausführung der gesetzlichen Mafsregeln bestimmen sich vielfach ganz wesentlich nach der Volksmenge in einem gegebenen Lande.

Die Vermehrung der Bevölkerung ist in den verschiedenen Staaten Europa's vorzugsweise in dem laufenden Jahrhundert eingetreten. Zwar ist seit 1700 fast nirgend ein Zurückgehen der Bevölkerung ersichtlich; von 1700 bis 1800 ist fast überall ein Fortschritt; aber meist sehr langsam, sehr stark hebt sich die Volksmenge von 1790 oder 1800 ab; und tritt in den meisten Ländern am allerstärksten hervor in den letzten 25 Jahren, von 1820 bis 1845; oder 1825 bis 1850. — Nicht gleich ist der Fortschritt; in Frankreich, Spanien, selbst in mehreren Staaten Italiens ist er verhältnifsmäfsig geringer, sehr bedeutend ist er in Großbritannien, im Preussischen Staat, in Belgien; — aber überall ist dauerndes Wachsen; am stärksten in den letzten 25 bis 30 Jahren. — Um es wiederholend an wenigen Beispielen in kurzer Übersicht ins Klare zu stellen, sei Folgendes angeführt: Rechnet man, wie für den vorliegenden Zweck hinreicht, nur nach dem arithmetischen Mittel, so stieg die Dichtigkeit der Bevölkerung auf der Geographischen Quadratmeile:

in Neapel. . . . .	von 1700 bis 1800	jährl. um 15;	von 1800 bis 1825	jährl. um 18;	von 1825 bis 1846	jährl. um 49	
in Piemont. . . . .	„	—	„ 6	„ —	„ 8	„ —	„ 50
in Toscana. . . . .	„	—	„ 7	„ —	„ 17	„ —	„ 71
in der Lombardei. . .	„	—	„ 19	„ —	„ 40	„ —	„ 80
in Spanien. . . . .	„	—	„ 3	„ —	„ 4	„ —	„ 12
in Frankreich. . . .	„	—	„ 4	„ —	„ 16	„ —	„ 32
in Württemberg. . .	„	—	„ 17	„ —	„ 12	„ —	„ 56
in Hannover. . . . .	„	—	„ 6	„ —	„ 12	„ —	„ 32
in Böhmen. . . . .	„	—	„ 16	„ —	„ 27	„ —	„ 73
im Preussischen Staat	„	—	„ 7	„ —	„ 17	„ —	„ 68
in den Niederlanden	„	—	„ 13	„ —	„ 14	„ —	„ 95
in Belgien. . . . .	„	—	„ 15	„ —	„ 44	„ —	„ 136
in Schottland. . . .	„	—	„ 3	„ —	„ 16	„ —	„ 34
in Irland. . . . .	„	—	„ 17	„ —	„ 80	„ —	„ 77
in England und Wales	„	—	„ 16	„ —	„ 42	„ —	„ 136
in Großbritannien							
zusammengenommen	„	—	„ 13	„ —	„ 45	„ —	„ 92

Die Vermehrung hält sich auf das einzelne Jahr berechnet, im ganzen vorigen Jahrhundert überall unter 20; im ersten Viertel des laufenden Jahrhunderts steigt die jährliche Zahl auf 20, 30, 40, und in den letzten 20 bis 25 Jahren steigt sie auf 50, 70; in England und Belgien auf 136. — Vergleicht man die Dichtigkeit der Bevölkerung in 25jährigen Abschnitten, so hat man im vorigen Jahrhundert in den meisten Ländern Vermehrungen von 150, 200; in den Jahren von 1800 bis 1825 vielfach Vermehrungen von 400 bis 600; in den letzten 20 Jahren steigt diese Vermehrung, da, wo der Fortschritt am stärksten ist, auf 1000 und 1500 Menschen! Und gerade in den schon dicht bewohnten Gegenden ist die Vermehrung oft am stärksten. Im Regierungsbezirk Düsseldorf vermehrte sich die Bevölkerung von 1825 zu 1849 wie 100 zu 137; von 6718 auf der Quadratmeile zu 9227; also um 2509, und von diesen 2509 fallen nur 446 auf Mehr-Einwanderung als Auswanderung, und 2063 auf Mehr-Geborne als Gestorbene. — Nicht aus einem Grunde läßt es sich erklären, weshalb in Europa in den letzten Jahrzehnten eine so überraschend starke Vermehrung der Bevölkerung eingetreten ist, es haben mehrere, es haben viele Umstände zusammengewirkt, diese Erscheinung herbeizuführen. Manche Gründe liegen nahe, haben unmittelbar Einfluß gehabt; andere wirkten nur mittelbar, sind aus allgemeiner Auffassung herzuleiten, wirkten und wirken aber vielleicht noch stärker.

Die näher liegenden Gründe sind zunächst der lange Friede. Ein Krieg wirkt auf Bevölkerungsverhältnisse ungünstig nicht bloß durch den Tod in der Schlacht und in den Lazarethen; die Vernichtung des Eigenthums, das Hemmen und Abwenden von fleißiger Thätigkeit, vom Erwerb aller Art wirken noch nachtheiliger. Friede, ruhiger Friede ist Bedingung des Fortschritts der innern Entwicklung und der Population; — der Friede allein würde aber die rasche Volksvermehrung, die in Europa im laufenden Jahrhundert eingetreten ist, noch nicht herbeigeführt haben. — Auch von 1763 bis 1789 hatte Europa keinen größern Krieg; die Bevölkerungen stiegen in den 26 Jahren meist nur um 100 oder 150 Menschen auf der Quadratmeile, in den letzten 35 Jahren sind sie in vielen Staaten um 800 bis 1000 und mehr gestiegen; insbesondere in Preußen, England und Wales, in Irland, in Belgien, den Niederlanden u. s. w.

Ein fernerer, unmittelbarer Grund zum Vortheil der Bevölkerungsverhältnisse ist in den Fortschritten der Medicin zu suchen. Jenner ersann,

nachdem schon mancherlei Versuche gemacht waren, die natürlichen Pocken wenigstens unter günstigen Umständen zu impfen, am Ende des vorigen Jahrhunderts die Kuh-Pockenimpfung. Wenn auch der neue Feind der menschlichen Gesellschaft, die Cholera, verheerend genug einwirkt, so hat diese Krankheit doch beispielsweise im Preussischen Staate bei 13 Millionen Menschen 1831 in runder Summe 32,000; 1848 bei 16 Millionen 26,000 hinweggerafft, und erschien 1832 und 1837 viel gelinder mit 9000 und 13,300 Todten (cf. Mittheilungen des statist. Bureau's pro 1849. S. 296 ff.); — die Pocken nahmen nach officieller Angabe in dem Reglement vom 31. Oktober 1803 wegen Impfung der Schutzblättern (Augustin Thl. 2. S. 614) am Ende des vorigen Jahrhunderts bei noch nicht 10 Millionen Einwohnern alljährlich 40,000 Kinder dahin. Jetzt sterben im Preussischen Staate (cf. Statistische Mittheilungen pro 1849. S. 339) bei 512,000 bis 540,000 Todten, etwa 2000 an den Pocken. — Ebenso ist ein großer Fortschritt in der Medicin in Bezug auf die Entbindungskunst, und dieser Fortschritt liegt in den letzten Decennien. Noch 1810 wurden im Preussischen Staate geboren 216,746 Kinder; rechnet man von den wenigen Zwillings- und Drillingsgeburten absehend, 216,746 Entbindungen, und weiß, daß 2396 Frauen 1810 bei der Niederkunft starben, so ward von 90 bis 91 Wöchnerinnen Eine ein Opfer des Todes. 1848 wurden geboren 676,916 Kinder, und starben Wöchnerinnen bei der Niederkunft 4402 d. h. von 154 Eine. — In früherer Zeit wurden viel mehr Mütter und Kinder bei der Geburt hinweggenommen, als jetzt. —

Noch ein naher und unmittelbarer Grund der Volksvermehrung ist die allgemeine Einführung des Kartoffelbaues. Ein Morgen Landes mit Kartoffeln bestellt, giebt, bei nur irgend ähnlichen Boden- und Culturverhältnissen wohl noch einmal so viel Nahrungsstoff, als derselbe Morgen mit Weizen bebaut. Die Kartoffel gedeiht überdies in schlechtem Boden, Dupin preist in den *Forces productives de la France* diejenigen Departements, welche Kartoffeln bauen, als glücklich. Bei Beschreibung des Departements De l'Aube fügt er bei der Angabe des dort starken Kartoffelbaues, während sonst in vielen Theilen Frankreichs der Kartoffelbau noch wenig allgemein ist, und die Landwirthschaft vorzugsweise nur Getreide bauen, hinzu: *C'est un grand moyen de bien-être pour les cultivateurs indigents.* Wie wenig man wünschen kann, noch zu befürchten braucht, daß der Bau der Kartoffel

den Bau des Getreides verdränge, so gewiß ist, daß durch vermehrten Kartoffelbau eine sehr bedeutende Quantität Nahrungsmittel mehr gewährt wird, als bei dem bloßen Getreidebau beschafft werden kann. Irland giebt zu diesen Bemerkungen den besten Belag. Aber auch im Preussischen Staat hat besonders in den mittleren und östlichen Provinzen der vermehrte Kartoffelbau das rasche Steigen der Bevölkerung möglich gemacht. Er war Bedingung einer größeren Entwicklung; letztere trat aber im Zusammenhange mit noch andern Verhältnissen ein. —

Als ein directer Grund der starken Volksvermehrung in den letzten Decennien kann ferner die große Erleichterung der Communicationen angeführt werden. Diese machen möglich, daß Nahrungsmittel aus nahen und fernen Gegenden leicht dahin gebracht werden können, wo Mangel und Bedarf ist. Indessen ist dieser sehr erhebliche Grund völliger Umgestaltung aller Verhältnisse unserer Zeit noch wichtiger als indirectes Mittel der Hebung der Bevölkerung.

Dasselbe gilt auch von der Ansicht, die man häufig hört: die Vermehrung der Population kommt von den Fabriken her, und nicht selten wird eben deshalb diese Volksvermehrung als ein Übel bezeichnet. Dafür ist sie, wenn nur ordentliche Einrichtungen bei dem Fabrikwesen bestehen, nicht anzuerkennen; — die Mißbräuche des Heranziehens der Kinder, des weiblichen Geschlechts, und ähnliche Übelstände, können vermieden werden, gute gewerbepolizeiliche Vorschriften, ein menschenfreundlicher Sinn der Fabrikherrn und eine öffentliche Meinung, welche den die menschliche Würde nicht achtenden Eigennutz verurtheilt, können bewirken, daß auch der geringste Fabrikarbeiter seines Lebens froh wird. Richtig aber ist, daß die Länder, in denen Handel und Gewerbe in neuester Zeit besonders aufgeblüht sind, sehr rasch in der Bevölkerung stiegen. Bei der Fabrikation ist Theilung der Arbeit im Ganzen in höherem Grade möglich, als bei dem Landbau. Schon hieraus folgt, daß viele Kräfte in kleinster und beschränkter Thätigkeit bei dem Fabrikwesen Anwendung finden, und die viel verzweigten Beschäftigungen einer großen Anzahl von Menschen Erwerb gewähren. Es hängt aber dieser Fortschritt mit allgemeiner Auffassung der Verhältnisse zusammen; auch ist die Möglichkeit starker Vermehrung der Menschen nicht auf Fabrikwesen zu beschränken, denn in unsern östlichen Provinzen, in Posen, ja, um ein ferneres Beispiel heranzuziehen, in Toscana,

wo überall mehr Ackerbau als Fabrication heimisch sind, ist in neuerer Zeit eine starke Volksvermehrung eingetreten. Dies alles begreift sich nur aus den allgemeineren Gründen, welche die starke Vermehrung der Menschen fast in ganz Europa herbeigeführt haben, zu denen ich nun übergehe; und einige der wichtigsten anzudeuten versuche.

Der Fortschritt der geistigen Entwicklung in Europa, die allgemeine verbreitete Bildung, die Folgen freier Geistesforschung in allen Gebieten menschlichen Denkens und wissenschaftlicher Untersuchung, haben hauptsächlich die starke Volksvermehrung in den letzten Jahrzehnten herbeigeführt, am meisten da, wo die Resultate der Forschungen und wissenschaftlichen Fortschritte neben der Agricultur, auch in Handels- und Gewerbsverhältnissen vorzügliche Anwendung fanden, und da, wo gegen die Fortschritte der geistigen Bildung und Wissenschaft, Moral und Sittlichkeit im Volke nicht durch falsche Auffassung zurückging und auf Abwege gerieth, oder die Forschungen über öffentliche Verhältnisse bei Nichtachtung moralischer Forderung sich mehr auf das rein politische Gebiet warf, in Irrthum und Verbrechen den Umsturz des Eigenthums, des Rechts, der Ordnung und Landesverfassung herbei führte, nicht aber diese Forschungen wesentlich darauf sich richteten: Wie ist bei Achtung und Heilighaltung bestehender Rechte und gesetzlicher Autorität im Wege der Reform, des Volkes Wohl zu fördern, wie in dieser Weise einzuleiten, daß die Fortschritte der Wissenschaft, der Bildung, des richtigeren Erkennens der Würde der menschlichen Natur und staatlicher Verhältnisse einer größeren Menschenzahl ein glückliches Dasein durch eigene freie Kraft gewähren?

Die Alten, den unsterblichen Plato und helldenkenenden Aristoteles nicht ausgenommen, vertheidigen die Sklaverei. Ward auch durch die göttliche Lehre des Christenthums dieser Ansicht der Grund und Boden genommen, so blieb doch durch das ganze Mittelalter, im Zusammenhang mit germanischem Recht, und bei dem Wiedererwachen philosophischer Forschung nach Aristotelischer Auffassung, die Vorstellung der Richtigkeit angeborener Knechtschaft und Hörigkeit allgemein. Erst vom 17. Jahrhundert an bauten die englischen Philosophen den Begriff des States mehr von der Ansicht aus auf, die menschliche Kraft sei jedes Einzelnen eigenstes Eigenthum (wie Locke sagt), er müsse sie frei entwickeln können, in diesem Sinne seien die Menschen von Natur gleich. Diese und ähnliche Ideen

fasten die Franzosen, insbesondere Voltaire und Rousseau, von der mehr politischen Seite; sie wollten zuletzt Gleichheit der Menschen; aber nicht so, daß jeder gleichen Anspruch habe, sich entwickeln zu können, durch eigene Kraft, sondern so, daß alle gleich viel haben sollten, aller Unterschied der Stände, des Vermögens aufhöre, was denn zu den Freveln der französischen Revolution führte. —

Wie verdammenswerth dieser schreckliche Irrthum, so viel bleibt stehen, es ging im vorigen Jahrhundert eine Umwälzung in den Vorstellungen der Menschen vor, in richtigerer Auffassung fand immer allgemeiner der Gedanke Geltung, die Würde der menschlichen Natur verlange, Jeder müsse seine Kraft zum eigenen Wohlsein frei entwickeln können, und, wenn nur Recht und Ordnung und Gesetz aufrecht erhalten wird, so müssen solche Institutionen verschwinden, welche die freie Kraftentwicklung hindern. — Wenn heute noch in Amerika Sklaverei besteht, so zeigen die neuesten Nachrichten, daß gerade hierin bei den Nordamerikanischen Freistaaten die Spaltung zwischen Sklaven haltenden und Sklaven freien Staaten immer schroffer wird, und in vielleicht nicht ferner Zukunft die Ausgleichung dahin eintreten dürfte, daß, wenn auch nicht ohne schweren Kämpfe, die Sklaverei abgeschafft wird. Dies wird nach und nach überall eintreten, wo sie noch besteht; — mit den Zuständen höherer Civilisation und Bildung, die immer mehr über die ganze Erde sich verbreitet, ist sie sचेchthin nicht verträglich. — In staatswirthschaftlicher Hinsicht war bis zum Anfange des 18. Jahrhunderts das Mercantilsystem mit Monopolen, Zunftzwang, hohen Zöllen, Beschränkung der freien Entwicklung allgemein gültig. In Folge der Verbreitung solcher Ideen, als oben angedeutet, erklärten sich die Anhänger Quesnay's, die Ökonomen, gegen Monopole, gebundenen Besitz, Hörigkeit und Frohnden. In Toscana ging man schon in der Mitte des vorigen Jahrhunderts in der Gesetzgebung zu solchen Principien über. Schärfer aber und richtiger stellte 1775 Ad. Smith in England den Satz auf: die Arbeit macht wohlhabend, löst die Fesseln der freien Arbeit, theilt die Arbeit, hebt Zünfte, Monopole, Hörigkeit auf. Nirgend fanden seine Lehren in der Gesetzgebung eine so unmittelbare Anwendung als im Preussischen Staat. Fast wörtlich finden sich in den Gesetzen von 1807 bis 1812 die Aussprüche Ad. Smith's als leitende Ideen, wie z. B. im Edikt vom 9. Oktober 1807: „Wir haben erwogen, — — daß es eben sowohl den

unerläßlichen Forderungen der Gerechtigkeit als den Grundsätzen einer wohlgeordneten Staatswirthschaft gemäß sei, Alles zu entfernen, was den Einzelnen hinderte, den Wohlstand zu erlangen, den er nach dem Maafs seiner Kräfte zu erreichen fähig war." In Preussen ist es diese Richtung der Gesetzgebung, die Agrargesetzgebung, die Gewerbefreiheit, die Entfernung der Schranken und Zölle für den innern Handel, der freie Verkehr im Innern, und die Erleichterung in Zöllen in Bezug auf das Ausland, welche wesentlichen Antheil haben an der raschen Volksvermehrung. — Die Anzahl der Colonisten, welche Friedrich II. während seiner ganzen Regierungszeit in den Preussischen Staat zog, beträgt nach Preufs, v. Borgstede und andern Quellen, höchstens 250,000 Menschen. Seit 1815 mehrte sich die Bevölkerung im Preussischen Staat in sich durch Mehrgeborne als Gestorbene durchschnittlich alljährlich in den letzten Decennien um 100,000 — 150,000. — Es hing mit dieser Auffassung vom Wohl des Staats zusammen, daß eine vorzügliche Aufmerksamkeit auf Schule und Unterricht verwendet ward. Sollte die Nation in sich erstarken, war es die Arbeit, und der durch Arbeit zu erwerbende freie Besitz, so mußte mit Verstand und Geschick gearbeitet werden, so mußte der Elementarunterricht sich allgemein verbreiten, so mußte höhere Intelligenz, Fortschritt in der Wissenschaft und in der Welt der Gedanken die leuchtende Fackel werden, immer neue Wege zur Verbesserung, zum Wohlsein des Volkes zu finden. — Erst später haben Frankreich, England, Belgien den gleichen Weg betreten.

In Frankreich hob man in der Zeit der Revolution die Zünfte auf, vernichtete allen Frohndienst und alle damit zusammenhängende Einrichtungen; die großen Güter vieler Edelleute und der Geistlichkeit wurden eingezogen, kamen nach Entwerthung der Assignaten in andere Hände, viele wurden zerstückelt. Es geschah Alles nicht im Wege des Rechts, der Ordnung und Moral. Überhaupt warf man in Frankreich nicht die Frage auf: Was muß geschehen, damit das Volk durch Arbeit mehr erwerbe? Wenigstens trat diese Frage nicht in den Vordergrund; vielmehr die Frage: Wie ordnen wir die staatsrechtlichen Verhältnisse, wie unsre Verfassung? Wie stellen wir die Regierung, damit sie nicht eingreife in unser natürliches Recht? Es entwickelte sich ein Kampf zwischen Regierung und Volk; — nicht in Eintracht ward von beiden Seiten gefragt und dahin gearbeitet, daß das Volk durch Arbeit erwerbe. Das Prohibitivsystem, ein zum Theil hoher

Eingangszolltarif blieb stehen. Dazu kam, daß durch ganz Frankreich, auch heute noch, eine gewisse Angst geht, vor zu großer Bevölkerung. Wie der Sinn für Familie dort überhaupt weniger als in England und Deutschland alle Verhältnisse beherrscht, so geht die Ansicht durch die Nation, es sei nicht gut, viel Kinder zu haben; es ist sehr allgemein, daß in jeder Ehe nicht mehr als zwei Kinder sind. Mit Ausschluss Algiers wandern wenig Franzosen in ferne Welttheile; — auch in Frankreich ist in neuerer Zeit eine stärkere Volksvermehrung eingetreten, als im vorigen Jahrhundert stattfand, aber verhältnißmäßig doch in viel geringerem Grade als in Preussen und in England.

Von England sind zum großen Theil die neuen Lehren über Volkswohl und Gestattung freier Entwicklung menschlicher Kraft ausgegangen; doch haben sie nicht sofort, und nicht so früh, als im Preussischen Staat unmittelbare Anwendung auf die Gesetzgebung gehabt. In England ist heute noch fast nur großer, gebundener Landbesitz. Kapital und Intelligenz wenden sich auf Agricultur zu großartigen Meliorationen, zu rationeller Landwirthschaft, wie solche auf großen Gütern auch auf dem Continent immer mehr sich verbreitet. Wenn aber bei uns neben großen Gütern vielfach kleiner ländlicher Besitz als freies Eigenthum vorhanden ist, so fehlt in England unser Bauernstand ganz; und erst in aller neuester Zeit treten Bestrebungen hervor, den kleinen freien Landbesitz auch in England zu schaffen. Der Zunftzwang ist in England erst 1835 gesetzlich überall aufgehoben; es bestehen aber Innungen in freier Vereinigung fort, wie denn auch bei uns die Gesetzgebung dahin sich wendet, in die Freiheit des Gewerbes dadurch Ordnung zu bringen, daß Innungen sich bilden sollen, ohne jedoch, wie bei früherer Zunftverfassung, diejenigen auszuschließen, die in anderer Weise zum Gewerbe sich vorbereiten und solches ausüben wollen. — Aber in England hatte sich seit dem Ende des 17. Jahrhunderts die Verfassung des Landes, mit möglichster Erhaltung des Bestehenden, sicher festgestellt; die persönliche Freiheit, die Sicherheit des Eigenthums, und die Möglichkeit durch Fleiß, Arbeit und Ordnung in allen Zweigen des Verkehrs, der gewerblichen und fabrikativen Thätigkeit, wie des Handels Wohlstand zu erwerben, führte bei dem durch ganz England gehenden Drange der Einzelnen Eigenthum zu haben, eine Familie zu begründen, dahin, daß die Thatkraft der Nation sich mit aller Energie auf Fabrikation und Handel warf.



Wenn auch im 17. Jahrhundert, seit der Königin Elisabeth diese Bestrebungen schon sich verbreiteten, so treten sie doch erst vom 18. Jahrhundert an recht mit Bedeutung auf. James Watt gab der Dampfmaschine die Vollendung; während sonst in Ostindien Baumwollenzeug mit der Hand gesponnen und gewebt, fast nur als Luxusartikel nach Europa kam, ward die Spinnmaschine in England erfunden, Dampfkraft setzte in großen Unternehmungen Baumwollenspinmaschinen in Bewegung. Auf alle Zweige der Industrie warf sich der Erfindungsgeist; mit praktischem Blicke auf solche besonders, die allgemeineren Absatz haben, Gewebe, Eisen und Stahl. Sonst schickte Amerika fast nur Gold und Silber nach Europa; — als die Fabrikation in England sich so mächtig hob, Nordamerika frei war, bebaute dieses und das südliche Amerika seine großen Landflächen immer mehr mit Zucker, mit Kaffee, vor allem mit Baumwolle. Immer neue, große Flächen wurden in Kultur genommen; 1828 war die Production von roher Baumwolle in Nordamerika 855,000 Ballen und 1844 2,034,000. Von allen aus den verschiedenen Weltgegenden 1844 nach Europa gekommenen Quantitäten roher Baumwolle von 2,245,650 Ballen verarbeitete England allein mehr als  $\frac{2}{3}$  nämlich 1,683,222 Ballen. Eine Fabrikation, so über alle Gränze hinaus, die man früher als möglich gedacht, hätte sich nicht entwickeln, keinen Bestand haben können, wenn Handel und Schiffahrt nicht in gleicher Weise vorangegangen wären. Englands natürliche Lage vom Meere umgeben, mit mehr als 100 Häfen, forderte dazu auf. Aber noch 1701 war Englands ganze Handelsmarine 3281 Schiffe mit 261,222 Tonnen Last; 1832 belief sie sich auf 24,435 Schiffe mit 2,618,068 Tonnen Last; (cf. Mac Culloch Art. Schiff.) jetzt übersteigt sie 30,000 Schiffe und 3 Millionen Tonnen Last. Fulton wandte den Dampf auf die Schiffahrt an. In kurzer Fahrt verbinden Dampfschiffe die entferntesten Theile der Erde. Nordamerika tritt in den Wettkampf mit England; Amerika, Australien, die Südseeinseln liefern ihre Schätze nach Europa, und empfangen vielfach ihren Bedarf an Fabrikwaaren aus Europa. — Zucker kam 1700 bis 1750 nach Europa 1 bis 2 Millionen Centner; jetzt 9 bis 10 Millionen; den Runkelrübenzucker ungerechnet; — Kaffee erhielt 1750 Europa etwa 60 Millionen Pfund, jetzt 400 Millionen Pfund. — Und wie die Dampfkraft den Verkehr mit fremden Welttheilen vielfach vermittelt, verkürzt und erleichtert, so wandte England zuerst, und zwar erst seit 1830, sie an zur Communication

im Innern, zu Locomotiven auf Eisenbahnen. Jetzt hat der Continent die Erfindung sich angeeignet; früher schon ist sie in Nordamerika allgemein eingeführt, sie verbreitet sich immer mehr über den Erdkreis, die Entfernungen verschwinden. — So ist eine Entwicklung der Thätigkeit der Menschen im Innern, eine rasche Verbindung derselben in Europa und mit fernen Welttheilen eingetreten, welche frühere Jahrhunderte nicht ahneten. — Nach der Menge von Gütern und Lebensbedürfnissen, die durch Thätigkeit im Innern erworben, die durch Verbindung mit allen Theilen der Erde herbeigeschafft wird, ist eine neue Aera der Weltgeschichte eingetreten; die Zustände sind ganz anders geworden, als sie in früheren Jahrhunderten waren. Vergleichen wir von diesem Standpunkte aus in kurzen übersichtlichen Zügen die Verhältnisse des civilisirten Europa's nur in einigen allgemeinen Andeutungen von 1750 gegen 1850.

- 1750 in der Landwirthschaft meist grofse Güter, von zum grofsen Theil damals noch leibeigenen Unterthanen, von Hörigen mit Frohnden und Naturaldiensten bestellt; überall fast nur Dreifelderwirthschaft mit vielem Weideland, wenig oder kein Kartoffelbau; als ländliches Nebengewerbe höchstens hier und da eine Brauerei oder Ziegelei; der bäuerliche Besitz in Communion bewirthschaftet nach alt hergebrachter Weise, und nach dieser dem Einzelnen, der überdies durch Frohndienst in seiner Zeit und Anwendung seiner Kraft zum eigenen Nutzen sehr gehemmt war, fast unmöglich durch Fleifs und Geschick sich auszuzeichnen, den Ertrag seines Ackers zu heben;
- 1850 auch noch viel grofse Güter, aber von freien, contractlich bezahlten Tagelöhnern bearbeitet; rationell bewirthschaftet; die Dreifelderwirthschaft vielfach verlassen, Stallfütterung eingeführt; neben Kartoffeln Behackfrüchte wie Kohl, Rüben, Raps, Tabak viel gebaut; blühende ländliche Nebengewerbe, Brauerei, Brennerei, Ziegelei, Zuckerfabriken; — neben diesem grofsen Besitz, viel kleiner freier Besitz, mit freier Wirthschaft, die Bebauung des Ackers in Communion aufgehoben, jeder ärndtet die Früchte des eigenen Fleifses. —
- 1750 Handwerk in den Städten allein, in oft geschlossener Zunft, jedenfalls in strenger Zunftverfassung, mit einfachen Instrumenten in hergebrachter Weise betrieben; der Abnehmer in der Abhängigkeit von

wenigen Meistern, und oft in der Nothwendigkeit, für mittelmäßige und schlechte Waare hohen Preis zu zahlen;

- 1850 Handwerk in den Städten und auch auf dem Lande, die Freiheit im Gewerbe gegeben, wenn auch mit Gestattung ja Begünstigung von Innungen, doch so, daß kein Zunftzwang sei; — bei freier Concurrenz mehr Nacheiferung, bessere Heranbildung auch durch Gewerbeschulen und polytechnische Anstalten, niedrigere Preise und in der größten Mehrzahl der Gewerbe bessere Waare. —
- 1750 einzelne Fabriken, mit großen Kosten errichtet, oft nur durch Unterstützung der Staatskasse bestehend, Menschen, Pferde, Wind und Wasser die bewegende Kraft;
- 1850 viel Fabriken aller Art, große Unternehmungen, die 1000, 1500 und mehr Menschen je eine beschäftigen; Quantitäten von Zeugen und Lebensbedürfnissen aller Art zu billigem Preis in außerordentlicher Menge geliefert; große Fabriken, die nur Maschinen fertigen, zur Hülfe und zu Werkzeugen in anderen Fabriken; — als bewegende Kraft zu Pferden, Wind und Wasser, der Dampf in Anwendung gebracht, so, daß eine Dampfmaschine 20, 50, 100 und mehr Pferdekräfte ersetzt; durch die Dampfkraft die Möglichkeit gegeben, an jedem Ort die bewegende Kraft zu haben, so daß hiernach überall Fabriken entstehen können, und wirklich entstehen, im Preussischen Staat allein 1491 Dampfmaschinen mit 41,127 Pferdekräften in Bewegung sind, in England mehr als 10 Mal so viel, so daß Manchester, Birmingham mit ihren hohen Öfen wie orientalische Städte mit Minarets dem Reisenden entgentreten, Flächen mehr als eine Quadratmeile groß, wie bei Wolverhampton, eine Dampfmaschine fast auf je 100 oder 200 Schritt haben. —
- 1750 viele Schätze der Erde unbenutzt gelassen; wenig Eisen wurde damals in Schlesien gefunden; Holz mußte fast überall den Brand gewähren, und viele Wälder schon deshalb erhalten werden;
- 1850 Kohlen aus dem Schoße der Erde überall in Anwendung gebracht, so daß in England alles Land Getreide bringen kann, da der Brennstoff unter der Erde ist; — Eisen überall gesucht, in großen Quantitäten in Anwendung gebracht. —
- 1750 vielleicht auf allen Meeren 10,000 bis 15,000 Schiffe;

- 1850 über 100,000 Segelschiffe und daneben eine beträchtliche Zahl von Dampfschiffen; Liverpool und New-York, Europa und Amerika oft durch nur 11 bis 12 tägige Fahrt verbunden. —
- 1750 vielfach noch Naturallöhnung; die Geldmittel in den Händen der Einzelnen mäßig; 10,000 bis 15,000 Thlr. für Gewerbtreibende schon namhaftes Vermögen; zu einzelnen größeren Fabrikanlagen und ähnlichen Unternehmungen, wenn der Staat nicht hinzutrat, selten Fonds von 50,000 oder 100,000 Thlrn. zu schaffen; keine Association der Capitalisten; — der Staat nach seinen Budgets beschränkt; England 60—70 Millionen, Frankreich 120 Millionen, Preussen nicht 30 Millionen Thaler jährliche Staatseinnahme, so daß auch dem Staate zu großen Anstalten für das öffentliche Wohl, — Dotation von Schulen und Universitäten im größeren Maasstabe, Garantien für Eisenbahnen u. s. w. — die Disposition über größere Mittel fehlte;
- 1850 die Geldwirthschaft allgemein; Kauf und Verkauf, reine Rechnung an die Stelle von Tausch und Ausgleichung in allgemeiner und unsicherer Gegenrechnung; — sehr viel kleine Capitalien in den Händen der Gewerbtreibenden, 10,000 bis 15,000 Thlr. haben sehr viele Handwerker in größeren Städten; zu größeren Unternehmungen haben einzelne Capitalisten 50,000, 100,000, 200,000 Thaler; Associationen Vieler schaffen Summen bis zur Million und darüber; — zu Eisenbahnen und andern großen Unternehmungen fließen auch die kleineren Capitalien zusammen, 5 Millionen Thaler sind im Preussischen Staat seit längerer Zeit alle Jahre in Eisenbahnen neu angelegt und in den letzten Jahren viel mehr als 5 Millionen Thaler; — die Circulationsmittel sind durch zinstragende Papiere, die man 1750 kaum kannte, ganz außerordentlich vermehrt, auch kleine Ersparnisse von geringem Betrage können in Papieren zinstragend angelegt werden, noch mehr reizen die so wohlthätigen Sparkassen den ärmeren fleißigen Mann zur Sammlung eines kleinen Capitals. —
- 1750 Gold und Silber aus Amerika geholt, etwas Zucker, noch fast keinen Kaffee, wenig Tabak, keine Baumwolle;
- 1850 Amerika, Ostindien und die Molukken, Australien, die Südseeinseln, wie große Vorrathskammern, Depots, Productionsländer, mit Europa in ununterbrochener Verbindung; nicht bloß Metalle, für welche nun

auch Australien wichtig wird, viele Millionen Centner Zucker, Kaffee, Tabak, Baumwolle, Gewürze, Reis nach Europa liefernd; der wissenschaftliche Unternehmungsgeist jetzt Afrika, Australien, viele Stellen Amerika's durchforschend, immer neue Ländergebiete aufschliessend und Europäischer Industrie eröffnend; und während früher nur ein Theil von Amerika wie Ritter sagt, Europa wie angetraut war, sonst aber

- 1750 nur einige wenige Europäer in jenen fernen Welttheilen isolirt lebten; war
- 1850 durch England ganz vorzüglich, aber auch durch Deutsche, humane Bildung, europäische Sitte und Gewohnheit fast überall hin verpflanzt, so daß in Ostindien, auf den Molukken, den Sandwichinseln, in ganz Amerika, in Australien, der Europäer nicht mehr, wie ganz unter Wilden lebt, sondern europäische Städte und Niederlassungen findet. —
- 1750 im Innern der Länder wenige und oft schlechte Landstraßen; ein Weg von vier Meilen war eine Tagereise;
- 1850 Chausseen, und Eisenbahnen überall; die Entfernungen verschwinden, Erleichterung des Transports, persönliche Besprechung, Reisen werden in kürzester Frist bequem zurückgelegt. —
- 1750 briefliche Mittheilung auf mangelhaft eingerichteten Postkursen; Zeitungen einmal, höchstens zweimal wöchentlich;
- 1850 electro-magnetische Verbindung; an das Wunderbare gränzend, was 20 Meilen von hier gesprochen wird, in fünf Minuten in Berlin bekannt; Zeitungen täglich, überall; in Amerika, selbst in Sidney und Adelaide. —
- 1750 meist großentheils geworbene Heere von Söldlingen und Fremden; Spießruthen und körperliche Strafen;
- 1850 mit Ausnahme Englands fast überall, nach Preussischem Vorbild, Bewaffnung der einheimischen Jugend; humane Kriegsartikel und doch strenge Disciplin. —
- 1750 verhältnißmäßig wenige Menschen der niedern Bevölkerung des Lesens und Schreibens kundig;
- 1850 der Elementarunterricht allgemein; — Bildung, wenigstens Möglichkeit der Bildung, verbreitet über alle Klassen. —

1750 waren in der Wissenschaft die universellsten und bedeutendsten Talente thätig gewesen, und waren es in jener Zeit noch; die allgemeinere Literatur nahm in Deutschland, mit Lessing, Herder, Göthe, Schiller einen Aufschwung, wie sie ihn im laufenden Jahrhundert noch nicht wieder gewonnen hat; — überhaupt geht die Geschichte der Wissenschaft ihren Gang für sich; — das aber ist nicht zu verkennen, daß

1850 jene großen Geister des 18. Jahrhunderts Allgemeingut der Nation im 19. Jahrh. wurden, und daß im Reiche der Wissenschaften nach allen Seiten fortgearbeitet ist, man die Wissenschaft mehr als früher dem Leben näherte, und Disciplinen, die vom unmittelbarsten Einfluß auf die praktische Gestaltung der Dinge waren, neu sich entwickelt haben, wie Geognosie, Geologie, Klimatologie, Meteorologie und andere. —

1750 in Frankreich und Italien vielleicht 2500 Menschen in Belgien wohl 3000 durchschnittlich auf der Quadratmeile, im ganzen übrigen Europa aber im Durchschnitt 1000 oder höchstens 1500;

1850 in Frankreich und Italien 3000 bis 4000 auf der Quadratmeile; im übrigen Europa statt 1200 oder 1500 im Durchschnitt 3000; und in einigen, selbst nördlicheren Districten, in England, Belgien, Rheinland, Sachsen 6000, ja 8000 bis 10,000 und mehr!

Sollen wir nicht erschrecken über solche Volksvermehrung? — Sie hat sich angebahnt und vorbereitet im vorigen Jahrhundert; sie ist im laufenden mit großer Bedeutung in die Erscheinung und Wirklichkeit getreten. — Sollen wir nicht sinnend und auf Mittel denkend, Einhalt zu thun so raschem Fortschritt in den Menschenzahlen, sollen wir nicht arbeiten und daran denken die früheren Zustände zurückzuführen, die Einfachheit des Lebens, mit ihr die patriarchalischen Verhältnisse wieder zu gewinnen, die dem Gemüthe so anziehend erscheinen, nach und nach aber immer mehr verschwinden?

Es wird nicht möglich sein! Schwerlich wünschen auch die Lobredner der guten, alten Zeit die ganze Vergangenheit zurück; viele mögen diese Vergangenheit als ein Phantasiegebilde schöner sich ausmalen als es wirklich war. Denn betrachtet man die Zustände kalt und objectiv, so zeigt die Rechnung, daß materieller Lebensgenuß im Durchschnitt jetzt für den

Einzelnen viel größer ist, als vor 100 Jahren; — die Masse des Wissens ist im Menschengeschlecht größer, Kenntnisse sind weit mehr verbreitet, als früher; vom moralischen Standpunkte aus sind allerdings die Verirrungen groß in unseren Tagen, wir haben Schlechtes gesehen; doch liegt die französische Revolution 60 Jahre zurück; Gräuelp, wie in jener Zeit, sind doch in der heutigen in solcher Allgemeinheit nicht wieder gekehrt; — der dreißigjährige Krieg, die Religionskriege in Frankreich, Cromwel's Verfolgungen zeigten in früheren Jahrhunderten gleiche Scenen. Richtig geführt wird mit Gottes Hülfe die Moralität in den Nationen sich wieder heben und allgemeiner werden; doch ist dies Ziel schwerlich zu erreichen durch Wiederherstellung des Alten. Ist das Gefühl unter den Menschen allgemein geworden, daß ihnen gewährt werden muß, sich frei entwickeln zu können, ihre ihnen von Gott gegebenen Kräfte zu ihrem eigenen Wohlbeyn anzuwenden, eine Familie zu errichten, sobald sie durch Arbeit sie erhalten können; — so werden abgestoßen alle directen und indirecten Maasregeln, die solche Entwicklung hindern sollen. Gegen die Gewalt der Dinge können Gesetze und Verordnungen, wenn nicht von Einzelheiten, sondern von der Weltentwicklung im Ganzen und Großen die Rede ist, eine durchgreifende Hemmung nicht bewirken!

Dichte Bevölkerungen sind in einzelnen Ländern, und gerade in denen, von welchen Bildung und Fortschritt des Menschengeschlechts ausging, schon in weit zurückliegender Zeit vorhanden gewesen.

Von Rom und Italien sind die Meinungen unter den Gelehrten für die Zeit der Republik und der ersten Kaiserzeit getheilt. Jetzt hat Italien auf 5626 Quadratmeilen etwa 23 Millionen Menschen; im Gesamtdurchschnitt also auf der Quadratmeile 4088 Menschen. Dureau de la Malle in der *Economie politique des Romains* von der Grundidee ausgehend, daß die Dichtigkeit der Bevölkerung Italiens immer zu hoch berechnet sei, giebt sie für das Areal vom Rubicon bis zur Insel Sicilien, also ungefähr von Ravenna bis zur Meerenge von Sicilien, etwa 2950 Quadratmeilen für die Zeit der Republik auf 4,978,482 an, d. h. pro Quadratmeile 1688, und für die Kaiserzeit mit Ausschluss der Inseln, für 3950 Quadratmeilen auf 9,547,104 d. h. pro Quadratmeile 2417. Die Grundlage dieser Berechnung ist, wie viel Acker mit Getreide bestellt war, das wie viele Korn gewonnen ward, wie viel der Kopf verzehrte. Man liebt diese Art statistischer Ermittlungen

in Frankreich; ich halte sie für bedenklich. Wie außerordentlich gelehrt und interessant Dureau de la Malle ermittelt, wie stark die Getreidenahrung in Italien gewesen, wie viel Land brach gelegen; so sind alle diese Prämissen doch sehr zweifelhaft. Bei der Körnernahrung sind wir im Preussischen Staat erst durch die Mahl- und Schlachtsteuer zu der sicheren Erfahrung gekommen, daß man in den mahl- und schlachtsteuerpflichtigen Städten etwa 4 Scheffel auf den Kopf rechnen kann. — Für die Zeit der Republik, und zwar 527 nach Erbauung Roms, 227 vor Chr. Geburt; kurz vor dem zweiten punischen Kriege, als die Römer einen Einfall der Gallier fürchteten, geht Dureau de la Malle von einer Angabe des Polybius aus, daß 750,000 waffenfähige freie Männer in Italien gezählt seien. Er nimmt hiernach an, die freie männliche Bevölkerung Italiens von 17 bis 60 Jahren sei 750,000 gewesen. Ist nicht 60 Jahre zu weit gerechnet? Ist nicht 45 statt 60 zu nehmen? — Und wenn darauf gefußt wird, daß 750,000 Männer das Vaterland im Fall der Noth vertheidigen könnten, ist wohl gehörig erwogen, daß kaum  $\frac{2}{3}$  aller Waffenfähigen nach den Erfahrungen bei unsern Aushebungen nach ihrer körperlichen Beschaffenheit wirklich zu Felde ziehen können? Dureau de la Malle rechnet 50,000 Freigelassene in ganz Italien etwa 200 vor Christo; und weniger Sklaven in Italien als Freie. Ob das nicht doch eine zu geringe Verhältniszahl ist? — Wenn ich mir den blühenden Zustand Roms und Italiens zur Zeit des Caesar und August denke, die Technik in Gebäuden, die Malerei und den Geschmack in allem Hausgeräth, so ist mir doch wahrscheinlich, daß trotz der genauen Ausführung Dureau de la Malle's, Hume vielleicht besser trifft, wenn er Italiens Bevölkerung zu jener Zeit gleich setzt der jetzigen; auch Zumpt in der Abhandlung über den Stand der Bevölkerung und die Volksvermehrung im Alterthum; wie sehr auch er den Beweis des Menschenmangels in Italien nachzuweisen bemüht ist, kommt doch dahin, daß die Bevölkerung des alten Italiens der jetzigen gleich gewesen sein möge (S. 20), in ältern Angaben wird sie als stärker bezeichnet.

Wie dem auch sei, und zugegeben selbst, daß bei der eigenthümlichen Art der Herrschaft weniger Familien im altrömischen Reich die Bevölkerung in Italien damals geringer wenigstens nicht stärker war, als sie jetzt ist, haben wir von einem andern Theile der alten Welt sicheren Beweis, daß er stark bewohnt war. Böckh führt im Staatshaushalt der Athener überzeugend



aus, dafs in Attika auf höchstens 47 bis 48 Quadrameilen 500,000 Menschen lebten; und berechnet, wenn man Athen fortläfst, für die verschiedenen Theile 5900 oder 7000 Menschen auf der Quadratmeile. Das sind Bevölkerungen, wie sie auch jetzt in England, Belgien, am Rhein, in Sachsen vorkommen. — Consul Schulz hat eine Karte von Galiläa nach den besten Hilfsmitteln und Untersuchungen an Ort und Stelle entworfen, wonach auf der Quadratmeile in vielen Distrikten sich nach Ruinen und Angaben des Josephus zur Zeit Jesu Christi 15 und mehr bewohnte Ortschaften befunden haben müssen. Nimmt man die Ortschaft, wie zu niedrig ist, nur zu 200 Seelen, so ergäbe das schon für die Quadratmeile 3000 Menschen, und das ist, wie ich weiter zeigen werde, viel zu wenig. — Im Regierungsbezirke Potsdam liegen jetzt bewohnte Städte, Dörfer, Flecken, einzelne Etablissements, also bewohnte Orte 2913 auf 381 Quadratmeilen d. h. auf der Quadratmeile 7 bis 8. — Josephus erzählt de bello Judaico II. C. 20. §. 6—8 er habe aus Galiläa mehr als 100,000 junge Männer zusammengebracht und bewaffnet (*ὑπὲρ δέκα μυριάδας ἀνδρῶν — ὥπλαζεν*. — In der Haverkampschen Ausgabe sagt die Übersetzung: *Quin et exercitum ad centum millia tyronum et amplius e Galilaea conscripsit*). Rechnet man diese 100,000 als Männer von 20 bis 40 Jahren (und viele derselben werden doch als zu schwach nicht ausgehoben sein); so umfassen die Männer dieser Altersklassen überall 15 Procent der Bevölkerung, und diese wäre demnach für Galiläa 666,666. Nach der Umgränzung Galiläa's, die Josephus selbst de bello Judaico III. Cap. III angiebt, war Galiläa nach der Karte, welche nach Robinson von Kiepert gezeichnet und von C. Ritter herausgegeben ist, 96,19 Quadratmeilen grofs. Danach kämen auf die Quadratmeile 6931. — Rechnet man die Ausgehobenen auch anders, als von 20 bis 40, etwa von 17 bis 45, immer wird man auf eine sehr dichte Bevölkerung kommen. Diese bestätigt Josephus selbst. Er sagt de bello Judaico III. Cap. 3. 2 das ganze Land sei angebaut, enthalte eine Menge Städte und Dörfer, der kleinste Ort zähle über 15,000 Menschen (*ὡς τ' ἐλαχίστην ὑπὲρ πεντακισχιλίους πρὸς τοῖς μυρίοις ἔχειν οἰκήτορας*; — nach dem lateinischen Text in der Haverkampschen Ausgabe: *Quin et urbes frequentes et crebri vici ubique populosi propter soli bonitatem, ut qui sit minimus supra quindecim millia incolarum habeat*). Mag dies übertrieben sein; — wenn gleich in der Haverkampschen Ausgabe der griechische und lateinische Text übereinstimmen, auch in derselben keine Varianten

zu dieser Stelle angegeben sind; jedenfalls bleibt wohl gewiß, daß Galiläa zur Zeit Christi Geburt eine dichte Bevölkerung hatte, von etwa 6000 bis 7000 Menschen auf der Quadratmeile; wie jetzt vielfach im westlichen Europa vorkommt.

Aber im Alterthum fanden sich so dichte Bevölkerungen nur in einzelnen hochcultivirten Landstrichen. In unserer Zeit ist das ganze weite Erdenrund der Bildung, dem Fortschritt des Menschengeschlechts eröffnet; die Erleichterung der Communicationen giebt die Möglichkeit den Überfluß hinzubringen, wo Mangel ist; von Hungersnoth ist in neuerer Zeit viel weniger die Rede als in früheren Jahrhunderten. Möge nur aufrecht erhalten werden, daß Sittlichkeit und Moral nicht zurückgehen, daß bei strengem Recht in allen Beziehungen menschlicher Thätigkeit möglichst freie Bewegung und Entwicklung gewährt wird, und es kann wahr werden, daß, wie geschrieben steht, es soll Ein Hirt und Eine Heerde sein, so Bildung, Humanität, höherer Fortschritt des ganzen Menschengeschlechts nach Gottes Fügung, in alle Theile unseres Planeten hin sich verbreitet; die starken Bevölkerungen in Europa bleiben und sich noch steigern, und dennoch Glück und Wohlstand, und vielleicht eben deshalb Glück und Wohlstand und geistiger Fortschritt immer mehr gefördert wird. — Es ist eine verbreitete Ansicht, daß die steigende Bevölkerung der Moralität nachtheilig sei. Ich will nicht sagen, daß dieser Erfolg nicht eintreten könne; ich will nicht verkennen, daß Gefahr damit verbunden ist, wenn die Bevölkerungen rasch steigen. Indessen hat doch die Statistik Beweise, daß die groben Verbrechen, Mord und Todschatz, mit der Dichtigkeit der Bevölkerung abnehmen; wenn dies bei den kleineren Verbrechen, namentlich dem Diebstahl, nicht in gleicher Weise hervortritt, so mag beachtet werden, einmal, daß man nicht die absolute, sondern nur die relative Zahl zu vergleichen hat, ferner aber, daß in wenig cultivirten, dünn bevölkerten Gegenden, noch gar nicht als Diebstahl gilt und bestraft wird, was bei getheiltem Eigenthum, bei vielfach kleinem Besitz in cultivirten, dicht bevölkerten Gegenden allerdings schon Diebstahl ist. Wenn man die Listen der Gerichte über bestrafte Diebstähle vergleicht, so sind die bei weitem überwiegende Zahl der bestraften Diebstähle — Holzdiebstähle. In uncultivirten, dünn bevölkerten Gegenden kommen diese nicht vor; da nimmt ein Jeder aus dem Walde das Holz, welches er gebraucht; und das wird in solchen Zuständen des Volkes nicht

als Diebstahl gerechnet. Geht eine Nation in Sittlichkeit, Bildung und Tugend zurück, dann wird die Dichtigkeit der Bevölkerung rasch zu den schlimmsten Folgen führen. Es ist aber nicht nöthig, daß es so komme. Gerade der umgekehrte Fall ist nicht bloß denkbar, sondern der nachhaltig wahrscheinliche. Aber allerdings fordert eine rasche Vermehrung der Bevölkerung dringend auf, daß ein Jeder an seinem Theile für Verbreitung der Moral und guten Gesinnung in aller Weise Sorge; ist in der Nation der Sinn für Ordnung, Rechtschaffenheit und Tugend der herrschende, dann entsteht bei dichter Bevölkerung die ängstliche Sorge des Einzelnen um Erhaltung auch des kleinsten Eigenthums; dies und das Streben nach Vermehrung des Eigenthums führt dann zu Fleiß und Ordnung. Jede Handlung des Einzelnen wie der Regierung unterliegt dann vom Standpunkt der Moral aus der Beurtheilung Vieler; Unredlichkeit, List und Wahrheitsverdrehungen werden bald erkannt für das, was sie sind. Wie bei dichter Bevölkerung der freien Entwicklung der Kraft jedes Einzelnen möglichst Raum gelassen werden muß, so wird dann nur der rechtschaffene Mann durch Fleiß, überlegenen Verstand im Wege der Ordnung und Tugend zu Wohlstand gelangen, im öffentlichen Leben nur allgemeines Vertrauen gewonnen werden, wenn alle erkennen, daß nach dem, was Recht und Moral fordern, überall verfahren wird. — Sind aber dies die Folgen, welche aus dichter Bevölkerung hervorgehen können, so wollen wir nicht erschrecken über die uns über-raschende Vermehrung der Menschenzahl im laufenden Jahrhundert, sondern auch in dieser Erscheinung ein Mittel und einen Anreiz zum Fortschritt auf dem Wege der Ordnung, des Rechts und der Sittlichkeit, zum Vorwärtsgen des Menschengeschlechts zu höherer Vervollkommenung, erkennen, und als einen Fingerzeig Gottes beachten.

---

Tabelle A.

Namen der Staaten	Jahr	Flächen- raum in ne- benstehen- den Zeit- räumen	E i n w o h n e r z a h l			Jähr- liche Zu- nahme	Bemerkungen
			überhaupt	auf der Q.	gestie- gen von 100 auf		
Frankreich	1714	9332,00	23,000,000	2464	n	n	Bei dem Tode Ludwig XIV.
	1774	9822,00	25,000,000	2545	103,290	0,055	Bei dem Tode Ludwig XV.
	1789	9822,00	26,000,000	2668	104,833	0,322	Nach Schubert Handbuch der All-
	1819	9861,54	30,415,191	3083	115,560	0,519	gemeinen Staatskunde Band I.
	1825		31,771,500	3232	104,830	0,805	Th. 2; und in Betreff der Grö-
	1831		32,560,934	3302	100,070	0,011	ßen verhältnisse nach Messun-
	1836		33,540,910	3401	103,000	0,600	gen auf guten Karten im statisti-
	1841		34,230,178	3471	120,060	0,412	schen Bureau.
	1846		35,401,761	3590	103,430	0,686	
England	1700	2392,00	5,475,000	1970	n	n	Nach Rickmann Abstract of the Answers and Returns &c. MDCCC. XXI; und Schubert Allg. Staatsk. Bd. I. Th. 2.
	1710		5,240,000	1889	95,89	—0,41	
	1720		5,565,000	2006	106,16	0,619	
	1730		5,796,000	2089	104,14	0,414	
	1740		6,064,000	2186	104,60	0,460	
	1750		6,467,000	2331	106,63	0,663	Nach geordneter Zählung, wie sie angegeben sind in Rickmann und Porter Tables of the revenue, population, commerce &c.
	1760		6,786,000	2446	104,93	0,493	
	1770		7,428,000	2678	109,48	0,948	
	1780		7,953,000	2867	107,06	0,706	
	1790		8,675,000	3127	109,07	0,907	
	1801		9,872,980	3559	113,83	1,260	
	1811		10,150,615	3659	102,28	0,280	
	1821		11,988,975	4322	118,12	1,812	
	1831		13,897,187	5010	115,92	1,592	
	1841		15,906,741	5734	114,45	1,445	
Schottland	1689	1482,00	1,200,000	810	n	n	Wie bei England.
	1780		1,470,000	992	122,470	0,230	
	1801		1,599,968	1079	109,680	0,460	
	1811		1,805,688	1218	112,880	1,288	
	1821		2,093,456	1412	115,930	1,593	
	1831		2,365,115	1596	113,030	1,303	
	1841		2,620,184	1768	110,780	1,078	
Irland	1669	1525,00	1,000,000	656	n	n	Auf Kirchenregister und zu zah- lende Zehnten begründete An- gaben; cf. Schubert, Rickmann, Portes.
	1754		2,372,000	1555	237,085	1,612	
	1792		3,600,000	2361	151,830	1,356	
	1801		4,151,000	2722	115,290	1,700	
	1811		5,937,856	3894	143,560	4,356	Nach officiellen Zählungen.
	1821		6,846,949	4490	115,310	1,831	
	1831		7,767,401	5093	113,430	1,343	
	1841		8,175,124	5361	105,260	0,526	

Namen der Staaten	Jahr	Flächen- raum in ne- benstehen- den Zeit- räumen	E i n w o h n e r z a h l			Jähr- liche Zu- nahme	Bemerkungen
			überhaupt	auf der Q. Meile	gestie- gen von 100 auf		
Sachsen	1683	717,00	1,300,000	1813	n	n	Für den ehemal. Churkreis, Leipz. Kreis, Meißenschen Kr., Erzgeb. Kr., Voigtländ. Kr., Neustädter Kr., Thüring. Kr., Ober- und Nieder-Lausitz, das Chursächs. Henneberg nach Leonhards Erd- beschr. der Kurfürstl. u. Herzogl. Sächs. Lande Leipzig 1802; — Hassel: Statistischer Umriss der sämmtl. Europ. Staaten Braun- schweig 1805; Mittheilungen des statist. Vereins für das König- reich Sachsen.
	1722		1,632,000	2277	125,59	0,656	
	1755		1,686,905	2353	103,34	0,101	
	1785		1,922,970	2682	113,69	0,466	
	1802		1,997,508	2786	103,69	0,229	
	1821		2,215,718	3090	110,91	0,574	
	1846		3,135,302	4373	141,52	1,661	
Hannover	1745	695,00	1,074,800	1547	n	n	Nach Dr. A. Tellkampf 1846 er- schienenen Schrift: die Verhält- nisse der Bevölkerung und der Lebensdauer im Königreich Han- nover.
	1760		1,121,500	1614	104,33	0,288	
	1775		1,196,700	1722	106,69	0,415	
	1790		1,292,200	1860	108,01	0,534	
	1805		1,409,900	2029	109,09	0,606	
	1820		1,535,000	2209	108,87	0,591	
	1835		1,679,100	2416	109,37	0,625	
Württemberg	1734	152,00	428,000	2816	n	n	Nach Hassel Statist. Umriss sämmtl. Europ. Staaten; Memmiger Be- schreibung von Württemberg Stuttgart 1841, und in Betreff der Größenverhältnisse nach Messungen auf Karten des sta- tistischen Bureaus.
	1754		477,115	3139	111,47	0,573	
	1774		514,575	3385	107,84	0,392	
	1794	355,00	599,939	3947	116,60	0,830	
	1816		1,411,392	3976	100,99	0,045	
	1832		1,578,147	4445	111,79	0,737	
	1846		1,726,716	4864	109,43	0,674	
Böhmen	1772	944,00	2,314,785	2452	n	n	Nach Lichtenstein Vollst. Umriss der Statistik des österreich. Kai- serstaates Brünn 1820; Hassel Umriss sämmtl. Europ. Staaten; Mor. Fränzl Statistik Bd. I. Wien 1838; Schnabel Tafeln zur Sta- tistik von Böhmen Prag 1848; Czoernig Tafeln zur Statistik der österreich. Monarchie.
	1780		2,563,523	2716	110,767	1,346	
	1790		2,873,504	3044	112,077	1,208	
	1801		3,013,614	3192	104,862	0,442	
	1817		3,236,142	3428	107,394	0,462	
	1834		4,107,830	4352	126,954	1,385	
	1846		4,399,662	4661	107,100	0,592	
Neufchatel	1750	14,00	33,065	2370	n	n	Nach officiellen Zählungen in den Akten des statistischen Bureaus.
	1766		34,325	2461	103,800	0,237	
	1780		39,053	2799	121,861	1,561	
	1800		46,206	3312	118,325	0,916	
	1831		54,080	3877	117,030	0,550	
	1846		68,247	4892	128,759	1,917	

Namen der Staaten	Jahr	Flächen- raum in ne- benstehen- den Zeit- räumen	Einwohnerzahl			Jähr- liche Zu- nahme	Bemerkungen
			überhaupt	auf der Q. Meile	gestie- gen von 100 auf		
Sicilien	1714	477,00	1,113,163	2334	n	n	Nach Schubert Handbuch der all- gemeinen Staatskunde Ersten Bandes vierter Theil.
	1748		1,176,615	2467	105,698	0,168	
	1783		1,383,000	2899	124,207	0,692	
	1799		1,655,536	3471	119,731	1,233	
	1817		1,713,945	3602	103,773	0,210	
	1834		1,680,720	3524	97,833	— 0,128	
	1844		1,704,000	3503	101,390	0,139	
Neapel	1669	1564,00	1,973,605	1262	n	n	Nach der Anzahl der Feuerstellen à 5 Köpfe. (Cf. Schubert Erster Band, vierter Theil.)  Nach genaueren Zählungen.
	1786		3,765,572	2408	190,800	0,966	
	1773		4,446,072	2843	118,065	1,806	
	1791		4,925,381	3149	110,763	0,598	
	1805		4,988,679	3190	101,302	0,093	
	1824		5,512,379	3525	110,502	0,553	
	1832		5,818,136	3720	105,532	0,691	
	1844		6,319,300	4040	108,602	0,717	
Sardinien (Festland)	1713	804,00	2,600,000	3234	n	n	Nach Schubert Handbuch der all- gemeinen Staatskunde Ersten Bandes vierter Theil.
	1772	840,00	2,695,727	3210	99,238	— 0,013	
	1824	943,00	3,576,603	3793	118,162	+ 0,349	
	1839		4,125,735	4375	115,344	+ 1,023	
Sardinien (Insel)	1780	433,00	423,514	978	n	n	Wie bei dem Festlande. In Betreff der Größe sind Messungen und Rechnungen auf dem statisti- schen Bureau angestellt.
	1790		456,990	1055	107,873	0,787	
	1800		489,000	1130	107,109	0,711	
	1824		489,969	1132	100,184	0,008	
	1833		494,973	1143	100,973	0,108	
	1839		524,633	1212	106,037	1,006	
Toscana	1737	387,00	890,600	2301	n	n	Wie bei Sardinien.
	1765		945,000	2442	106,128	0,219	
	1790		1,058,000	2734	111,938	0,478	
	1814		1,154,000	2982	109,071	0,378	
	1822		1,202,000	3106	104,158	0,520	
	1832		1,378,795	3563	111,494	1,494	
	1844		1,531,740	3958	111,096	0,924	
Lombardei	1773	392,00	1,334,072	3403	n	n	Nach Hassel. Statistischer Umriss.
	1807		2,040,430	5205	152,933	1,763	
	1817		2,160,686	5512	105,898	0,590	
	1834		2,495,929	6367	115,512	0,912	
	1843		2,621,680	6688	105,042	0,560	
							Nach Czörnig. Tafeln zur Statistik.

Namen der Staaten	Jahr	Flächen- raum in ne- benstehen- den Zeit- räumen	Einwohnerzahl			Jähr- liche Zu- nahme	Bemerkungen
			überhaupt	auf der Q. Meile	gestie- gen von 100 auf		
Spanien	1575	9064,00	6,750,000	745	n	n	Nach Schubert Handbuch der all- gemeinen Staatskunde Ersten Bandes dritter Theil.
	1723		7,625,000	841	112,886	0,089	
	1768		9,307,803	1027	122,116	0,491	
	1787		10,268,150	1133	110,321	0,543	
	1797		10,351,075	1142	100,799	0,080	
	1821		11,248,026	1241	108,668	0,361	
	1833		12,087,991	1334	107,494	0,624	
Portugal	1732	1739,00	2,298,509	1322	n	n	Wie bei Spanien.
	1776		3,352,410	1928	145,840	1,042	
	1801		3,421,809	1968	102,075	0,083	
	1822		3,332,417	1980	100,610	0,029	
	1835		3,709,254	2133	107,727	0,594	
Schweden	1751	8212,00	1,785,727	218	n	n	Nach Forssel Statistik von Schweden. Lübek 1835.
	1760		1,893,246	231	105,962	0,662	
	1772		2,012,772	245	108,061	0,505	
	1780		2,118,281	258	105,306	0,663	
	1790		2,150,493	262	101,550	0,155	
	1800		2,347,303	286	109,160	0,916	
	1810		2,377,851	290	101,400	0,148	
	1820		2,584,690	316	108,966	0,897	
	1840		3,138,884	382	120,886	1,044	
Norwegen	1769	5873,00	723,141	123	n	n	Nach Blom. Das Königreich Nor- wegen, statistisch beschrieben. Leipzig 1843.
	1801		883,038	150	121,931	0,686	
	1815		885,467	151	100,660	0,014	
	1825		1,051,318	179	118,540	1,834	
	1835		1,194,847	203	113,410	1,341	
	1846		1,328,471	226	111,330	1,030	
Dänemark	1769	736,00	785,142	1067	n	n	Nach Büsching's Erddeschreibung; Nach Gaspari Vollständ. Hand- buch der neuesten Erdbeschrei- bung 1820; Statistiks Tabel- werk etc. Kopenhagen 1835; Nach Baggesen. Der Dänische Staat oder das Königr. Dänemark mit seinen Nebenländern Kopen- hagen 1845 und 1847.
	1801		845,019	1148	107,573	0,237	
	1820		920,250	1250	108,885	0,468	
	1840		1,283,027	1743	139,440	1,972	
Schleswig	1769	169,00	213,628	1442	n	n	Nach Büsching. „ Gaspari. „ Baggesen.
	1803		278,341	1647	114,216	0,384	
	1817		300,374	1777	107,883	0,562	
	1839		345,700	2046	115,138	0,688	

Namen der Staaten	Jahr	Flächen- raum inne- benstehen- den Zeit- räumen	E i n w o h n e r z a h l			Jähr- liche Zu- nahme	Bemerkungen
			überhaupt	auf der Q. Meile	gestie- gen von 100 auf		
Holstein	1792	159,00	300,000	1887	"	"	Nach Büsching.
	1803		325,743	2019	108,585	0,780	" Gaspari.
	1817		362,317	2279	111,223	0,802	" desgl.
	1839		450,800	2835	124,397	1,090	" Baggesen.
Nieder- lande	1805	513,00	1,882,000	3668	"	"	Nach Hassel Statist. Umrifs sämt- licher Europ. Staaten.
	1823	671,00	2,532,700	3774	102,918	0,162	
	1831	671,00	2,747,204	4094	108,479	1,060	
	1844	671,00	3,237,859	4825	117,853	1,374	
Belgien	1802	537,00	3,028,705	5640	"	"	Nach Hassel und Quetelet docu- mens statistiques de la Belgique.
	1823		3,459,966	6443	114,238	0,678	
	1831		3,827,222	7127	110,616	1,327	
	1845		4,298,561	8005	112,319	0,880	



Tabelle B.

Provinzen des preussischen Staats	in den Jahren	Flächen- raum in geographi- schen Q. Meilen	Mittelzahl der Ge- storbenen	Daraus be- rechnete Volkszähl(auf 37 Lebende 1 Gestorbener)	Durch- schnitt- lich leb- ten also auf der Q. Meile	Bemerkungen
Ostpreußen und Lithauen	1684	654,717	12,285	454,545	694	Nach Hartknoch Altes und Neues Preußen 1684. Voigt Ge- schichte Preussens. v. Bacsko Handbuch der Geschichte und Erd-Beschreibung Preussens 1784. Bock Versuch einer wirthschaftlichen Natur-Ge- schichte von dem Königreiche Ost- und Westpreußen. Des- sau 1782. Schriftliche Nach- richten im statist. Bureau.
	1697		14,862	549,894	810	
	1701		16,430	607,910	928	
	1711		11,984	443,408	607	
	1721		12,863	475,931	727	
	1731		15,475	572,575	874	
	1741		15,117	559,329	854	
	1748		nach Zäh- lungen	567,366	867	
	1753			611,633	934	
	1766			673,039	1028	
	1768			698,390	1067	
	1773	706,34	desgl.	765,710	1170	
	1775			837,357	1185	
	1780			844,238	1195	
	1785			855,939	1254	
	1790			904,742	1281	
	1795			918,975	1301	
	1800			931,625	1319	
	1804			957,725	1356	
	1811			851,213	1205	
	1816			874,162	1238	
1820	1,052,139	1490				
1825	1,163,349	1617				
1831	1,243,571	1761				
1837	1,304,654	1847				
1843	1,441,499	2041				
1846	1,480,308	2096				
Westpreußen	1774	377,906	Nach amtlichen Zählungen	356,278	943	v. Holsche Geographie und Sta- tistik von West-, Süd- und Neu-Ostpreußen. 1800. Acten des statist. Bureau.
	1779			345,729	915	
	1784			366,910	971	
	1789			394,681	1045	
	1793	398,662		410,198	1085	
	1796			484,552	1215	
	1800			545,491	1368	
	1804			557,539	1399	
	1816	471,600		558,242	1183	
	1820			668,579	1417	
	1825			751,376	1593	
	1831			782,356	1659	
	1837			848,219	1798	
	1843			961,881	2046	
	1846			1,019,105	2161	

Provinzen des preussischen Staats	in den Jahren	Flächen- raum in geographi- schen Q. Meilen	Mittelzahl der Ge- storbenen	Daraus be- rechnete Volkzahl(auf 37 Lebende 1 Gestorbener)	Durch- schnitt- lich leb- ten also auf der Q. Meile	Bemerkungen
Posen	1776	213,338	Nach amtlichen Zählungen	140,080	657	Acten des statist. Büreaus.
	1786			149,173	699	
	1796			201,114	943	
	1804			229,319	1075	
	1816	536,510		813,948	1517	
	1820			911,628	1705	
	1825			1,039,940	1938	
	1831			1,056,278	1969	
	1837			1,169,706	2180	
	1843			1,290,187	2405	
1846	1,364,399	2543				
Regierungsbezirk Bromberg	1816	214,830	Nach amtlichen Zählungen	243,190	1132	Acten des statist. Büreaus.
	1820			291,540	1357	
	1825			327,144	1523	
	1831			326,231	1519	
	1837			381,128	1728	
	1843			432,957	2015	
	1846			463,969	2160	
Pommern	$\frac{1692}{1702}$	379,403		171,939	453	Brüggemann, Ausführliche Be- schreibung des gegenwärtigen Zustandes des Königl. Preufs. Herzogth. Vor- und Hinter- pommern. Stettin 1779. Wut- strach, Kurze histor. geogr. stat. Beschreibung von dem Königl. Preufs. Herzogth. Vor- und Hinterpommern. Stettin 1793. Süßmilch die göttliche Ord- nung.
	172 $\frac{1}{11}$			208,199	448	
	17 $\frac{27}{31}$			7193	572	
	173 $\frac{1}{6}$			8054	611	
	17 $\frac{38}{40}$	465,075		315,173	742	
	174 $\frac{2}{5}$			278,684	599	
	174 $\frac{6}{8}$			370,666	799	
	1748			313,366	674	
	1754		Nach amtlichen Zählungen	368,996	793	
	1766			339,947	740	
	1776			401,516	863	
	1786			438,784	944	
	1796			461,663	993	
	1804			509,617	1096	
	1814			485,837	1045	
	1816			671,361	1164	
	1820			761,016	1320	
	1825			846,722	1468	
	1831			912,223	1582	
	1837			990,285	1717	
	1843			1,106,350	1918	
	1836			1,165,073	2020	

Provinzen des preussischen Staats	in den Jahren	Flächen- raum in geographi- schen Q. Meilen	Mittelzahl der Ge- storbenen	Daraus be- rechnete Volkszähl(auf 37 Lebende 1 Gestorbener)	Durch- schnitt- lich leb- ten also auf der Q.-Meile	Bemerkungen	
Brandenburg Kurmärkisches De- partement	1617	417,00	Nach amt- licher Ermit- telung	329,660	737	Bratring Statistisch topographi- sche Beschreibung der gesamm- ten Mark Brandenburg. Berlin 1804. v. Borgstede, Stat. topogr. Beschreibung der Kurmark Brand- enburg. 1788. Süßmilch gött- liche Ordnung. Acten des sta- tistischen Bureaus.	
	1688			399,210	893		
	17 <sup>11</sup> <sub>18</sub>			445,517	997		
	172 <sup>0</sup> <sub>2</sub>			478,928	1071		
	1740	447,00	Nach amtlichen Zählungen	475,991	1065		
	1748			498,615	1115		
	1754			323,245	723		
	1766			591,414	1323		
	1776	447,00		636,060	1123		
	1786			683,145	1528		
	1796			735,157	1615		
	1804			797,627	1784		
	1809	416,00		715,361	1720		
	1816			688,300	1799		
	1820			765,102	2000		
	1825			835,057	2183		
Regierungsbezirk Potsdam	1831	382,510		896,751	2314		
	1837			1,005,322	2628		
	1843			1,135,335	2968		
	1846			1,226,866	3207		
Neumärkisches De- partement	1698 <sup>1698</sup> <sub>1702</sub>	220,00		121,693	505	Nach Küsters Umriss der Preufs. Monarchie. 1800. Ferner wie bei Brandenburg.	
	171 <sup>2</sup> <sub>0</sub>			177,230	806		
	17 <sup>17</sup> <sub>21</sub>			187,997	855		
	172 <sup>2</sup> <sub>6</sub>			157,398	719		
	17 <sup>27</sup> <sub>31</sub>	220,00	Nach amtlichen Zählungen	186,850	849		
	173 <sup>2</sup> <sub>6</sub>			188,700	858		
	17 <sup>36</sup> <sub>41</sub>			253,598	1153		
	174 <sup>2</sup> <sub>6</sub>			191,179	689		
	1748	220,00		171,873	781		
	1754			155,559	707		
	1766			209,808	954		
	1776			240,097	1091		
	1786	210,00		262,277	1192		
	1796			284,112	1293		
	1804			317,810	1415		
	1809			266,100	1267		
Regierungsbezirk Frankfurt	1816	351,63		565,876	1609		
	1820			610,617	1737		
	1825			643,608	1830		
	1831			683,188	1943		
	1837			736,089	2093		
	1843			799,772	2274		
	1846			840,127	2389		

Provinzen des preussischen Staats	in den Jahren	Flächen- raum in geographi- schen Q. Meilen	Mittelzahl der Ge- storbenen	Daraus be- rechnete Volkszähl(auf 37 Lebende 1 Gestorbener)	Durch- schnitt- lich leb- ten also auf der Q.-Meile	Bemerkungen	
Kreise	1816	226,27	Nach amtlichen Zählungen	304,608	1316		
Guben, Lübben,	1820			330,020	1439		
Luckau, Kalau,	1825			398,299	1760		
Cottbus, Sorau	1831			427,957	1891		
und Spremberg	1837			472,196	2088		
	1843			515,881	2280		
	1846			542,171	2396		
Provinz Schlesien	1740	669,75	Nach amtlichen Zählungen	1,109,246	1656	Zimmermann. Einige allgemeine Nachrichten von Schlesien. Brieg 1795. Zimmermann, Bei- träge zur Beschreibung Schle- siens. Brieg 1783—1796. Acten des statist. Bureaus.	
	1756			1,162,355	1736		
	1765			1,193,041	1781		
	1775			1,372,754	2050		
	1785			1,680,932	2510		
	1794			1,793,509	2678		
	1802	714,00	1,995,814	2795			
	1804	714,00	2,019,651	2829			
	1816	741,74	1,914,093	2581			
	1820		2,132,760	2875			
	1825		2,312,943	3118			
	1831		2,461,414	3322			
	1837		2,679,473	3612			
	1843		2,948,884	3976			
	1846		3,065,809	4133			
Provinz Sachsen	170 $\frac{3}{4}$	138,00	5954	220,298	1596	Die Zahlen der Gestorbenen sind aus Küster's Umriss der Preufs. Monarchie Berlin 1800, so weit sie sich auf die schon damals Preussisch gewesenen Theile Sachsens beziehen, entnommen. Desgleichen aus den Angaben in Süßmilch's göttlicher Ord- nung.	
	17 $\frac{08}{12}$			6451	238,687		1730
	171 $\frac{1}{4}$			7770	287,490		2083
	17 $\frac{15}{24}$			9443	349,391		2532
	172 $\frac{3}{4}$			9151	338,587		2454
	17 $\frac{28}{33}$			10022	370,814		2687
	173 $\frac{3}{4}$			9498	351,426		2547
	17 $\frac{38}{42}$			11988	443,556		3214
	174 $\frac{1}{4}$			9207	340,659		2469
	1748				287,659		2084
	1754	138,00		328,636	2381		
	1766			317,323	2299		
	1776			340,767	2469		
	1786	148,00		379,404	2564		
	1796			415,394	2807		
	1800			417,785	2890		
	1804	234,00		740,030	3151		

Provinzen des preussischen Staats	in den Jahren	Flächen- raum in geographi- schen Q. Meilen	Mittelzahl der Ge- storbenen	Daraus be- rechnete Volkszähl(auf 37 Lebende 1 Gestorbener)	Durch- schnitt- lich leb- ten also auf der Q. Meile	Bemerkungen		
Regierungsbezirk Magdeburg	1816	210,13	Nach amtlichen Zählungen	460,405	2191			
	1820			492,029	2342			
	1825			527,545	2511			
	1831			562,932	2679			
	1837			598,981	2851			
	1843			617,326	3081			
	1846			674,149	3208			
Regierungsbezirk Merseburg	1816	187,76		485,531	2572			
	1820			531,841	2818			
	1825			565,907	2998			
	1831			604,303	3201			
	1837			652,591	3457			
	1843			701,037	3714			
	1846			724,686	3839			
Regierungsbezirk Erfurt	1816	61,74		234,177	3798			
	1820			250,809	4062			
	1825			268,130	4294			
	1831			282,352	4577			
	1837			312,615	5063			
	1843			335,543	5435			
	1846			343,617	5566			
Provinz Westfalen, Mark und Kleve	170 $\frac{3}{8}$	79,00		4593	176,941	1987	Die Zahlen der Gestorbenen sind aus Süßmilch's göttlicher Ord- nung in Bezug auf Minden, Grafschaft Mark und Ravens- berg entnommen.	
	17 $\frac{9}{11}$			5252	194,324	2460		
	171 $\frac{1}{8}$			5716	211,492	2677		
	17 $\frac{14}{22}$			6007	222,259	2813		
	17 $\frac{21}{10}$			7526	278,462	3525		
	173 $\frac{1}{4}$			5552	205,424	2600		
	173 $\frac{2}{9}$			5535	204,795	2592		
	174 $\frac{0}{3}$			6782	250,934	3176		
	Fürstenthum Minden, Grafschaft Ravensberg.	170 $\frac{3}{7}$	40,00		2582	95,534		2388
		17 $\frac{08}{12}$			3107	114,960		2874
		17 $\frac{11}{20}$			3895	144,115		3603
		172 $\frac{1}{2}$			3417	126,429		3161
		17 $\frac{26}{30}$			4828	178,636		4466
173 $\frac{1}{5}$		3194			118,178	2954		
17 $\frac{36}{92}$		4029			149,073	3727		
Kammerdepartement Minden	174 $\frac{1}{7}$	53,00		3330	123,210	3050		
	1748			Nach	137,177	2588		
	1754			amtlichen	162,916	3074		
	1766			Zählungen	160,577	3030		
	1776			166,550	3142			
	1786			171,628	3238			
	1796			188,777	3562			
1800	197,762	3731						

Provinzen des preussischen Staats	in den Jahren	Flächen- raum in geographi- schen Q. Meilen	Mittelzahl der Ge- storbenen	Daraus be- rechnete Volkszähl(auf 37 Lebende 1 Gestorbener)	Durch- schnitt- lich leb- ten also auf der Q. Meile	Bemerkungen
Kammerdepartement Mark	1748 1754 1766 1776 1786 1796 1800	46,00	Nach amtlichen Zählungen	110,915 119,168 111,772 118,611 126,771 134,014 133,816	2412 2578 2430 2579 2756 2914 2909	
Regierungsbezirke Arnsberg, Minden und Münster	1816 1820 1825 1831 1838 1843 1846			1,058,055 1,112,169 1,184,589 1,261,996 1,326,467 1,421,443 1,445,719	2875 3023 3219 3430 3605 3863 3929	
Rheinprovinz	1748 1754 1768 1776 1786 1793 1800	63,00	Nach amtlichen Zählungen	143,430 150,881 136,518 150,573 159,209 170,095 fehlt	2277 2395 2167 2390 2527 2699	Es sind von 1748 an die amtlichen Zählungen der schon damals Preussisch gewesenen Besiz- zungen am Rhein benutzt. Cleve, Mörs u. s. w. hatten nur 63 Q.M.
Regierungsbezirk Köln	1816 1820 1825 1831 1837 1843			324,632 349,856 369,726 399,808 426,694 465,363	4484 4832 5107 5522 5894 6128	
Regierungsbezirk Düsseldorf	1816 1820 1825 1831 1837 1843 1846			484,593 586,810 617,793 660,476 706,803 766,837 851,456	6693 5968 6283 6719 7190 7799 8660	
Regierungsbezirk Koblenz	1816 1820 1825 1831 1837 1843 1846			887,614 337,448 370,192 399,235 436,828 461,907 489,900	9028 3078 3376 3641 3984 4213 4468	
		98,32		499,557	4555	

Provinzen des preussischen Staats	in den Jahren	Flächen- raum in geographi- schen Q. Meilen	Mittelzahl der Ge- storbenen	Daraus be- rechnete Volkszähl(auf 37 Lebende 1 Gestorbener)	Durch- schnitt- lich leb- ten also auf der Q. Meile	Bemerkungen
Regierungsbezirk Trier ohne Lichtenberg	1816 1820 1825	120,63	Nach amtlichen Zählungen	307,324 319,126 350,679	2548 2645 2907	
mit Lichtenberg	1831 1837 1843			390,415 446,796 478,338	3244 3407 3648	
	1846	131,13		488,699	3727	
Regierungsbezirk Aachen	1816 1820			288,289 319,036	3811 4085	
	1825	75,65		337,453	4161	
	1831			354,712	4689	
	1837			371,469	4911	
	1843			394,451	5214	
	1846	60,53		402,617	5322	
Die Kreise des Reg.- Bez. Düsseldorf, wel- che bis mit 1820 den Reg.-Bez. Kleve bil- deten.	1816 1820 1825			246,359 256,094 320,292	4050 4231 5291	
	1831			333,958	5517	
	1837			361,713	5976	
	1843			401,958	6641	
	1846			420,595	6949	

Tabelle C.

Ostpreußen und Litthauen		Westpreußen		Posen (Netzdistrict und Reg.-Bezirk Brom- berg von 1820 ab)		Brandenburg (Kurmark und Reg.- Bezirk Potsdam von 1820 ab)		Brandenburg (Neumark und Reg.- Bezirk Frankfurt von 1820 ab)	
Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen
16 <sup><math>\frac{88}{92}</math></sup>	694	"	"	"	"	1688	893	<sup><math>\frac{1698}{1702}</math></sup>	505
172 <sup><math>\frac{2}{6}</math></sup>	727	"	"	"	"	171 <sup><math>\frac{3}{8}</math></sup>	997	171 <sup><math>\frac{2}{6}</math></sup>	806
173 <sup><math>\frac{2}{9}</math></sup>	874	"	"	"	"	173 <sup><math>\frac{2}{9}</math></sup>	"	173 <sup><math>\frac{2}{9}</math></sup>	858
1766	1028	1774	943	1776	657	1766	1323	1766	954
1785	1254	1784	971	1786	699	1786	1528	1786	1192
1804	1356	1804	1399	1804	1075	1804	1784	1804	1445
1820	1490	1820	1417	1820	1357	1820	2000	1820	1737
1837	1847	1837	1798	1837	1728	1837	2628	1837	2093
1846	2096	1846	2161	1846	2160	1846	3207	1846	2389

Pommern		Schlesien		Sachsen (Magdeburg, Halber- stadt, Hohenstein und Reg.-Bezirk Magde- burg von 1820 ab ohne die Altmärki- schen Kreise)		Westphalen (Mark, Minden, Ra- vensberg und Provinz Westphalen von 1820 ab)		Rheinprovinz (Herzogthum Cleve und der ehemalige Reg.-Bezirk Cleve von 1820 ab)	
Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen	Jahr	auf der Q. Meile Menschen
<sup><math>\frac{1694}{1702}</math></sup>	453	"	"	<sup><math>\frac{1698}{1702}</math></sup>	1696	"	"	"	"
172 <sup><math>\frac{1}{9}</math></sup>	448	"	"	17 <sup><math>\frac{04}{12}</math></sup>	1730	17 <sup><math>\frac{09}{11}</math></sup>	2874	"	"
173 <sup><math>\frac{2}{6}</math></sup>	641	1740	1656	173 <sup><math>\frac{3}{7}</math></sup>	2547	173 <sup><math>\frac{2}{9}</math></sup>	2954	"	"
176 <sup><math>\frac{6}{8}</math></sup>	799	1765	1781	1766	2299	1766	2751	1768	2167
1786	944	1785	2510	1786	2564	1786	3014	1786	2527
1804	1096	1794	2678	1800	2890	1800	3014	1793	2699
1820	1320	1820	2875	1820	2871	1820	3023	1820	4231
1837	1717	1837	3612	1837	} 3533	1837	3605	1837	5976
1846	2020	1846	4133	1846		1846	3929	1846	6946

\*) Der Reg.-Bezirk Magdeburg ohne die vier ehemaligen Altmärkischen Kreise Osterburg, Salzwedel, Gardelegen, Stendal enthält 127,99 geogr. Q. Meilen und 1820 . . Einwohner 365,694

1837 . . . . . 460,375

1846 . . . . . 503,641



Tabelle D.

Jahr	Preußen in seinen Gränzen von 1633	England und Wales	Irland	Schott- land	Groß- britannien	Frank- reich	Sachsen in den Grän- zen des Kur- fürstenthums	Hannover	Württem- berg
1700	919	1970	986	832	1420	2400	2017	1367	2272
1750	1156	2331	1511	932	1753	2500	2350	1567	3075
1800	1584	3559	2722	1079	2702	2822	2774	1974	3955
1825	2000	4598	4730	1485	3835	3232	3294	2279	4246
1846	2747	6094	5506	1854	4850	3590	4373	2635	4864

Jahr	Böhmen	Neuchâ- tel	Sicilien	Neapel	Piemont	Sardinien	Toscana	Lombar- dei	Spanien
1700	1590	2000	2300	1622	3000	710	2100	3000	800
1750	2190	2370	2467	2350	3200	830	2366	3200	950
1800	3192	3312	3471	3100	3600	1130	2834	4900	1155
1825	3860	3769	3500	3550	3820	1135	3244	5912	1257
1846	4661	4892	3600	4090	4375	1282	4028	6800	1394

Jahr	Portugal	Schwe- den	Norwe- gen	Eigentliches Däne- mark	Schleswig	Holstein	Belgien	Nieder- lande
1700	1000	200	100	900	1200	1250	3000	2150
1750	1538	218	120	1010	1400	1500	4000	2850
1800	1968	286	150	1148	1640	2040	5500	3500
1825	2020	330	179	1375	1849	2429	6600	3850
1846	2265	406	226	1893	2130	3010	8100	4900





Über  
die Denkwürdigkeiten der Markgräfin von  
Bayreuth.

Von  
H<sup>rn</sup>. P E R T Z.

---

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 25. April 1850.]

Die Denkwürdigkeiten der Markgräfin Friederike Sophie Wilhelmine von Bayreuth, gebornen Prinzessin von Preußen, Tochter Friedrich Wilhelms I. und der Königin Sophie Dorothea, haben seit ihrem ersten Erscheinen im Jahre 1810 eine große Aufmerksamkeit erregt und bei mehreren in Deutschland und Frankreich auf einander folgenden Auflagen das Urtheil über den Hof König Friedrich Wilhelms I. in weiten Kreisen bestimmt. Die eigenthümliche geistreiche Auffassung, die lebhaft anschauliche Darstellung, welche für eine beträchtliche Reihe von Jahren das innerste Geheimniß der Könighchen Familie aufzuschließen schien, ließ die Zweifel nicht aufkommen, welche bei einer sorgfältigen Prüfung des Buches allerdings entstehen mußten. Diese Zweifel bezogen sich sowohl auf die Ächtheit der Denkwürdigkeiten als auch auf ihre Glaubwürdigkeit, und konnten durch äußere und innere Gründe unterstützt werden.

Bei Erwägung der Ächtheit mußten zunächst die Umstände unter denen die Schrift in die Öffentlichkeit getreten war, zur Sprache kommen. Die geheimen Denkwürdigkeiten einer bereits im Jahre 1759 verstorbenen Fürstin, deren Schriften man wohl nirgends anders als in unzugänglichen Hausarchiven denken kann, erscheinen ein halbes Jahrhundert später, zur Zeit des größten äußeren Unglücks Preußens, im Feindeslande, in den Staaten des Rheinbundes, und zwar zu gleicher Zeit an zwei verschiedenen Orten, in Nord- und Süddeutschland, in französischer und in deutscher Sprache; beide Herausgeber versichern in den Vorreden sich im Besitz der Originalhandschrift der Markgräfin zu befinden, und beide Ausgaben weichen bei

unverkennbarer Ähnlichkeit und wesentlichem Zusammenstimmen, doch durch Umfang, Fassung, Erweiterungen, Verkürzungen und Abänderungen der Erzählung, durch Anfang und Ende so sehr von einander ab, daß wenn auch nicht verschiedene Werke so doch wenigstens völlig umgearbeitete Ausgaben desselben Werkes vorliegen. Die deutsche Übersetzung erschien zuerst; sie enthielt die Erzählung der Jahre 1709 bis 1733, ihr Herausgeber Dr. Cotta in Tübingen erklärte sich bereit, das französische Original, das er einer besondern Huld verdanke, jeden Kenner der Handschrift der Fürstin einsehen zu lassen, und erwähnte, daß einige in den Anmerkungen gegebene abweichende Stellen dem Originale von anderer Hand beigeschrieben seien; dagegen versicherte der ungenannte Herausgeber des französischen Originals, welches die Jahre 1706 bis 1742 umfaßte, das von der Hand der Prinzessin geschriebene Original, welches durch diese ihrem Leibarzte Geheimenrath v. Superville hinterlassen sei, in Händen zu haben; es gebe davon keine vollständige und glaubwürdige Abschrift, und er warne gegen den französischen Text der in Tübingen herausgekommenen Übersetzung. Dieser Verdächtigung und dem in der Jenaer Literaturzeitung gemachten Vorwurfe der Verfälschung widersprach Cotta mit dem wiederholten Erbieten die Handschrift vorzulegen, und gab in einem 1811 erschienenen zweiten Theile nach der Braunschweiger Ausgabe Ergänzungen und Schluß des Werkes von 1733 bis 1742. Sollte die Frage der Ächtheit gelöst werden, so war also die Einsicht beider angeblichen Originale und deren Vergleichung mit unbezweifelten Briefen oder sonstigen Aufsätzen der Markgräfin nothwendig. So lange aber diese unterblieb, und sie unterblieb bis jetzt, konnte auch die Frage von der Glaubwürdigkeit der Denkwürdigkeiten nicht genügend beantwortet werden. Der Grad von Glaubwürdigkeit, welchen die Erzählung in Anspruch nehmen durfte, hing wesentlich davon ab, ob sie im Ganzen gleichzeitig also nach und nach im Lauf und der Folge der Begebenheiten niedergeschrieben, oder in einer späteren Zeit fern von den Begebenheiten vielleicht nur aus dem Gedächtniß und als ein Ganzes verfaßt worden. Für diese wie für jene Annahme ließen sich Gründe anführen, welche aber keine Entscheidung gaben so lange man zweifeln mochte, ob diejenigen Stellen auf denen sie beruhten, wirklich ächt, und ob nicht einzelne solcher Stellen, auch wenn sie ächt, doch erst später eingeschaltet oder nachgetragen waren.

Diese Hindernisse einer festen Entscheidung konnten selbst nicht mit Hülfe der bedeutenden Mittel überwunden werden, welche unser College Herr Ranke für die vor etwa zwei Jahren der Akademie vorgelesene Untersuchung verwandte; vielmehr sprach er sich nach Vergleichung einzelner Nachrichten aus den Denkwürdigkeiten mit archivalischen Acten und nach Prüfung der im hiesigen K. Cabinets-Archiv aufbewahrten Handschriften des Werkes, im Wesentlichen nicht für die Glaubwürdigkeit der Erzählung, und in so weit auch gegen die Ächtheit der Denkwürdigkeiten aus, als die verschiedenen hiesigen Handschriften unter sich und gegen die Drucke in ähnlicher Weise abweichen wie diese unter einander, auch keine der hiesigen Handschriften, obwohl es von einzelnen behauptet worden, ein Original sei, also keine dieser unter einander so sehr abweichenden Abschriften mit Gewißheit als unverfälschte Arbeit der Markgräfin erkannt werden könne.

Was war natürlicher, als daß man sich nun auch die Braunschweiger und die Tübinger Handschrift als Abschriften, ohne Berechtigung auf ein größeres Vertrauen, dachte?

Seitdem tauchte in der Bücherversteigerung des Protonotarius Blauel zu Celle im Königreich Hannover wieder ein angebliches Original dieser Denkwürdigkeiten auf; und da es immerhin wünschenswerth war, den Stoff für eine Aufklärung der Sache, wenn auch nur durch eine Abschrift mehr, zu vervollständigen, so ertheilte ich einen mäßigen Auftrag, und hatte das Glück die Handschrift im Oktober 1848 für 15 Thlr. zu erwerben.

Die Verheißung des Auctionscatalogs zeigte sich über Erwarten erfüllt, das wirkliche Original, von der Hand der Markgräfin geschrieben und an vielen Stellen verändert, lag vor mir.

Und damit die Befriedigung vollkommen sei, enthielt das erste Blatt des Bandes von einer mir wohl bekannten Hand den vollständigen Aufschluß über die Herkunft und die früheren Schicksale der Handschrift.

Der Protonotarius Blauel hatte sie nämlich aus der Spangenberg'schen Versteigerung erworben, der 1833 verstorbene Oberappellationsrath Dr. Ernst Spangenberg in Celle aber, der durch viele gelehrte Arbeiten um Deutschlands Recht verdiente und mir persönlich bekannte Besitzer, folgendes Notabene eingeschrieben:

„Dieses ist die *eigenhändige* Handschrift der Prinzessin selbst, welche sie ihrem Leibarzt Supperville geschenkt, und

unter dessen Nachlaß aufgefunden ist. Aus ihr wurden diese Memoires durch den Oberst von Osten, zu Braunschweig 1810 herausgegeben; die Handschrift selbst war nach des Obersten von Osten Tode in dessen Nachlasse gefunden und als unnützes Papier betrachtet, aus welchem Nachlasse ich sie erstanden habe.

Die Handschrift, wenn gleich solchergestalt schon gedruckt, ist deshalb noch immer sehr wichtig, weil sie viele ungedruckte Stellen enthält. Namentlich schließt der Abdruck mit dem Jahre 1742; die Handschrift geht aber bis 1754, und ist bei diesen letzteren Jahren ausdrücklich bemerkt: *ceci ne doit pas être imprimé*. Auch waren diese letzteren Bogen versiegelt.

Noch unvollständiger ist die deutsche Übersetzung, Tübingen 1810. 1811, denn diese umfaßt nur die Jahre 1709—1733, wogegen die Braunschweiger Originalausgabe die Jahre 1706—1742; die Handschrift aber die Jahre 1706—1754 enthält.

Celle, Januar 1825.

Spangenberg  
Oberappellationsrath."

Den Einband erhielt die Handschrift also erst durch Spangenberg; er hatte sie als einzelne Papierlagen überkommen, und ließ die versiegelt gefundenen Bogen ans Ende heften.

Der Stoff der Handschrift ist gewöhnliches vor Alter vergilbtes und selbst gebräuntes unbeschnittenes Papier, welches in Folio seiner ganzen Größe nach, nur mit Belassung eines schmalen Randes rechts, beschrieben war. Manche Stellen sind durch die ätzende Dinte zerfressen und durchlöchert, andere durch den Gebrauch beschädigt. Das Papier ist lagenweise beschrieben. Es bildet drei Hauptmassen. Die erste, 15 Lagen von verschiedener Stärke <sup>(1)</sup>, deren jede zu Anfang oben mit einer Lateinischen Zahl bezeichnet ist, enthält die Erzählung der Jahre 1706 bis 1733 zu den Worten: *Mes officiers sont tout propre à le former*, gegen Ende der Vorderseite des 14. Blattes, die Kehrseite und die übrigen 14 Blätter der Lage sind leer gelassen. Der äußere Bogen der zwölften Lage ist beim Einbinden verheftet, dessen Vorderblatt ans Ende, das Schlußblatt zu Anfang der Lage gebracht. In der zweiten Lage ist noch S. 4 ein kleines Blatt mit fünf Zeilen eingefügt; die drei letzten Blätter der Lage mit schwärzerer Dinte beschrieben, sind

---

(1) Zu 4 bis 28 Bogen.

wahrscheinlich bei einer späteren Durchsicht und Erweiterung des Textes statt eines jetzt ausgeschnittenen Blattes eingelegt. In der 4. Lage finden sich nach der 6. und 8. Seite je zwei Blättchen, nach der 12. Seite ein Blatt eingefügt; in der 7. Lage zu Seite 1 ein Blättchen, zwischen S. 10 und 11 ein Blatt; in der 8. Lage an drei verschiedenen Stellen ein Blättchen und zwei Blatt, in der 9. Lage zwei einzelne Blätter und ein Blättchen, in der 12. Lage zwei einzelne Blättchen von 3 und 4 Zeilen. Diese Einfügungen enthalten theils Nachträge, theils Veränderungen des ersten Textes, der bisweilen nicht einmal durchstrichen ist.

Die zweite Masse besteht aus 7 zum Theil mit Ziffern bezeichneten Lagen von 9, 8,  $15\frac{1}{2}$ , 4, 4, 5 und 18 Bogen; sie beginnt mit den Worten: *Le roi le pria de moderer un peu son impatience*, und schließt wie die Braunschweiger Ausgabe mit dem Jahre 1742. Da der Anfang mit dem Schlusse der ersten Masse nicht zusammenhängt, so muß hier etwas ausgefallen seyn; der Braunschweiger Herausgeber hat sich dadurch zu helfen gesucht, daß er die ersten 7 Zeilen und noch einige spätere Zeilen der Seite ausliefs. In dieser zweiten Masse werden die Blätter häufig mit Jahreszahl und Monat bezeichnet. In der zweiten Lage findet sich statt der durchstrichenen 8. Seite das 5. Blatt eingefügt. In der dritten Lage ist auf dem 35. Blatt nach dem Schluß des Jahres 1735 der Rest der Seite leer gelassen, das Jahr 1736 beginnt auf der folgenden Seite. In der 5. Lage ist Seite 8 das Ende leer, auf der 9. Seite beginnt die Reise nach Berlin, auf der 13. Seite findet sich von anderer Hand die Bemerkung, daß das Folgende,  $2\frac{1}{3}$  Seiten, (*Je partis* bis *ses badinages*) nicht gedruckt werden solle, wogegen  $8\frac{1}{2}$  Bogen etwas kleineres Papier eingelegt sind. Auch mit diesen ist eine Veränderung vorgenommen, nämlich von der ersten Seite des mit 5 bezeichneten Bogens zwei Drittheil durchstrichen und dafür ein Blatt, gleichfalls mit 5 bezeichnet, eingeschaltet, dessen Kehrseite leer bleibt. Diese Masse schließt wie der Druck mit „*ceremonie et compliments*“ auf der Mitte einer Seite, und 18 Bogen leeres Papier scheinen für die Fortsetzung beigelegt zu haben.

Die dritte bisher ungedruckte Masse besteht aus drittheil Bogen desselben Papiers mit abweichender Abfassung dreier Stellen der *Denkwürdigkeiten*, von derselben Hand wie alles frühere, und aus  $10\frac{1}{2}$  Bogen etwas kleinerem und festem anscheinend Holländischem Papier mit Goldrand, dem Tagebuche der Markgräfin während einer Reise nach Berlin in den

Jahren 1754 und 1755. Die Schrift ist etwas kleiner und deutlicher als die der Denkwürdigkeiten; eine Stelle ist mittelst eines eingeleigten Blattes verändert. Der Bericht schließt auf der Rückkehr zu Verona am 26. Julius 1755, und es ist kein Grund anzunehmen, daß er nicht vollständig sei, da noch ein unbeschriebenes Blatt mit Goldschnitt am Ende leer blieb.

Die Beschaffenheit des Textes, welcher an sehr vielen Stellen von derselben Hand geändert, durchstrichen, mit untergeschriebenen Zusätzen, Randbemerkungen, ja mit ganzen eingeschalteten Blättern versehen ist, zeigt beim ersten Anblick, daß hier ohne allen Zweifel das wahre Original der Markgräfin vorliegt; eine nähere Prüfung der verschiedenen Theile, daß die Denkwürdigkeiten zwar zu verschiedenen Zeiten und mit vielen Unterbrechungen aber mit derselben nicht veränderten Hand geschrieben sind. Die im Königl. Cabinetsarchiv aufbewahrten eigenhändigen Briefe der Markgräfin bestätigen die Überzeugung, welche man hiernach über die vollkommene Ächtheit des Werkes gewonnen haben wird.

Mit der Frage der Ächtheit ist aber noch nicht sogleich die Frage über die Glaubwürdigkeit und zunächst über die Gleichzeitigkeit entschieden. Die Denkwürdigkeiten beginnen mit der Vermählung der Eltern der Markgräfin im Jahre 1706 und einer Schilderung des spätern Königs Friedrich Wilhelm I, des Fürsten von Anhalt und Grumkows, welche alle drei als lebend besprochen werden; nachdem die Prinzessin beim Jahre 1709 ihre Geburt erwähnt hat, geht sie ziemlich rasch über ihre ersten Lebensjahre bis 1717 hinweg, wird bei ihrem Eintritt in die Welt als Vertraute ihrer Mutter der Königin im Jahre 1719, mittheilender, und giebt seit dem Jahre 1728, also seit ihrem 18. Jahre, eine ausführliche Erzählung. Sollte die Prinzessin schon damals ihre Erlebnisse aufgezeichnet haben? Das ist nicht glaublich. Denn anderer Gründe zu geschweigen, erwähnt sie in der Erzählung des Jahres 1727<sup>(1)</sup> Umstände, welche sich erst mehrere Jahre später ereigneten, im Jahre 1728 die Thronbesteigung Friedrich Augusts III. in Polen, die im Jahre 1733 erfolgte<sup>(2)</sup>, im Jahre 1729, also zwanzigjährig, spricht sie sogar von ihren Jugendverirrungen, *les égaremens de ma jeunesse*<sup>(3)</sup>, und während sie sich über ihr Buch mehrmals in der Weise äußert, daß man erkennt sie

---

<sup>(1)</sup> S. 97.

<sup>(2)</sup> S. 115.

<sup>(3)</sup> S. 154.



schrieb mehrere Jahre und selbst lange nach den erzählten Begebenheiten<sup>(1)</sup> und beabsichtigt es bis dahin fortzusetzen<sup>(2)</sup>, erwähnt sie doch erst im Jahre 1731<sup>(3)</sup> des Umstandes, daß sie in ihrer Einsamkeit den ganzen Tag gelesen und Bemerkungen über ihre Lecture niedergeschrieben habe. Aber selbst die Erzählung ihrer Vermählung im Jahre 1731 ist noch nicht gleichzeitig da sie sich darin auf spätere Ereignisse bezieht, und die philosophische Ergebung in das Schicksal wozu sie sich bekennt, gehört offenbar einer späteren Zeit an als dem Augenblicke ihrer Heirath<sup>(4)</sup>. In der Geschichte des Jahres 1733 spricht sie von ihrem Vater als schon verstorben, sie kann diese Stelle also erst nach der Mitte des Jahres 1740 geschrieben haben. Auf die Zeit nach der Eroberung Schlesiens führt aber die Äußerung zum Jahre 1731, daß König Friedrich Wilhelm I. durch sein vortreffliches, späterhin wohl bewährtes, Heer die Größe seines Hauses begründet habe<sup>(5)</sup>. Sollten nun diese Stellen nicht eben erst spätere Zusätze, oder Änderungen des ursprünglichen Textes seyn, so würde der Umfang des vor 1740 geschriebenen Theils vorzüglich von der Ächtheit der Stelle zum Jahre 1718 abhängen, worin erzählt wird, Friedrich der Große habe nach seiner Thronbesteigung die Prozeßacten der Frau v. Blaspiel verbrennen und die Dame nach Berlin kommen lassen<sup>(6)</sup>. Da wir den Vortheil haben, das Original selbst zu Rathe zu ziehen, so erhalten wir daraus die Gewißheit, daß allerdings der Zusatz über das Verbrennen der Prozeßacten, von der Markgräfin mit schwärzerer Dinte später nachgetragen ist, dagegen die Erzählung von der Berufung der Blaspiel durch Friedrich II. als König mitten im ursprünglichen Texte steht. Da nun diese Stelle gleich in der Erzählung des Jahres 1718 vorkommt, so kann es nicht zweifelhaft bleiben, daß ungeachtet der Stellen worin von dem König Friedrich Wilhelm I. als lebend gesprochen wird, das Werk erst nach dem Jahre 1740 zu schreiben begonnen worden. Zum Jahre 1736 erwähnt die Verfasserin des Türkenkrieges als Beginn des Verfalls des

---

(1) S. 112 und 121 longtems après.

(2) S. 151 dans la suite de ces mémoires. S. 214 la suite de cet ouvrage.

(3) S. 285. Je lisois tant que le jour duroit, et je faisois des remarques sur mes lectures. Das sind doch wohl schriftliche Bemerkungen.

(4) Mais trêve de réflexions! Ces mémoires ne finiroient jamais si je voulois écrire toutes celles que j'ai faites dans les différentes situations où je me suis trouvée.

(5) S. 309.

(6) S. 39. 40.

Hauses Österreich, und bemerkt weiterhin, daß sie diese Denkwürdigkeiten im Jahre 1744<sup>(1)</sup> in ihrem Cabinet der Hermitage<sup>(2)</sup> bei Bayreuth schreibe; damit stimmt die Randbemerkung zu der Erzählung des Jahres 1730<sup>(3)</sup>, daß die Ausgaben des Kronprinzen in Cüstrin täglich auf 4 Groschen bestimmt seien, argent d'ici 3 bons patz<sup>(4)</sup>; die Fortführung der Erzählung bis zum Jahre 1742, zu der Entdeckung des geheimen Verhältnisses ihres Gemahls des Markgrafen Friedrich zu der Hofdame v. Marwitz macht es höchst wahrscheinlich, daß es diese häuslichen Leiden waren, welche die Markgräfin in der Beschäftigung mit der Geschichte ihrer Vergangenheit zu vergessen wünschte; daß wir mithin die Entstehung der Denkwürdigkeiten in die Jahre 1742 bis 1744 oder 1745 zu setzen haben. Dieser Annahme entspricht auch die wesentliche Einerleiheit der Schrift und deren Ähnlichkeit mit den aus diesem Zeitraume vorhandenen Original-Briefen der Prinzessin.

Wir besitzen mithin in diesen Denkwürdigkeiten nicht eine viele Jahre hindurch den Begebenheiten gleichzeitige Aufzeichnung, sondern ein Buch, welches so gut als ganz auf späteren Erinnerungen beruht, denen nur einzelne Briefe zu Hülfe kamen: Erinnerungen einer scharfsichtigen, geistvollen, durch Lesen Nachdenken und reiche Erfahrung hochgebildeten, wahr und tief-fühlenden, im Herzen wohlwollenden, aber dabei äußerst lebhaften reizbaren und ihren Gefühlen den freiesten Lauf lassenden, ihre Eindrücke in ganzer Stärke der Feder anvertrauenden 34jährigen Dame, einer im Dulden geübten aber in ihrem innersten Leben tiefverwundeten Fürstin, welche keine andere Absicht hat als sich und ihre künftigen Leser zu beschäftigen und zu unterhalten, die also auch kein Bedenken trägt, Sagen und Gerüchte der Höfe, wenn sie nur unterhalten, wiederzugeben; wir hören eine Erzählerin, die in dem Gebiete ihrer Erfahrung, wo ihre Wahrhaftigkeit zu bezweifeln kein Grund ist, in ihrer außerordentlichen Lebhaftigkeit ein Vergrößerungsglas besitzt, wodurch ihr die unangenehmen Dinge leicht in dem grellsten Lichte erscheinen. Wenn sie schreibt<sup>(5)</sup> sie habe im Schlosse zu Berlin nichts zu

---

<sup>(1)</sup> S. 258.

<sup>(2)</sup> S. 255.

<sup>(3)</sup> S. 254.

<sup>(4)</sup> Ein noch späterer Zusatz ist: ou 12 sols et demi de France.

<sup>(5)</sup> I. S. 285.

essen gehabt als eine salzige Wassersuppe und ein Ragout von alten Knochen voll Haare und Unflath, so wird der verständige Leser von selbst auf den Gedanken kommen, daß die Suppe etwa einmal versalzen gewesen, sich wohl nur ein einzelnes Haar in die Speisen verirrt hatte; und demgemäfs auch in andern Darstellungen ein Verkleinerungsglas anwenden, welches die Dinge auf ihr richtiges Maafs zurückführt.

Dieses richtige Maafs aufzufinden ist zunächst die Aufgabe des Geschichtschreibers. Er welcher die Denkwürdigkeiten als Quelle der Geschichte Friedrich Wilhelms I. und Friedrichs II. würdigen will, besitzt in gleichzeitigen Aufzeichnungen anderer Art reiche und wirksame Hülfsmittel um die Glaubwürdigkeit der Erzählung im Einzelnen zu prüfen; er darf aber vielleicht in diesem Falle noch einen andern Weg einzuschlagen versuchen, der wo er gelingt gerade zum Ziele führt. Den Verfasser durch sich selbst zu prüfen und dadurch eine unfehlbare Überzeugung zu gewinnen, wie seine Nachrichten aufzufassen sind, kann bei wenig Büchern so nothwendig scheinen als bei dem vorliegenden, die Mittel dazu sind wie bei keinem andern Werke vorhanden.

Wir besitzen nämlich nicht nur das Original, sondern auch daneben eine nicht geringe Anzahl abschriftlicher Ausfertigungen.

Die Originalhandschrift eines Geschichtschreibers ist wie die Texte des Liudprand, des Richer und Hugo v. Flavigny beweisen, nicht nur dadurch von größtem Werthe, daß sie der Willkür einer theoretischen Verbesserungscritik einen festen Zaum anlegt, sondern weil es ohne sie in manchen Fällen geradezu unmöglich ist, über die Wahrheit einer Auffassung, selbst einer geschichtlichen Thatsache, zu einer Entscheidung zu gelangen; ich erinnere in dieser Beziehung an die Erzählung von der Unterwerfung Heinrichs I. und Sachsens unter den Westfränkischen König Karl, welche seit dem elften Jahrhundert in deutschen Geschichtschreibern auftauchte und erst durch die Auffindung der Originalhandschrift des Richer in der Quelle vernichtet werden konnte. In ähnlicher Weise haben wir die Originalhandschrift der Markgräfin zu schätzen. Sie allein macht es möglich, an manchen Stellen der Verfasserin in ihren Gedanken aufs Genaueste zu folgen, verschiedene Darstellungen desselben Gegenstandes mit einander zu vergleichen, sie der Zeit nach zu unterscheiden, und so Untersuchungen abzuschließen, welche zu

richtiger Würdigung des Buches unerläßlich sind, in Ermangelung eines Originals aber wenn nicht unmöglich wären, doch nicht mit so überzeugender Sicherheit geführt werden könnten. Andererseits reicht das Original allein in diesem Falle nicht aus; ich erwähnte bereits, dafs es zwar vollständiger als die meisten abschriftlichen Ausfertigungen, doch keinesweges ganz erhalten ist; offenbar sind einzelne Blätter oder Blättchen daraus ganz verloren, von andern aber Zeilen oder einzelne Worte durch Alter zerstört oder abgerissen, und es bleibt daher nothwendig auch die Abschriften so weit man deren erreichen kann zu untersuchen: diese Untersuchung führt zu unerwarteten Aufschlüssen.

Um völlig sicher zu gehen, war es nothwendig zunächst das Tübinger Original zu sehen. Ich wandte mich deshalb an den Freiherrn von Cotta, und fand die dankenswertheste Bereitwilligkeit meinen Wunsch zu erfüllen. Die Handschrift besteht aus 46 einzelnen Quartbogen mit 366 Seiten Text, und ist nicht Original sondern Abschrift einer andern, mit der sie Seite für Seite genau verglichen zu seyn scheint, wie die von anderer Hand herrührenden Correcturen mit Bleistift und schwärzerer Dinte und die Unterzeichnung jeder Seite mit den Chiffren *TW* und *P* zeigen. Was letztere bedeutet, ist ungewifs; *TW* sind die Anfangsbuchstaben der Herren Treuttel und Würtz in Strafsburg oder Paris, durch welche der verstorbene Cotta die Handschrift erhielt. Die im Anfange der Tübinger Übersetzung mitgetheilten Stellen anderer Handschriften, finden sich hier unten auf den Seiten, aber von derselben Hand und mit derselben gelbgewordenen Dinte wie die ganze Abschrift. Die Hand des Abschreibers scheint eine deutsche, die des Correctors eine französische zu seyn. Die Correcturen sind nicht nur Verbesserungen unrichtig gelesener Stellen sondern auch Änderungen der Ausdrucksweise und des Styls, also zum Theil willkürlich. — Der Text endigt im Jahre 1733 mit den Worten:

qu'il étoit prêt d'aller à Berlin à l'heure même.

Er weicht, wie man aus der Übersetzung wufste, bedeutend von dem des Originals ab; er kann nicht unmittelbar aus demselben geflossen seyn, sondern weist auf eine Umarbeitung der ersten Hauptmasse hin, welche durch veränderten Anfang, durch bedeutende Auslassungen, Zusätze, abgeänderte

Darstellung und einen andern Schluß auf Eigenthümlichkeit Anspruch macht, aber im Sinne der Markgräfin geschrieben sich als ihr Werk giebt; ich werde sie der Kürze halber mit *A* bezeichnen; mittelst dieser Umarbeitung führt der Tübinger Text auf unser Original zurück. Die bedeutendste Erzählung, welche darin nicht aufgenommen worden, ist die vom Besuch Peters des Großen in Berlin 1718.

Von den sechs Handschriften, welche das hiesige K. Cabinetsarchiv besitzt, waren zwei im Besitz des im Jahre 1805 verstorbenen Generals und Commandanten von Berlin v. Götze, zwei sind aus dem Nachlasse des Staatskanzlers Fürsten Hardenberg, eine aus dem Nachlasse des Königs Friedrich Wilhelm III. Majestät, eine aus dem Nachlasse des Prinzen Heinrich, Oheims Seiner Majestät des Königs, in das Archiv gelangt.

Unter diesen ist die ehemals N. 61 jetzt K. 395 B 2 bezeichnete, 8 Hefte in Folio, mit dem Titel „*Les Mémoires de ma vie*“ und der Bemerkung „*de la princesse de Prusse Frédéric, Sophie, Wilhelmine, qui épousa le Margrave de Bayreuth, ces mémoires sont écrit par elle même*“ von dem Staatskanzler als das Autograph angesehen, aber wie der Augenschein lehrt, ebenfalls nur eine Abschrift; sie hat aber dadurch einen besondern Werth, daß sie Abschrift des ganzen Originalbandes mit Einschluss des Reisetagebuches und zu einer Zeit genommen ist, wo das Original noch weniger als jetzt beschädigt war, und lassen sich daher einige jetzt abgerissene Stellen, welche auch in der Braunschweiger Ausgabe fehlen, daraus herstellen.

Die andere durch den Staatskanzler an das Archiv gekommene und von seiner Hand: Copie des *Mémoires de Mad. la Margrave de Bareith Soeur de Frédéric* 2 bezeichnete Handschrift K. 395 B 1 besteht aus 13 Lagen von je zwei Bogen und einer 14ten, auf deren vierter Seite der Text mit den Worten Friedrichs II. an Grumkow „*de m'abaisser jusqu'à répondre à un coquin comme vous*“ S. 254 des Druckes abbricht. Der Text folgt zum Theil dem Original, zum Theil hat er eine eigene Fassung, so gleich zu Anfang bei der Schilderung des Königs Friedrich Wilhelm I. wo auch statt im Präsens, in der vergangenen Zeit gesprochen wird. Diese Abschrift hängt nicht unmittelbar sondern durch ein Mittelglied *C.* mit dem Original zusammen.

Die erste Handschrift des Generals v. Götze, jetzt K. 395. B. 4 bezeichnet, ist ein auf festem schönem Papier mit besonderer Sorgfalt geschriebener Band von 586 Seiten, in Halbfranz, und Abschrift. Der Text geht etwas weiter als die Ausgabe, und schließt im Jahre 1744 mit den Worten: à laquelle il donnoit sa malediction.

Die zweite Götzesche Handschrift K. 395. B. 5, ein Pappband in Folio, ist gleichfalls Abschrift und rührt von wenigstens zwei mit einander abwechselnden Schreibern her; sie endet wie die vorhergehende.

Die aus dem Nachlasse des Königs Friedrich Wilhelm III. herrührende Handschrift K. 395. B. 6. ist von der Hand des Königs bezeichnet: Mémoires de la Marggrave de Bayreuth depuis 1706—1742, eine Mappe mit 15 Lagen Papier, die mit den Buchstaben *A* bis *P* bezeichnet sind. Der Titel ist: Les Memoires de la vie de Son Altesse Royale Madame la Marggrave de Brandebourg - Bayreuth née Princesse de Prusse écrites par elle même. Depuis l'an 1706 jusqu'à 1742. Sie endet wie die beiden Götzischen, deren zweiter sie am nächsten verwandt ist.

Mit denselben Worten schließt auch die Handschrift des Prinzen Heinrich K. 395. B. 3. ein Quartband von 572 Seiten Text und dem Titel: Les Memoires de la vie de Son Altesse Royale Madame la Margrave de Brandebourg Bayreuth née Princesse de Prusse écrits par Elle même. depuis l'an 1706 jusqu'à 1742.

Wie schon der gleiche Schluß anzeigt, stehen die vier letzterwähnten Exemplare in naher Verbindung; aber die Vermuthung, daß eines derselben in den andern abgeschrieben sey, wird durch nähere Prüfung widerlegt. Denn wäre die erste das Muster der drei letztern, so würden diese nicht statt der falschen Lesart jener „sujets de la Gueldres“ die richtige „sujets de la querelle“ haben, und andererseits zeigt jede der drei übrigen Handschriften Eigenthümlichkeiten, welche eine Ableitung einer derselben aus einer der andern ausschließen. Die Handschrift König Friedrich Wilhelms III. hat zu Anfang Frederic I. gleich dem Original, welche Zahl in Götze 1 und 2 fehlt; dagegen fehlt allein jener die Stelle I. S. 166 Cette princesse bis sentiment (5 Zeilen). Es bleibt also nur die Möglichkeit übrig, daß alle vier aus einer gemeinschaftlichen Quelle *B* stammen, welche zwar nicht das

vorliegende Original selbst, wohl aber eine nach demselben veranstaltete eigene Fassung gewesen seyn muß.

Wir sind also zu der nothwendigen Annahme gelangt, daß aus dem vor uns liegenden Originale zu der Zeit als es noch vollständig war, drei davon mehr oder weniger abweichende Umarbeitungen hervorgingen, von denen die sieben bekannten uns gleichfalls vorliegenden Handschriften mit Ausnahme der vollständigen Hardenbergschen, welche Abschrift des Originals ist, abstammen; es fragt sich nun, ob diese drei Umarbeitungen von der Prinzessin selbst oder von andern Verfassern herrühren?

Wenn man sich vergegenwärtigt, daß diese drei Umarbeitungen, *A, B, C*, in einer bedeutenden Zahl Stellen sowohl von einander als von dem unbestrittenen Original abweichen, daß derselbe Vorgang mit Änderung, Hinzufügung oder Hinweglassung der Umstände mehrfach verschieden erzählt, daß selbst einmal der Text eines und desselben Briefes abweichend gegeben wird; erwägt man ferner, daß umfangreiche Einschaltungen, welche dem Original fremd sind, doch zunächst auf eine spätere, eine fremde Hand schliessen lassen, so wird man auch nicht durch die Betrachtung beirrt werden, daß doch in allen diesen Bearbeitungen und auch in den Theilen, welche dem Original fehlen, unstreitig der Geist, die Denkungsart, die Auffassung und Darstellungsweise der Prinzessin hervortreten: denn man mag sich mit Recht darauf berufen, daß es den jahrelangen vertrauten Umgebungen der Markgräfin nicht schwer gewesen seyn kann, die Erzählungen, welche sie so oft aus ihrem Munde gehört, auf ihre Weise zu Papier zu bringen und dadurch jeder der verschiedenen Abschriften des Buches eigenthümliche Vorzüge zu geben. Und man darf selbst nicht um einen Namen verlegen seyn, der allen Forderungen genüge, welche an den Verfasser solcher Umarbeitungen gemacht werden müssen. Wer anders als Superville hätte Fähigkeit und Gelegenheit dazu gehabt, Superville, dem die Markgräfin die Original-Handschrift hinterlassen, der sich also in deren Besitz vom Jahre 1759 bis zu seinem eigenen Ableben befunden, und welcher es mit Zusätzen versehen und sprachlich und orthographisch verbessert hat?

Daniel v. Superville zu Rotterdam 1696 von französischen Refugies geboren, hatte seine erste Bildung auf holländischen Schulen erlangt,

(<sup>1</sup>) I. S. 300 der Ausgabe; S. 230—232 des Cottaschen Manuscriptes und S. 211—213 der Tübinger Übersetzung.

Rechte und Arzneiwissenschaft studirt, und nach seiner Promotion zu Leyden 1718 mehrere europäische Länder bereist. Seine ausgebreitete Gelehrsamkeit und sein Ruf als Naturforscher und Anatom bewirkten 1722 seine Ernennung zum Professor der Anatomie und Chirurgie am Gymnasio zu Stettin, wo er unentgeltliche Vorlesungen hielt; sein ärztliches Verdienst verschaffte ihn die Ernennung zum Hofmedicus und erstem Arzte in Pommern. Er heilte den König Friedrich Wilhelm I. von der Wassersucht, ward Mitglied der K. Societät der Wissenschaften zu Berlin, deren Archiv jedoch eben so wenig eine Spur seiner Verbindung mit ihr besitzt als die K. Bibliothek irgend eine seiner selbständig herausgekommenen medicinischen Schriften, und sah sich von dem Kronprinzen sehr ausgezeichnet ohne dadurch geblendet zu werden. Er gehörte zu Friedrichs Gesellschaft, und ward von ihm 1738 der schwer erkrankten Markgräfin als Arzt empfohlen. Seine Geschicklichkeit half ihr, seine Persönlichkeit zog sie und ihren Gemahl an. „Er hat,” bemerkt die Prinzessin, „unendlich viel Geist, eine erstaunenswürdige Belesenheit, und man kann ihn als ein großes Genie ansehen; seine Unterhaltung ist leicht und angenehm, er versteht sich gleich gut auf Ernst und Scherz, aber sein gebieterischer und eifersüchtiger Sinn verdunkelt diese Eigenschaften und Talente und wirft den Schein des Lächerlichen auf ihn, wovon er sich schwer erholen wird<sup>(1)</sup>.” Sein Ehrgeiz, so groß er war, ging indessen nicht wie bei kleinen Charakteren auf Verhindern des Guten was nicht er entworfen hatte, sondern er suchte seinen Ruhm im Durchführen und Behaupten wohlthätiger und bedeutender Schöpfungen. Nicht berechnende Ränke, sondern hochfahrendes Durchgreifen wurde ihm zum Vorwurf gemacht. Seine Erscheinung gab dem Hofe eine wissenschaftliche Richtung; 1739 ließ er sich als Leibarzt ganz in Bayreuth nieder, ward Geheimrath, Bergwerksdirector, Aufseher des Bayreuther Gymnasiums. Um den Wissenschaften eine feste Stellung im Lande zu geben, bewog er den Markgrafen zur Stiftung einer Universität; sie trat durch seine rastlose einsichtige Thätigkeit ins Leben, 1742 in Bayreuth, schließlich 1743 in Erlangen; er ward ihr erster Director, suchte ihr die besten Lehrer zu erwerben, deren Wohlsyn er aufs Lebhafteste beförderte, und schenkte der Universität seine eigene ausgesuchte Bibliothek. Dieser Erfolg wurde ihm nie vergeben. Ein heftiger

---

(<sup>1</sup>) I. S. 274. 275.



Kampf entspann sich mit der Geistlichkeit und den Landescollegien, die er aus ihrem alltäglichen Gleise aufgerüttelt, und deren Geschäfte er durchkreuzt hatte. Sie ärgerten sich, daß ein Gedanke, der nicht in ihren Acten entsprungen war, allen Widersprüchen zum Trotz zur Ausführung gelangte; die Theologen haßten in ihm den Reformirten; und nach einem heftigen Kampfe vom Markgrafen aufgegeben, legte er 1748 die Leitung der Anstalt nieder und verließ Bayreuth. Die Universität Erlangen hat bei der Feier ihres hundertjährigen Bestehens 1843 einen Brief veröffentlicht, worin er bei dem Abschiede von seiner Stiftung seine Liebe zu ihr und seine aufopfernde Sorge für die dort vereinigten Lehrer mit Wärme ausspricht<sup>(1)</sup>. Nach dem Museum Mazzuchellianum soll sich seiner Friedrich der Große bei Einrichtung der K. Bibliothek und Leitung der K. Akademie vorzüglich bedient haben<sup>(2)</sup>; aber weder die eine noch die andere Anstalt besitzt dafür Beweise. Bald<sup>(3)</sup> berief ihn der Herzog Karl von Braunschweig in seinen Dienst. Diesem gab er den Gedanken zur Gründung eines Museums, und leitete die Ausführung und Bereicherung der Anstalt: der Herzog stellte in der schönen Anstalt Superville's Bild neben Leibniz und Linné auf.

Bei herannahendem Alter gebrechlich, gelähmt, wie er dem Herzog Karl bei der Bitte um eine Flasche 1684er Rheinwein schreibt<sup>(4)</sup>, erhielt er

(<sup>1</sup>) Die Universität Erlangen von 1743 bis 1843 (von Dr. Engelhardt) S. 14.

(<sup>2</sup>) T. II. p. 394. wo als Quelle das *Giornale Letterario scritto in Francese* P. XIII. p. 197 sqq. angeführt wird. „In ordinanda Bibliotheca et in Regia Berolinensi Academia dirigenda“ Fol. CXCVIII ist die auf ihn geschlagene Medaille abgebildet. Außer ihr auch sein Bild in der *Historia Academiae Fridericianae Erlangensis*. 1744. fol.

(<sup>3</sup>) Im December 1750 war er schon in Braunschweig, und in des Herzogs Dienst, wie ein durch Herrn Oberappellationsrath Hettling gütigst mitgetheilter Brief Supervilles an den Herzog vom 19. Decbr. 1750 beweist. Er genoss ein Gehalt von 666  $\frac{2}{3}$  Thaler, hatte Schreiben für den Herzog zu entwerfen und sonstige vertraute Geschäfte zu besorgen.

(<sup>4</sup>) Im Herzoglichen Landesarchiv zu Wofenbüttel wird dieses Schreiben aufbewahrt:

Monseigneur

Un pauvre Job perclus, gisant sur son grabat,  
Du Vier und achtziger tres humblement demande  
Une seule bouteille, et pas même trop grande,  
Pour voir en la buvant, si dans son triste état,  
Par ce Nectar du Rhin, son mal pas ne s'amande.  
de Superville.

sich fortwährend in der Beschäftigung mit den Wissenschaften. Im J. 1762 gab er zu Amsterdam seine letzte Schrift heraus: *Culture de l'esprit ou direction pour faciliter l'acquisition des connaissances utiles*, traduit de l'Anglais (von Watts), wovon 1782 zu Lausanne eine nouvelle édition retouchée avantageusement wieder gedruckt wurde<sup>(1)</sup>. Er starb im Jahre 1776.

Dafs ein solcher Mann völlig befähigt gewesen wäre, in seiner wissenschaftlichen Zurückgezogenheit die ihm anvertrauten Denkwürdigkeiten seiner fürstlichen Freundin in Bearbeitungen, wie sie vorliegen, durch Beseitigung und Milderung besonders anstößiger Stellen und Urtheile, einzelnen hochgestellten Zeitgenossen genießbar zu machen und damit auch die Erfüllung des Wunsches der Prinzessin, gelesen zu werden, möglichst zu beschleunigen, leidet keinen Zweifel; und auch der Geschichtschreiber würde sich bei dieser Annahme beruhigen können, wenn sie nämlich begründet wäre. Aber dieses ist nicht nur keinesweges der Fall, sondern es läßt sich auch durch Prüfung der verschiedenen Abfassungen die wahre Geschichte ihrer Entstehung überzeugend nachweisen.

Die Markgräfin selbst fand in fortwährender Beschäftigung mit ihrem Buche Unterhaltung und Ruhe; wir sehen aus dem Original, wie sie unverdrossen bemüht gewesen ist, dem was sie geschrieben hatte durch Verbesserung und Umarbeitung eine ihr selbst und den künftigen Lesern genügende Form zu geben; wir sehen im Original nicht nur zahllose einzelne Stellen

---

(<sup>1</sup>) Meusels Angabe, dafs er von 1748 bis 1768 als Brandenburg-Bayreuthscher Gesandter im Haag gelebt habe, wird schon durch das Obige widerlegt. In den unter Aufsicht der K. Akademie herausgegebenen Berliner Kalendern wird Superville von 1733 bis 1776 mit folgenden Abwechselungen in der Titulatur aufgeführt:

1733. Abwesendes Mitglied der K. Societät der Wissenschaften Daniel de Superville D. M. Hofrath und Hof- auch Medicus bei der Französischen Colonie zu Stettin, Prof. Med. bei dem Gymnasio daselbst und adjungirter Stadtphysicus.

1739. — — Markgräfl. Bayreuthscher Geheimer Rath und Leibmedicus zu Bayreuth.

1751. — — Geheimder Rath und Leibmedicus zu Braunschweig.

1760. — — Geheimer Rath und Bayreuthscher Leibmedicus wohnt zu Braunschweig.

1776. — — Ebenso. — — — — —

im Kalender für 1777 ist er ausgelassen, war also im vorhergehenden Jahre gestorben.

durchstrichen, sondern ganze Blätter verworfen und durch einen neuen Text ersetzt; und selbst die drittehalb ersten Bogen der ungedruckten dritten Masse enthalten solche Umarbeitungen, welche die Verfasserin vom Druck auszuschließen wünschte. Es liegt also der Gedanke nahe, daß die Markgräfin selbst die drei Umarbeitungen *A*, *B*, *C* verfaßt haben möge. Der Beweis dafür wird geführt seyn, falls es zu zeigen gelingt, daß die Umarbeitungen geschrieben waren noch ehe das Original durch die Hand der Markgräfin seine letzte Vollendung erhalten hatte.

Es genügt in dieser Beziehung auf einige entscheidende Stellen hinzuweisen.

Theil I. S. 24 der Braunschweiger Ausgabe spricht die Markgräfin von dem Verhältniß der Freundin ihrer Mutter Frau v. Blaspiel zu deren Manne „*Bien des gens prétendoient même qu'elle avoit vécu avec lui comme l'imperatrice Pulcherie avec l'empereur Marcien. A und B lesen statt dessen comme l'imperatrice Placidie avec l'empereur Constance.* Im Original sehen wir, daß die Markgräfin dieses Letztere geschrieben, in späterer Zeit aber verbessert und dafür richtig Pulcherie und Marcien gesetzt hat; mithin sind *A* und *B* vor dem Eintritt dieser Verbesserung aus dem Original entnommen. Das Original bemerkt von der Blaspiel: *Cette dame pouvoit passer pour une beauté, A und B haben das anders gefaßt: Cette dame étoit belle comme un ange A, comme les anges B.*

I. S. 129. Die ganze Stelle *Le roi étoit obsédé* bis S. 130. Z. 8 v. u. à ce petit calme fehlt in *A*, zwei Handschriften *B* haben sie, die dritte Handschrift *B* nebst *C* lassen sie nebst den meisten den Herzog von Weissenfels betreffenden Stellen aus. Im Original steht sie von Superville's Hand auf einem eingeklebten Blatte, welches drei durchstrichene Zeilen der Markgräfin ersetzt.

I. S. 166. *Cette princesse* u. s. w. die Erwiderung der Königin an Grumkow ist im Original zuerst indirect, dagegen auf einem Blatte direct gegeben. Die ältere Form trifft mit *A*, die jüngere mit *B* und *C* überein.

I. S. 159 die Schilderung Katt's; im Original findet sich eine erste, und auf einem Zettel eine veränderte Fassung; jene liegt *A*, diese *B* und *C* zum Grunde.

I. S. 180. Der Besuch des Königs bei der Königin *Le roy vint nous surprendre etc. bis Prince de Bareith.* Neben dem ursprünglichen Texte findet sich ein abgekürzter worin das Lachen des Königs ausgelassen ist; *A* gründet sich auf den älteren, *B* und *C* auf den jüngeren Text.

II. S. 305 ff. zur Geschichte des Jahres 1741. Im Original finden sich zwei längere Darstellungen, *B* folgt der ältern derselben; ist also entstanden ehe die Markgräfin ihre zweite Fassung geschrieben hatte. Hieraus ergibt sich zugleich, daß auch das Blatt von *Superville's* Hand entweder vor der zweiten Fassung dieser Stelle geschrieben ist oder, wahrscheinlicher, ein gleiches von der Markgräfin geschriebenes schadhaf gewordenes Blatt ersetzt.

Wir haben also auch die Abfassungen *A, B, C* als Arbeiten der Markgräfin anzusehen; *A* wurde zuerst geschrieben, *B* gleichfalls noch vor dem völligen Abschluß des Originals, *C* nachdem die Stelle von der *Pulcheria* und *Marcian* bereits verbessert war. Die Beschäftigung mit diesen Umarbeitungen erklärt es, weshalb die Verfasserin ihren Plan die Denkwürdigkeiten weiter herab zu führen nicht ins Werk gesetzt hat; ihre neuesten Erlebnisse schmerzten zu tief; sie zog die Beschäftigung mit den ältern vor, und versuchte sich in deren verschiedener Darstellung.

Erst die Italienische Reise gab einen neuen Anstofs, sie schrieb ihr Tagebuch. Da dieses von Seiten der Darstellung den Denkwürdigkeiten nicht an die Seite gesetzt werden kann, so verlangte sie damals, daß es ungedruckt bliebe.

Einer neuen Ausgabe sollte es jedoch billig hinzugefügt werden. Diese könnte mit den vorhandenen Mitteln nicht nur im Einzelnen berichtigt, sondern durch die jetzt im Original verlorenen Stellen ergänzt und aus den verschiedenen Fassungen bereichert werden. Es wäre dabei vor Allem auf Zurückweisung der willkürlichen *Correcturen* in *A, B* und *C* zu achten, und im Original vier Hände zu unterscheiden: die der Markgräfin aus verschiedenen Zeiten, eine kleinere Schrift, wie sich aus dem auf meine Bitte aus *Wolfenhüttel* durch Herrn *Oberappellationsrath Hettling* mitgetheilten Originalbriefe ergibt, *Superville's*, welcher den Styl geändert und die Rechtschreibung gebessert hat, eine dritte noch kleinere Schrift mit schwarzer

Dinte, ohne Zweifel die des Herausgebers im Jahre 1810, welche den Text für den Druck zurichtet <sup>(1)</sup> und viertens Seitenbemerkungen über das was beim Druck auszulassen sey.

Ob aber auch eine vollkommene Ausgabe demnächst zu Stande komme, das Original wird dadurch nicht in seinem Werthe beeinträchtigt, sondern unter den Handschriften-Schätzen der Königlichen Bibliothek stets eine ausgezeichnete Stelle einnehmen.

---

(1) So auf der dritten Seite über der Ziffer 2 deux setzt.





au Maréchal

1717 3

Borhart pour lui faire savoir l'inquiétude où elle se  
 trouvoit, et pour le conjurer de lui remettre le Testament  
 du Roy. Le Chapelain lui détailla le <sup>danger que courroit</sup> ~~projet qu'on avoit fait~~  
<sup>de la Princesse</sup> ~~La Reine de son~~ <sup>a lui faire</sup> ~~trouver cette pièce, et s'acquiesça si bien~~ <sup>desirs de la</sup>  
~~de la Commission qu'il l'engagea le Maréchal à se prêter~~ <sup>à lui rem</sup>  
~~aux desirs de cette Princesse. Le Testament eut cours de~~ <sup>Testamen</sup>  
~~tant de troubles lui fait enfin renvoyer au grand regret~~ <sup>de tant de</sup>  
~~de Groumises qui estoit bien flahi d'en faire son~~ <sup>ce qui de</sup>  
~~profit. L'on ne trouva rien de contraire dans les~~ <sup>parties de</sup>  
~~papiers de cette Princesse et qui fut sans que les papiers fussent~~ <sup>de on effa</sup>  
~~en respectant la~~ <sup>d'ultérieur</sup>  
~~resta.~~ <sup>écrites.</sup>  
 J'ai appris toutes les particularités que je viens  
 d'écrire de la Reine ma mère, elle ne s'est connue que de très  
 peu de gens la Reine ayant pris le soin de son de la Ca  
 cher. <sup>de mon</sup>  
 et de Blaspi fut Margie au bout d'un an <sup>puis son ar</sup>  
 prison fut changée dans un exil au Pais de Cleve. Le Roy <sup>a la Couron</sup>  
 La Reine quelques années après, <sup>Bruller fu</sup>  
 lui fit beaucoup de Poli- <sup>actes de</sup>  
 teses et lui pardonna le passé. <sup>de la</sup>  
 La mort de ce Prince

2. Superville an den Herzog Karl.

J'ai reçu hier au soir l'ordre gracieux de Votre Altesse Sérénissime,  
 d'y ai l'honneur de lui envoyer ci joint un brouillon, je m'en  
 flatte pas, qu'il soit tout à fait au gré de Votre Altesse Sérénissime,  
 mais j'en suis toujours très heureux. Elle daigne me donner souvent  
 occasion de lui témoigner l'ardeur de mon zèle. J'ai l'honneur  
 d'être avec le plus profond respect

Monsieur

De Votre Altesse Sérénissime

Bonnin à 10<sup>e</sup> Mai

P. S. ...





Bonhart pour lui faire sçavoir <sup>au Marcehab</sup> l'inquietude ou elle se  
trouvoit, et pour le conjurer de lui remettre le Testament  
du Roy. Le Chapelain lui detailla le <sup>manuscrit</sup> ~~portail~~ <sup>que couvroit</sup> ~~qu'il en couvroit~~  
<sup>la Princesse</sup> ~~la Princesse~~ si on trouvoit cette piece, et s'acquiesça si bien  
de la Commission qu'il l'engaga le ~~Marcehab~~ <sup>a lui faire aux</sup> ~~a ce propos~~ <sup>desirs de la Reine</sup>  
aussi de verser de cette Princesse. Le Testament ~~causa de~~ <sup>a lui remettre ce</sup>  
tant de troubles lui fut enfin remis au grand regret ~~de tant de troubles~~ <sup>Testament cause</sup>  
de Grommont qui estoit bien flahi ~~de son faire~~ <sup>ce qui derangea</sup> ~~la Princesse~~ <sup>port les desirs de</sup>  
profit. L'on ne trouva rien de ~~contredisant~~ <sup>suspect</sup> ~~partir les~~ <sup>que les papiers lui des</sup>  
papiers de femme Blaspi et ~~qui fut sans~~ <sup>en respectant la</sup> ~~que son frere en~~  
~~resta sa~~. J'ai appris toutes les particularités <sup>que je viens</sup>  
d'ecrire de La Reine ma mere, elle ne sont connues que de très  
peu de gens La Reine ayant pris le eau coup de soin de les ~~ca~~ <sup>Le mon frere de</sup>  
cher. femme de Blaspi fut Elargie au bout d'un an ~~sa~~ <sup>puis son avènement</sup>  
prison fut changée dans un exil au Pais de Cleves. Le Roy ~~Pruller~~ <sup>a la Couronne a</sup>  
la Reine quelques années après, ~~lui fit~~ <sup>actes de son</sup> ~~beaucoup de Poli-~~  
tes et lui pardonna le passé. ~~Après la mort de ce Prince~~

2. Superville an den Herzog Karl.

J'ai reçu hier au soir l'ordre gracieux de Votre Altesse Serenissime,  
d'y ai l'honneur de lui envoir ci joint un brouillon, je ne me  
flatte pas, qu'il soit tout a fait au gré de Votre Altesse Serenissime,  
mais je l'aurai toujours très heureux si Elle daigne me donner souvent  
occasion de lui témoigner l'ardeur de mon zèle. J'ai l'honneur  
d'être avec le plus profond respect

Monsieur

De Votre Altesse Serenissime

Bonnin a 70<sup>e</sup> Mai  
1751

Le tres humble et fidele  
Vostre Louis Perceval



Handschrift A.

mis son adver-  
saire à deux  
doigts de sa  
perte, mais  
il s'affermir  
bientôt plus  
que jamais  
et l'accusa  
trice

dérouter et embarrasser. les criminels qui pas-  
soient par ses mains. M<sup>de</sup> de Blaspiel fut la  
victime de son adresse: plusieurs questions cap-  
tieuses, des tours artificieux qu'il donna à ses  
réponses, la déroutèrent. Elle avoit eu l'impru-  
dence de ne se pas fournir de pièces suffisan-  
tes pour prouver ses accusations. Elle avoit  
~~fait branler la tête de sa partie, mais par a-~~  
~~près plus rassurée que jamais elle fut la victime~~  
de sa fidélité. Naterx proposa de lui faire donner  
la question, pour arracher une pleine conviction de

Handschriften B. a. K. 395. B. 4.

Celui-ci, qui se tout-tenus avoit été tendrement aimé du  
Prince Royal, s'étoit fort flatté que son choix tomberoit

b. K. 395. B. 5.

Grumfow voulut commencer à brouiller les cartes en per-  
suadant ~~Durant~~ au Roi que la Reine se lui avoit demandé ces boules

c. K. 395. B. 6.

Frédéric Guillaume Roi de Prusse, alors <sup>épousa</sup> l'année 1706.  
Prince de Prusse (l'année 1706 Sophie Doro-  
thée d'Hannovre. Le Roi Frédéric I son

d. K. 395. B. 3.

Frédéric Guillaume Roi de Prusse, alors Prince  
de Prusse épousa l'année 1706. Sophie Dorothee d'Hannovre.  
Le Roi Frédéric I., son père, lui avait donné à choisir

Handschrift C. K. 395. B. 1.

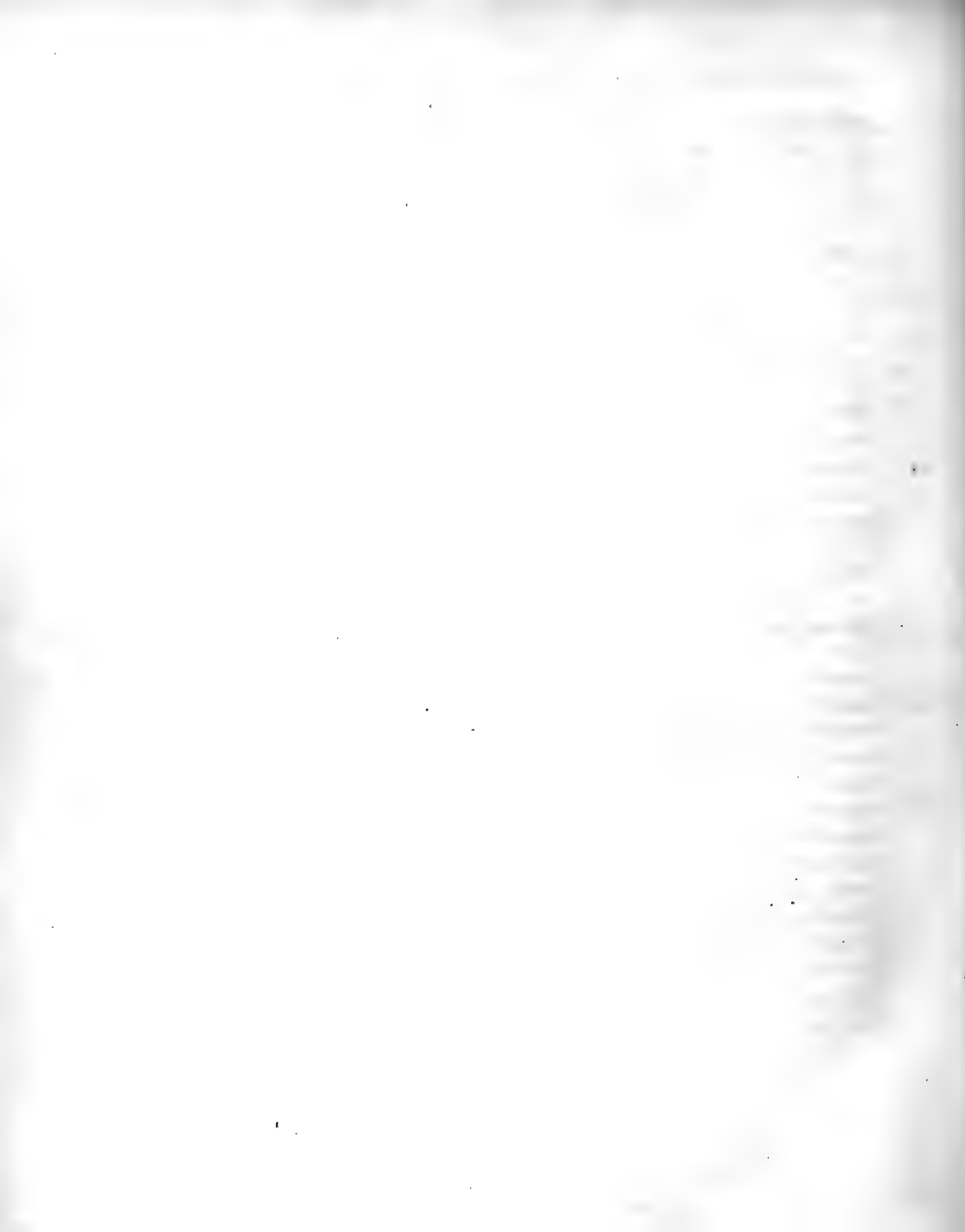
L'année 1706 le Prince royal de Prusse épousa la Prin-  
cesse d'Hannovre. Le Roi Frédéric I. lui avoit laissé le  
choix entre trois Princesses, savoir: la sœur de Charles XII.

L'an.  
1706.

Hardenbergsche Handschrift. N° 61.

Frédéric Guillaume Roi de Prusse, alors  
Prince Royal épousa en 1706. Sophie  
Dorothee d'Hannovre Le Roi Frédéric I.

1706  
mm



# Handschriftengemälde und andere bildliche Denkmale der Deutschen Liederdichter des 12-14. Jahrhunderts.

Von  
H<sup>rn</sup>. VON DER HAGEN.

[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 24. Oktober 1850.]

Seit den Mittheilungen über diesen Gegenstand in den Jahren 1842 und 1844 hat sich in diesem Gebiete mancherlei Wichtiges ergeben. Bekannte Denkmäler sind näher erforscht, vollständiger und genauer abgebildet, und verborgene Denkmäler sind zum Vorschein gekommen. Das Folgende hievon ist meist noch unbekannt.

## I.

Zuvörderst die Manefsische Sammlung, die reichste und prächtigste Altdeutsche Bilderhandschrift, deren bedauerliches Zurückbleiben in Paris hier nochmals zur Sprache gekommen ist, <sup>(1)</sup> hat, außer den von mir der Schwanensage 1846 und dem Mittelgriechischen Gedicht von der Tafelrunde 1848 beigegebenen Abbildungen, als Vorarbeiten der Gesamtausgabe derselben, mit Erläuterungen, zum Teil eine glänzende Erneuerung erfahren, in einem Facsimile sowol der Schrift als der Bilder. Herr B. K. Mathieu aus Koblenz, schon 15 Jahre in Paris, und rühmlich bekannt als die eigentlich ausführende Hand des großartigsten und kostbarsten Handschriftenbilder-Werkes, des Grafen Bastard, welches mit freigebiger Unterstützung Ludwig Philipps und Teilnahme anderer Fürsten ausgeführt, doch nur wenige von diesen in seiner ganzen Ausführung (bis zur Unterbrechung durch die Februar-Revolution) besitzen, namentlich nur unser König, mit dem Russischen Kaiser und dem König der Niederlande, — diese geschickte Hand vollbrachte daneben auch ein solches Facsimile der zehn ersten Minnesinger,

<sup>(1)</sup> Monatsbericht 1845, April. Vgl. Neues Jahrbuch der Berliner Deutschen Gesellschaft oder Germania Bd. VII (1846), S. 316.

Kaiser, Könige, Herzöge, Fürsten, für unsern König, auf welchen darunter Markgraf Otto mit dem Pfeile, der Herzog von Anhalt, und Graf Rudolf von Neuenburg nahe Beziehung haben; es ist die getreueste und zierlichste Nachbildung durch Farbenglanz, Gold und Silber (welches in den Urbildern schwarz geworden), mit einer altertümlich-kunstreich und sinnvoll ausgeführten Zueignung, und äußere reiche Ausstattung: ein Werk, welches der König huldreich aufgenommen und königlich belohnt hat.

Zur Vervielfältigung dieses Kunstwerkes dient auf Steindruck leichter gefärbte Abbildung, von welcher ich hier das erste Bild, Kaiser Heinrich VI mit dem Blatte seiner Lieder, und dem vorstehenden Verzeichnisse aller 140 Dichter dieser Sammlung, vorlege. Es ist solches der Vorläufer einer vollständigen besondern Ausgabe dieser Gemälde, zu welcher ich mich mit Herrn Mathieu verbunden habe und die nötigen Erläuterungen dazu liefern werde. Zunächst werden eben die zehn ersten, fürstlichen Minnesinger erscheinen, mit den dazu auch schon vorhandenen Steindrücken ihrer Lieder-Blätter. Und zum weitem Beweise der trefflichen Arbeit des Zeichners dienen die übrigen neun Gemälde in den richtig verstandenen, scharfbestimmten und zarten Umrissen, welche hier ebenfalls vorliegen. Nur vorläufig zum Gebrauche für die Erläuterungen bestimmt, deshalb nur leicht gefärbt, zeigt ihre Vergleichung mit einigen früheren Abbildungen aus dieser Reihe durchgängige Vorzüge.

Den Hohenstaufischen König Konrad den Jungen, nach Italienischer Weise gemeinlich Konradin genannt, hat schon vor 1817 Ch. M. Engelhard in Straßburg, der verdiente Herausgeber der Gemälde des zwölften Jahrhunderts zum Lustgarten (*hortus deliciarum*) der Äbtissin Herrad von Landsberg, und der jüngern Bilderhandschrift des Rittergedichtes vom Staufenberger und der Meerfey, nebst einigen anderen Blättern der Manesfischen Handschrift, in Steindruck vervielfältigt, aber noch nicht herausgegeben, sondern mir nur freundschaftlich mitgeteilt: die Vergleichung beider Abbildungen kann nur zum Vorteile der neuen Abbildung, sowie des alten Urbildes, ausfallen, in Hinsicht der Menschen- und Thiergestalten; und kleine Ungenauigkeiten, selbst am Kreuze des Wappenschildes, werden in unserm Abbilde berichtigt.

Eine minder nachtheilige Vergleichung gewähren die von mir früher hier bekannt gemachten Bilder, des Königs Wenzel von Böhme, der

Markgrafen Otto von Brandenburg und Heinrich von Meissen, des Herzogs Heinrich von Breslau, welche sich zur beliebigen Vergleichung darbieten. <sup>(1)</sup>

Das Manefsische Bild des Kaisers Heinrich läßt sich nunmehr auch mit dem Bilde der ältern Weingarter Handschrift vergleichen, welche in den Schriften des litterarischen Vereins, zwar wieder als Seltenheit, nur für die Mitglieder, gedruckt ist durch den Bibliothekar F. Pfeiffer zu Stuttgart 1843, mit den 25 Bildern, in etwas harten, bunten Holzschnitten. Auch dieses Bild, wie die beiden, zu Heinrich von Veldeke und Albrecht von Johansdorf, in meinen Abbildungen, <sup>(2)</sup> weisen auf noch älteres gemeinsames Vorbild, durch Übereinstimmung der Bekleidung, Gebärde, Stellung und Einzelheiten, wie Krone, Scepter, Liederrolle, und beider Haltung. Im Manefsischen Bilde ist jedoch alles freier, ausgebildeter, reicher. Eine auffallende Abweichung ist das unbärtige blondlockige Gesicht des ältern Gemäldes, welches so mehr den Minnesinger vorstellt. Dagegen hat das jüngere Gemälde überhaupt mehr den Kaiser hervorgehoben, und dem zwar auch jugendlichen Antlitze durch den rötlichen Bart (des Barbarossa-Sohns), zu dunklen Augen und Locken, mehr Würde erteilt, und diese auch durch den Thron und das Reichswappen auf Schild und gekröntem Helm erhöht. Dazu gehört auch das für den ritterlichen Kaiser bedeutsame Ritterschwert, welches er durch den Ritterschlag auf dem Rheinfelde bei Mainz 1184 empfing. Es ist mit dem Gurte umwunden: wie es der Landgraf Hermann von Thüringen als Richter im Sängerstreit auf Wartburg in der Hand hält. <sup>(3)</sup> Dieser einfache Gurt, an einem Ende gespalten, am andern mit zwei Löchern zum Durchziehen der beiden Riemen, ist das *cingulum militare*, dessen Umgürtung den gesamten Ritterstand, vom Kaiser bis zum fahrenden Ritter und Abenteurer, mit einander verband, und alle, als Ritter, gleich machte; sowie die Liederrolle als allgemeines Dichterband erscheint. Man erwartet diese Zeichen auch um so eher in dem Weingarter Bilde, als sie dort sonst wol am Rande nachgeholt sind, wie auf dem erwähnten Bilde Johansdorfs. Die Farben des schwarzen Adlers mit roten Fängen und Schnabel im Goldfelde, geben hier die urkundliche Bewährung

<sup>(1)</sup> 1842, Taf. III; 1844, Taf. IV; 1846, Taf. V; 1847, Taf. I.

<sup>(2)</sup> 1844, Taf. I. IV. V.

<sup>(3)</sup> Taf. I.

des jetzt erneuten schwarz-rot-goldenen Deutschen Reichswappens; für dessen natürlich einköpfigen Adel-Aar leider selbst die Frankfurter Verfasser das spätere zweiköpfige und zweizüngige Ungeheuer als Reichswappen vergriffen haben, zur übeln Vorbedeutung der von ihnen erstrebten und erwünschten Einheit des Deutschen Reiches. —

Von den übrigen der zehn ersten Manefsischen Gemälde sind nun noch drei zu bemerken:

1) Der Herzog (Heinrich I) von Anhalt (Nr. 8), mit zwei Gefährten angesichts der Frauen an den Zinnen, im sieghaften Schwertkampf mit drei anderen Rittern, die häuptlings vom Rosse gezogen werden. Die zum Teil abgefallenen Helme, Wappenröcke und Rossdecken sind ohne Zweifel von bestimmter Beziehung, wie der Pfauenhelmschmuck des Herzogs, und auf seinem Wappenrocke der Anhaltische Adler: nur, auffallend, umgekehrt, im roten Feld ein weißer Adler; dagegen der Markgraf Otto von Brandenburg, desselben Stammes, unsern roten Adler im Silberfelde führt. Die Ritter sind sämtlich ohne Schild und Lanze: wie man im Buhurd scharenweise gegen einander rannte, und es darauf ankam, dem Gegner den Helm abzustossen und ihn vom Rosse zu reißen, oder ihn mit dem Rosse, oder das ledige Ross wegzuziehen, zum Gewinne, für Lösegeld.

2) Das Bild des Herzogs Johans von Brabant (Nr. 9) zeigt dagegen einen blutigen Streit, mit Schild, Schwert und Speer unter dem siegenden Löwenbanner des voranfechtenden Herzogs, von dessen Helm ein goldener Drache Feuer speit; sowie auf dem Helme des Bannerführers hinter ihm ein grüner Hunds- oder Wolfskopf den Rachen aufsperrt. Ohne Zweifel meint dieses Bild die Schlacht von Woeringen, am 5. Juni 1288, welche, eine der blutigsten und wichtigsten für das gesamte nordwestliche Deutschland, dem gleichzeitigen Jan von Helu Stoff zu einem großen Heldengedichte gab, das nunmehr auch durch den 1846 verstorbenen J. F. Willems zu Brüssel vollständig herausgegeben und erläutert ist, 1836. Der Herzog, der hier den schon in seinem Banner neben dem Brabanter goldenen Löwen prangenden Limburgischen roten Löwen entschieden gewann, sticht, in dem etwas verwickelten Kampf, einen auf der Flucht sich wendenden Ritter in den zum Hiebe gegen ihn ausholenden Arm. — Nicht allein ritterlicher Fürst, sondern zugleich Deutscher, sowie Niederländischer Minnesinger, ist der Brabanter Herzog auch von Deutschen gleichzeitigen Dichtern gepriesen, namentlich



von Ottokar, der in der Österreichischen Reimkronik auch die Schlacht von Woeringen besingt, und von einem Ungenannten, der seinem Tod beklagt, in einem allegorischen Gedichte, welches ich aus der einzigen Würzburger Handschrift 1839 bekannt gemacht habe. <sup>(1)</sup>

3) Graf Rudolf von Neuenburg (Nr. 10), wird auch Graf von Fenis, und kurzweg der Venis genannt, von einem alten Stammhause zwischen dem Neuenburger und Bieler See. Er kann nicht der gemeinlich, und anfangs auch von mir, angenommene Rudolf IV, von 1286 bis 1342, sein: das höhere Alter bekunden andere Zeugnisse (namentlich Marners) und Beziehungen, die Art und Weise seiner Lieder selbst, und vornämlich die bisher einzig nachgewiesene Übertragung des Minnegesanges aus der Provenzalischen Dichtung. Die letzte ward durch den scheußlichen Kreuzzug gegen die Albigenser zu Anfang des 13. Jahrhunderts in Frankreich fast ver tilgt, und verlor dort ihre Bedeutung und Wirkung: so spät konnte demnach schwerlich einer der älteren Provenzaldichter, Folquet von Marseille, der als Erzbischof von Toulouse (st. 1231) mit Feuer und Schwert gegen die Provenzalischen Ketzer wütete, nachdem er, selber Gatte, die schöne Gattin eines andern (st. 1192) feurig besungen hatte, noch von jenem Grafen Rudolf IV verdeutscht werden. Dafür eignet sich hingegen gar wol Rudolf II, der seinem Bruder Ulrich das erledigte Valendis (Valangin) und Fenis gab, um 1200. Ulrich erwarb auch Arberg und Nidau wieder, und die von seinem Sohne Rudolf abstammenden vier Rudolfe, darunter auch jener Rudolf IV, nannten sich Grafen von Nidau, deren einen der vorgedachte ungenannte Dichter zugleich mit dem Herzog Johan von Brabant preist. Wie Ulrich die Deutsche Grafschaft, besaß Rudolf II zu Neuenburg die Wälschen Landschaften. — Sonst wenig bekannt, ist dieser Rudolf in den Handschriften seiner Lieder auch eben nur als Minnesinger gemalt: jugendlich, blondlockig, in zierlicher Haustracht, sitzt er unter einem Blumenbaum, sinnend und dichtend, die offene Liederrolle haltend. Die Darstellung ist der Heinrichs von Veldeke und einiger anderer Dichter ähnlich, und die Vergleichung des Bildes der Weingarter Handschrift mit dem Manefsischen ergibt wieder, bei gleichen Grundzügen, dasselbe Verhältnis, wie oben beim Kaiser Heinrich und Veldeke. Der Baum ist, wie öfter, zur

<sup>(1)</sup> Neues Jahrbuch der Berliner Deutschen Gesellschaft oder Germania Bd. III (1839), S. 116—130.

teppichartigen Arabeske geworden; und dazu stimmt, anstatt des grünen Rasensitzes, der zierliche Polsterstuhl mit Fußbank. Dagegen ist die Fürstenkrone des ältern Bildes ein allgemeinerer Goldperlenkranz, sowie der Pelzmantel ein ärmelloses Oberkleid, im neuern Bilde; welches jedoch allein den Wappenschild in die Arabeske einrahmt. — Dieses Wappen steht heute noch fest im Preussischen Reichsschilde, obschon die zur Zwingherrschaft gelangte Minderheit der Neuenburger sich dieses mächtigen Schirmes überhoben hat.

## II.

Die Reihe der alten Liederhandschriften, und namentlich der mit Gemälden ausgestatteten, ist glücklicherweise neulich um eine bedeutende vermehrt. Es ist zwar auch nur ein Bruchstück, wie das Naglersche, und etwas jünger, aber größer und reicher, und vielleicht noch vollständiger vorhanden. Die vier Folioblätter kamen durch Juden in Elwangen zum Vorschein, und von dort nach Stuttgart, wo sie der gedachte Hr. Pfeiffer mit meiner Ausgabe der Minnesinger verglich. Dann gelangten sie über Soest durch Hrn. Dr. L. Trosch in unsere Bibliothek, zum schönen Schaustücke derselben. Die sauberen vollkommen erhaltenen zwei Doppelblätter lassen vermuten, daß sie frisch aus der vollständigen Handschrift genommen sind; um so mehr, als die Auslösung derselben nur zur notwendigen Begleitung des Gemäldes dient, welches sich über die zwei einander gegenüberstehenden Seiten der beiden hinteren Blätter erstreckt. Es ist das Bild des Schenken von Limpurg, vor dem Anfange seiner Lieder. Ohne Zweifel gieng auch den Liedern Herrn Heinrichs von Morunge, mit dessen erstem Liede das vorderste Blatt anhebt, sein Bild voraus, zu welchem etwa seine Lieder der beiden inneren (jetzo fehlenden) Doppelblätter entnommen wurden. Gewiss ist, daß diese mit der Manessischen Sammlung übereinstimmende Folge beider Dichter, nebst der durchgängig nahen Übereinstimmung der Schreibung und Lesart, und auch der übrigen Einrichtung, wie beim Naglerschen Bruchstücke, ziemlich gleichzeitig mit beiden, auch eine nahe gemeinschaftliche Urschrift voraussetzt. Daß, unter solchen Verhältnissen, das Gemälde des Schenken von Limpurg <sup>(1)</sup> im Vergleich mit dem Manessischen Bilde,

<sup>(1)</sup> Taf. II, nach Mathieu's seitdem hier vom alten Bilde genommener Zeichnung, auch der dazu gehörigen Schrift.

welches ich hier in Hrn. Engelharts Steindruck vorlege, <sup>(1)</sup> nun auch diese beiden Gemälde, wie die Weingarter und das Naglersche Bild, auf ein gemeinsames Vorbild zurückweisen, ist ersichtlich: beide zeigen den vor dem Fräulein und ihrem Minnegeschenke völlig gerüstet sich verneigenden Ritter, mit dem Rosse am Baume hinter ihm. Merkwürdig und bedeutend ist aber die Abweichung: das Geschenk ist im Berliner Bilde Kranz und Ring, anstatt des mit Pfauengefieder geschmückten Helmes, welchen hier der Ritter schon auf dem Haupte hat, und zwar mit den Hörnern ohne Pfauenschmuck, anstatt dessen ein wolkiger roter Federschmuck vom Helm bis auf die Füße reicht: sodaß sich die Annahme bestätigt, die Gabe der Schönen habe eigentlich in diesem neuen Pfauenschmucke bestanden. Das Ross ist vervollständigt, nicht an den auch nicht arabeskenartigen Baum gebunden, sondern steht neben einem Knappen, der auch Schild, Turnirlanze (mit dem Krönlein <sup>(2)</sup>) und Streitkolbe des Ritters bereit hält. Der Wappenschild erscheint nochmals, größer, über dem Ritter, hängt aber nicht am niedrigen Baume, und enthält anstatt der drei silbernen (schwarzen) Streitkolben derer fünf in rotem Feld, und zwar im viergetheilten Schild überzwerch wiederholt; sowie in den anderen beiden Feldern die vier (schwarz gewordenen) silbernen Heerspitzen in rothen Feldern stehn. Die letzten erscheinen erst 1399 als Siegel, und die fünf Streitkolben auf späteren Denkmalen. Der vom Knappen getragene Schild hat bloß die vier Heerspitzen; die goldene Streitkolbe daneben in seiner Hand deutet etwa zugleich noch das ältere Limpurgische Wappen an. Diefes alles, sowie die schnörklige Gestalt des Knappenschildes weist auf spätere Zeit, und dazu vollends die ganze Rüstung, Tracht und Zeichnung. Der Ritter hat durchaus den krebsschaligen Schienen-Harnisch anstatt des Panzerhemdes mit Wappenrock, und für diesen den Gürtel mit dicken Schellen behangen. Dem ähnlich ist Knappe und Ross angethan, das Ross auch ohne Wappendecke. Ebenso erscheint das Fräulein, im Hermelinmantel, mit überladnem Schmuck und einer einzelnen hohen Straußfeder mitten auf den kurzen Locken. — Ich habe nachgewiesen, <sup>(3)</sup> daß der von Anfang allgemeine Ring- oder Maschen-Panzer (*cotte de maille*) von den Zehen bis zu den Fingern und über den Kopf, unter dem Helme, sich erstreckte, wie

<sup>(1)</sup> Darnach hier Taf. III wiederholt, zur Vergleichung.

<sup>(2)</sup> Wie auf dem Bilde Starkenbergs 1844, Taf. I.

<sup>(3)</sup> 1842, S. 455.

der Limpurger auf dem Manefsichen Bilde dies alles recht deutlich zeigt (an den Schuhen unter den Rittersporen, und an den abgezogenen Handschuhen und Helmkappe): worauf erst vom 13. bis Ende des 14. Jahrhunderts dieses Panzerhemde nur in einzelnen Stücken, an Brust, Ellenbogen, Knien, Füßen, Händen, Hals, Schultern, mit Schienen verbunden wird, und erst im 15. Jahrhundert, gerade um die Zeit als das Schießpulver alle Ritterrüstung unhaltbar machte, der Schienenharnisch so vollständig durchdrang, wie der Limpurger auf dem Gemälde der Berliner Blätter ihn trägt. Damit stimmen auch die Tracht und Haltung des Fräuleins mit stark vortretendem Unterleibe, und die übrigen hier angebrachten schnörkeligen manirirten Zieraten zu dieser ersten Zeit des Holzschnittes und Kupferstiches. Dagegen gehört übrigens die Pergamenthandschrift, ihre Schreibung und Sprache gewiss noch dem 14. Jahrhundert und steht der Manefsichen Handschrift sehr nahe. Es bleibt also nur anzunehmen, daß der Schrift- und Bildmaler, welcher von dem Abschreiber verschieden war und zum Teil dessen Vorschrift (z. B. die Namen der Manefsichen Handschrift am Rande) ausführte, hier beträchtlich später die für ihn leergelassenen Räume ausgefüllt hat, nachdem schon jene Veränderung der Rüstung, Tracht und bildlichen Darstellung vollendet war, sodaß er sein älteres Vorbild so ganz zeitgemäß behandelte und umwandelte. Wie unbedachtsam er als Schriftmaler verfuhr, zeigt sich darin, daß er die Unterscheidung der einzelnen Gedichte durch gleichfarbige Anfangsbuchstaben der zusammengehörigen Gesetze (Strophen), abwechselnd rot und blau, wie die Manefsische Handschrift und Naglers Bruchstück beobachten, zerstört hat, indem er die einzelnen Gesetze so abwechselnd rot und blau gemalt, des bunten Farbenspiels wegen, wie schon die Weingarter Handschrift beliebt hat. Auf jeden Fall hat auch in Hinsicht der Malerei die Manefsische Handschrift, welche, mit den Weingarter Bildern, noch keine Spur des Schienenharnisches zeigt, das ältere gemeinsame Vorbild viel treuer, und damit einfach-edler und anmutiger nachgebildet, als die gegenwärtige Berliner zwar nicht minder glänzende Handschrift. <sup>(1)</sup>

---

<sup>(1)</sup> Vollständig und buchstäblich abgedruckt im Jahrbuch der Berliner Deutschen Gesellschaft oder Germania Bd. IX (1850), S. 1—44.

## III.

## Andere Denkmale.

Von anderweitigen Denkmalen unserer alten ritterlichen Liederdichter kommen hier in Betracht:

1) Die Grabsteinbilder des Grafen Otto von Botenlauben und seiner Gemalin Beatrix, in der Kirche des von beiden gestifteten Klosters Frauenrode. Sie sind neulich auch getreuer und schöner abgebildet, als vor fast hundert Jahren in Salvys „Proben des Deutschen Reichsadels“ (Würzburg 1755. Fol.). Das unserm Könige gewidmete Prachtwerk „Geschichte und Gedichte des Minnesängers Otto von Botenlauben, Grafen von Henneberg“ durch L. Bechstein, Bibliothekar in Meiningen, (Leipzig 1845. 4.) enthält, mit allen dazu gehörigen Gemälden, Siegeln, auch diese Steinbilder. Der Graf, der in der schönsten Zeit des Deutschen Rittertums und Gesanges blühte, erscheint hier mit jugendlich-lieblichem Antlitz, ein Band um die kurzen Locken; reich gekleidet, über dem engen Unterkleide mit Ärmelsaum ein Oberkleid mit weiten kurzen Ärmeln und Halssaum, und darüber ein weiter Mantel. Dieser Mantel ist auf der Brust durch ein Band zusammengehalten, dessen Schild eine Henne zeigt: das älteste Zeugnis dieses fabelhaften etymologischen Stamm- und Wappenvogels der Henneberger. Im Gürtel steckt ein Dolch. Die Linke faßt den Mantel; die Rechte fehlt, und hielt vermutlich das Ritterschwert mit dem umwundenen Gurt, oder faßte nur an dem noch zum Teil sichtlich emporgezogenen Schildfessel den zu Füßen stehenden ritterlichen Schild, in welchem auf dem geschlossenen Helm ein breiter Hut mit zwei aufrechten Pfauenbüscheln erscheint; sowie daneben der Löwe der Stärke ruht: nicht als Fußgestell, wie sonst gewöhnlich. Die Gräfin erscheint auch mit jugendlich edlem Antlitz und Stirnbinde um die reichen langen Locken, von welchen ein langer Schleier herabwallt über das ebenfalls dreifache Gewand: das Oberkleid ist ohne Gürtel, der Mantel am Halse durch ein Band zusammengehalten. Rechts steht auf dem Mantel ein Schildlein mit einem Langkreuze. Neben ihren Füßen liegt rechts das Hündlein der Treue, und links scheint ein jetzt undeutliches Gebilde auch ein kleiner Schild, und das Wappen ihres Hauses enthalten zu haben. Sie stammte nämlich aus dem heiligen

*Philos.-histor. Kl.* 1850.

T

Lande, und zwar von den Fürsten von Tiberias und Grafen von Edessa aus dem Hause Courtenay, die mit den Königen von Jerusalem aus dem Hause Monthlery verschwägert waren, und ihr Vater Jocelin III war Seneschal des Königreichs. Daher schon die jetzo nicht mehr sichtbare Lateinische Inschrift in Leoninischen Hexametern ihrer königlichen Abkunft gedenkt, und auch, laut alter Dichtung und Sagengeschichte, Otto eine Königstochter ritterlich erworben hat. Das Mantelschildlein mit dem Kranz ist ganz geschichtlich, nämlich das Ordenskreuz der Hospitaliter in Jerusalem, zu deren Brüderschaft sie mit ihrem Gemal sich bekennt, in der Schenkungsurkunde eines dortigen Hofes, welche 1208 in Akkon vollzogen ist. Nicht so gewiss dient ihr wallender Schleier zum Zeugnisse der auch schon alten Sage, dafs der durch einen Windstofs von der Burg Botenlauben (über Kissingen) ihr entführte Schleier am Orte seiner Wiederfindung die Stiftung des Klosters Frauenrode veranlafst habe: eine manigfaltig wiederkehrende Sage, welche schon älteres Vorbild am Babenbergischen Kloster Neuburg bei Wien 1124 hat. Der weiteren Sage, die Gräfin sei Nonne geworden in ihrem Kloster, widerspricht jedoch eben dieses nur durch das Mantelkreuz halb geistliche Grabsteinbild, in Übereinstimmung mit ihrem Siegel einer ihre Stiftung betreffenden Urkunde 1239, welches, verschieden von folgenden Siegeln der ohne Locken eingeschleierten Äbtissinnen mit Stab und Buch, vielmehr ganz dem Grabsteinbilde gleicht, <sup>(1)</sup> und nun auch zur Ergänzung desselben dienen kann. Auf beiden Bildern hält nämlich die Gräfin das auf dem Grabsteine schönfaltig herabfließende Gewand ohne Gürtel, mit der Rechten unter der Brust (wie der Graf den Mantel), und das Siegel zeigt auch ihre Rechte, worin sie eine Lilie trägt: wol in Bezug auf ihre Stiftung Frauenrode, in ihren Lateinischen Urkunden *Novale S. Mariae*, als bedeutsam schönes Sinnbild, wie es häufig auf alten Bildern der Verkündigung neben der jungfräulichen Mutter und in der Hand des Engels erscheint.

Beide Gatten sind demnach auch auf ihren Grabsteinen noch weltlich, gräflich abgebildet, wie sie wol bis ans Ende blieben, Otto bis 1245, Beatrix einige Jahre länger, und nur ihr beider Sohn Otto der Jüngere, dessen Gemalin Adelheit von Hiltenburg in ein Würzburger Kloster gieng, sowie er Deutschordensbruder ward, ist Provisor (Schaffner) des Klosters Frauen-

---

(<sup>1</sup>) Bei Boeckstein S. 145. 207. 210.

rode gewesen; und mit seinem Sohn Albrecht, der ebenfalls geistlich ward, starb dieser Zweig der Henneberger, der Botenlauben an Würzburg überliefs, völlig aus.

Die weitere Ausführung des Grabsteinbildes des Grafen, in obgedachtem bilderreichem Werke, gibt ihm in die fehlende Rechte einen Pilgerstab und heftet ihm auf den weissen Mantel auch ein rotes Kreuz (der Tempelherren); die Lockenbinde ist mit einem Lorbeerkranze vertauscht, dergleichen auch Schwert und Harfe neben dem Wappenschilde umwindet. Löwe und Hündlein strecken sich mit einander spielend am Mantel des Kreuzfahrers empor. Die Landschaft zeigt die Heimat, Burg und Kirchlein, aber auch den Lorbeerbaum des heiligen Landes und Grabes, des Zieles der irdischen Lebenswallfahrt. Die Arabeskeneinramung, darin auch die Henne auf dem Berge vortritt, ist alten frommen Büchern schön nachgebildet.

Die Farben dieses Gemäldes können auch für das alte Steinbild insofern eine Warheit haben, als dasselbe warscheinlich auch bemalt gewesen ist, wie die Naumburger Steinbilder, das Grabmalsbild Herzog Heinrichs von Breslau, des Minnesingers, und gemeinlich die Stein-, Thon- und Holzbildwerke jener Zeit, nicht minder wie der Ägyptischen und Altgriechischen. Vermutlich sind die Frauenroder Steinbilder, wie so viele andere, übertüncht worden, mit der Kirche selber, welche, nach Zerstörung des Klosters im dreissigjährigen Kriege, Dorfkirche ward, an deren Wand jetzo die Bilder aufgerichtet neben einander stehn, und nicht mehr auf den Gräbern in der Kirche liegen, wo der aufgehöhte Boden auch wol die dort verbliebenen Inschriften der Einfassung verdeckt. So mochte noch manches Zarte und Feine der Ausführung diser Steinbilder verwischt werden. Ohne Zweifel bald nach dem Tode des Grafen und der Gräfin, deren Nachkommenschaft nicht lange darauf erlosch, wurden beide Grabdenkmale für ihre reich ausgestattete Stiftung ausgeführt, und bewähren, nächst den Freiburger und Wechselburger Bildwerken, zugleich ebenso mit Kirchenbau im Vorgothischen Rundbogenstyl verbunden, die gegen Mitte des 13. Jahrhunderts allen neueren Völkern, auch den Italienern, vorangehende hohe Ausbildung der Deutschen Bildkunst, und sind, mit dem etwas jüngern Grabmals-Thonbilde des Herzogs Heinrich IV von Breslau (dessen Abbildung, in der noch glänzenden Bemalung, ich früher <sup>(1)</sup> vorgelegt habe), die

---

(<sup>1</sup>) 1844, S. 322.

grösten und vollkommensten Kunstwerke in unserm Kreise der alten Dichter. Sie bekunden zugleich wieder, daß die Bildnerei in Stein und Bein, Thon und Holz, der Malerei in solcher Ausbildung vorangieng, obschon eben die Bemalung solcher Bildwerke auch eine bedeutende kunstreiche Äußerung der Malerei ist.

Einen Beleg zu diesen Verhältnissen bieten sogleich die beiden Gemälde zu den Liedern des Grafen, deren eins ungefähr ebenso alt, das andre beträchtlich jünger ist. Beide, das Weingarter und Manefsische Bild, <sup>(1)</sup> sind sichtlich wieder von gemeinsamem Vorbild ausgegangen und kommen in den Grundzügen überein: mit übergeschlagenen Beinen sitzt (wie Veldeke, Walther von der Vogelweide <sup>(2)</sup> u. a.) der sinnende und dichtende Minnesinger, an den Fingern die Versfüße abzählend, wie es vom Marner heißt, <sup>(3)</sup> „er hat die Musik an der Hand, die Sylben (-Zählung) an dem Finger,” und wie so manche dieser Minnesinger abgebildet sind (zuletzt auch Goethe, von Drake). Der blonde Jüngling hat auf dem jüngern Bilde einen Anflug von Bart, und auf den Locken einen Kranz von großen Goldperlen, anstatt der roten zackigen Binde, welche in den Weingarter Gemälden für Frauen und Männer gewöhnlich ist. Auch ist im Manefsischen Bilde, mit der Schriftrolle der Lieder, ein junger Bote hinzugefügt, wie auf dem ähnlichen Bilde des Markgrafen von Hohenburg. <sup>(4)</sup> Der Bote Botenlaubens führt noch eine Tasche am Gürtel, worin er die Lieder der Besungenen bringen, und wol auch singen soll, wie sein Herr sie ihm vorsingt: was manchmal im Frauendienst Liechtenstein thut, der nicht schreiben und lesen, aber dichten und singen konnte. Dagegen hält der von Gliers die Schreibtafel seiner Minnelieder lesend in den Händen, <sup>(5)</sup> und Burkart von Hohenvels übergibt sie geschrieben selber in die geliebten Hände. <sup>(6)</sup> Beide Gemälde Botenlaubens haben auch das Wappen gemein: im quergetheilten Schilde, oben der halbe schwarze Adler mit zwei Köpfen auf Goldgrunde,

<sup>(1)</sup> Taf. IV, nach der Vilmeinschen Durchzeichnung, welche ich Bechstein zu seiner verkleinerten ausgemalten Abbildung mitgeteilt habe. Derselbe wiederholt auch das Weingarter Bild des Grafen.

<sup>(2)</sup> Jener aus der Weingarter und Manefsischen Handschrift, 1842, Taf. I. V; diser aus der letzten, hier Taf. V.

<sup>(3)</sup> Minnesinger T. IV, S. 528. 681.

<sup>(4)</sup> Taf. VI.

<sup>(5)</sup> Taf. VII.

<sup>(6)</sup> Taf. VIII.



welcher in der Weingarter Handschrift gelb ist, wie alles Gold; die untere Hälfte ist rot und weiß gewürfelt, in der Weingarter Handschrift rot und schwarz, vermutlich nach dem im Vorbild schwarz gewordenen Silber, welches sie ebensowenig anwendet als das Gold. Auf dem roten (im Weingarter Bilde schwarzen = silbernen) Helme steht eine goldene (in *W* gelbe) Greifenklaue, mit vier aufwärts gerichteten Fängen und schwarzen (in *W* auch gelben) Krallen. Diefs ist das an mehreren Urkunden Otto's und seiner Brüder hangende Wappen der Henneberger als Burggrafen von Würzburg. Mit demselben abwechselnd führt Otto auch das Wappen seines Grabschildes an Sigeln 1234. 1239; sowie das letzte noch mit manigfaltigen kleinen Veränderungen (besonders der Pfauenbüsche in Kolben u. s. w.) vorkommt. <sup>(1)</sup> Die Greifenklaue des Helmes führt Otto nur an einer Urkunde 1219, „da er Fuldaischer Lehnsmann war.“ <sup>(2)</sup>

2) 3) Zwei Minnekästchen, zu den beiden 1844 hier bekannt gemachten, und seitdem erst in die Kunstkammer gekommen, aus welcher ich sie hier vorstelle. Beide zu Minne- oder Brautgeschenken bestimmt, auch mit bedeutsamen Bildern von den verschiedenen Stufen der Liebeswerbung unter der allmächtigen Frau Minne oder Venus.

Die ältere und grössere Truhe — die größte bisher bekannte — ist von gepresstem Leder, bisher auch einzig in dieser Art, und auch mit Schrift und Minnesang geschmückt: wie umgekehrt die Handschriften mit Bildern. Es ist das ausgebildeteste und meisterlichste Werk dieser Kunstart, und kam in Konstanz zum Vorschein, bei Hrn. K. von Meyenfisch, wo Hr. Dr. Stanz aus Bern Zeichnungen und Beschreibung davon machte, und beides, mit altertümlichen Erläuterungen der antiquarischen Gesellschaft in Zürich übersandte, welche alles, mit anderweitigen Anmerkungen von Hrn. Prof. L. Ettmüller, 1850 in ihren „Mittheilungen“ Bd. 7 herausgab. Übersehen ist jedoch dabei, daßs dies Kästchen schon 1848 im Stuttgarter Kunstblatte Nr. 12 von E. Becker bekannt gemacht ward. Es kam dann durch Hrn. J. von Hefner, der mit Hrn. J. von Radowitz u. a. seit 1839 Bilderhefte von „Trachten des Christlichen Mittelalters nach gleichzeitigen Kunstdenkmalen“ in Quart herausgibt, in unsere Königliche Kunstkammer.

<sup>(1)</sup> Bei Bechstein S. 142. 145.

<sup>(2)</sup> Schannat Fuldaischer Lehnhof Taf. II. Die Greifenklaue steht ebenso auf dem Helm eines Ritters in der Berliner Bilderhandschrift von Veldeke's Aeneis.

Auch hier waren Juden im Spiele, welche das Schmuckkästchen, freilich ohne Schmuckinhalt, von Zürich nach Konstanz brachten, aber die weitere Herkunft verhehlten. Jedoch ergab sich aus den beiden Wappen des darauf abgebildeten minniglichen Paares, welche Hr. Stanz in Tschudi's handschriftlichem Schweizer Wappenbuche widerfand, daß beide aus vornehmen Geschlechtern in Basel sind, er ein Junker von Meyer (wie der spätere Bürgermeister Holbeins) und sie ein Fräulein Fröwler, im 14. Jahrhundert waren. Das Bildwerk trifft also in die Zeit der Manessischen und übrigen mit Gemälden ausgestatteten Liederhandschriften (außer der ältern Weingarter), zeigt aber schon bedeutend mehr Zierlichkeit und modische Kleiderpracht, wie solche wol den reichen Basler Stadtadel damals auszeichnete: die Gewänder, besonders die oberen, sind manigfaltig geschlitzt, gemustert, behortet und gefüttert. Das Ganze ist durchaus ebenso reich als geschmackvoll verziert und jeder kleine Raum damit bekleidet. Die acht Seiten der achteckigen Truhe bilden reiche Gothische Nischen, mit manigfaltig blumigem und gemustertem Hintergrunde, und zeigen deren je zwei den Minner und das Fräulein einander gegenüber, welche mit Gebärden die Worte der zugleich als Verzierung in die Gothischen Bögen geschlungenen Spruchbänder ausdrücken. Sie weist ihn in allen vier Gruppen wild und schnöde zurück, schilt sein Werben thöricht, dummdreist, „Affenheit“; zuerst wehrt sie ihn mit einem Tüchlein ab, dann wendet sie sich ganz von ihm, und als er nun liebe- und leidvoll sich den Bart hat wachsen lassen, dienen Falke und Eichhörnchen ihr als trauliche Gespielen. Auf dem vierten Bilde hält sie das Eichhörnchen spielend am Bande, und der bärtige Minner bietet sich dafür kniend, mit schwerer Kette um den Hals, zum leibeigenen Gespielen dar, und fordert sie vor Frau Venus zu Gericht. Sie spottet zwar auch darüber, erscheint jedoch kniend und flehend, wie der Minner, nun wieder ohne Bart, vor der in ähnlicher Umgebung, aber größer, oben auf dem achteckigen Deckel thronenden Göttin, und läßt sich deren gottseligen Urteilspruch, sowie den standhaften Minner gefallen. Sie trägt jetzo nicht mehr, wie auf den vorangehenden Bildern, die Krone der Jungfräulichkeit auf langen wallenden Locken, sondern den blumigen Brautkranz. Frau Venus dagegen sitzt unter königlicher Krone auf herabwallendem Schleier, mit beiden Händen den Mantel der Liebe fassend, in ernster Schönheit, fast einer Madonna ähnlich. Ihr Thron zeigt zu beiden Seiten Thierköpfe und

steht auf Thierklauen; sowie in dem Halbrund zu ihren Füßen ein Pardel sich schmiegt: noch Anspielung auf das von ihr gerittene Menschenthier des andern Kästchens.

So eignete sich dises zur Brautkrone und anderm Brautschmucke bestimmte schöne Kästchen, bei der durch die Wappen deutlichen Bezeichnung und auch wol durch das, in guten dreireimigen Stanzen, von einem oder doch für einen Minnesinger verfaßte Gedicht, zugleich recht wol allgemein zu einem solchen Brautgeschenke, welches durch Veränderung der Wappen leicht anderweitig zu bestimmen war; und es gab gewiss mehrer Abdrücke desselben aus den ohne Zweifel in Erz gegrabenen Formen; auf ähnliche Weise wie die gepreßten alten Lederbände der Bücher sich wiederholen, welche jedoch viel später, im 15. Jahrhundert, erscheinen. Die verkehrt geschnittene (mit einigen Buchstabenfehlern) und im Abdrucke gerade hervortretende Schrift der Spruchbänder diene also schon vor den in Holztafeln geschnittenen Büchern mit Bildern (Donate, Armenbibeln, *ars moriendi* u. dgl.) zum bedeutenden Vorläufer der Buchdruckerkunst, zwar nur im trockenen Drucke, noch nicht in dem die große Erfindung vollendenden Farbendrucke.

Die Darstellung der allgemeinen Macht und Herrschaft der Göttin und Königin Minne eignete sich zunächst als Empfehlung des Ehestandes für die Braut, welche hier ja ebenso gekrönt erscheint, wie die Herrin in der höhern Potenz, und so die tröstliche Aussicht hat, selber an die Stelle der Göttin zu treten und zu herrschen.

Derber und allgemeiner stellt die Gewalt der Minne dar ein kleineres und jüngeres, in Holz geschnitztes Kästchen, zu welchem das schon 1844 hier vorgelegte und beschriebene Holzkästchen der Kunstkammer einen Übergang bildet, von dem vorigen Lederkästchen. Es zeigt auf den vier Seiten umher, in stark erhobenen, zum Teil rundheraus und ausdrucksvoll geschnitzten Gestalten, wie die Minne allerlei Gethier und Ungetüm bändigt; darunter auch wilde thierisch beharte Menschen, welche über das Thier den Vorzug haben, daß sie unter das Thier herabsinken können. Alle Gebilde treten lebhaft hervor, und sind zum Teil mit Laune behandelt. Alles ist verständlich, auch ohne Schrift, welche hier um so eher fehlt. Das Ganze gibt sich als ein Werk des 15. Jahrhunderts zu erkennen. Der Deckel zeigt ebenfalls die Frau Minne, und zwar näher der Göttin Venus, nämlich nackt; und auch sitzend auf einem zum Vierfüßer erniedrigten bärtigen alten

Mann, der zum Lohne dafür das Thier mit vier Füßen und doppeltem Rücken zu machen hofft. Gegenwärtig wird ihm der Gang auf allen Vieren noch sehr sauer, wie hinter ihm ein Affe durch Naserümpfen verrät. Schon zum älteren Holzkästchen ist die Anspielung dieser Darstellung auf den alten Schwank bemerkt, wie der weise Aristoteles sich so durch die schöne Geliebte Alexanders des Großen, und angesichts dieses seines Schülers, beschämen läßt. Bei dem alten Gedichte dieses Inhaltes, in „Gesamtabenteuer“ II, habe ich die anderweitigen Wälschen und Morgenländischen Darstellungen nachgewiesen und verglichen, und zu den bei dem älteren Kästchen angeführten Bildwerken davon <sup>(1)</sup> habe ich jetzt noch folgende nachzutragen:

Als Seitenbild zu dem ähnlichen schmählischen Minneabenteuer des Zauberers Virgilius, da eine Schöne ihn unter ihrem Fenster im heraufgezogenen Korbe zum Spott aller Welt hangen liefs, erscheint des Aristoteles Minneritt:

Auf einer sehr alten Elfenbeintafel der Abtei S. Germain *des prés* in Paris, dergleichen zu Bücherbänden, unbedenklich auch heiliger Bücher, gebraucht wurden, wie die folgenden Bilder in Kirchen selber haften:

An den Säulenköpfen der Peterskirche zu Caen des 13. Jahrhunderts, und

Am hölzernen Chorstuhl Unser Lieben Frauen in Rouen, der jetzt freilich daraus entfernt ist.

Kaiser Rudolfs II. Maler Heinrich Spranger malte die Reiterin auch ganz nackt, Peitsche und Zügel in den Händen: so wiederholt sein Bild Sadlers Kupferstich, welcher im Kunsthandel gemeinlich „der Philosoph“ oder gar „Sokrates und Xantippe“ genannt wird.

Eine Marmorgruppe desselben Gegenstands besaß der Marquis de Vence in Paris.

Ein Bild des F. van Bofsuit, wie die nackte Venus den Pan — das Weltall — reitet, dehnt dieses Gebilde am weitesten aus, und nähert sich der Urmyme vom geflügelten Eros im Weltei. —

4) Entfernter unserm Gegenstande steht endlich ein mit Bildwerk und Schrift geschnitztes Stier-Horn, welches, wenn das spitze Ende durch eine Schraube verschlossen ward, wie dergleichen vorhanden sind, zugleich als Trink- und Blasehorn dienen konnte. Vielleicht war das vorliegende

(<sup>1</sup>) Gesamtabenteuer Bd. I, S. LXXX und Bd. II, S. CXLVI. — Der Chorstuhl ist nicht in Ulm, sondern in Lausanne 1275. Briefe in die Heimat I, 214.

Horn auch ein solches, wodurch, anstatt der Urkunde, eine Belehnung geschah: wie jenes bekannte Horn der Englischen Edlen von Puesey, das laut der Altenglischen Inschrift neben eingeschnitzten Jagdhunden, der König Kanut verlieh, warscheinlich mit Wäldern und Jagdbann darin. Auf dergleichen Hörner, welche auch als Heerhörner zu Herzogs Lehen dienen mochten, wie Fahne und Schwert, beziehen sich etwa die Sagen, daß nur der ächte Erbe des Besitzers eines solchen Hornes daselbe zu blasen vermochte: wie Herzog Herpin das uralte risenhafte Horn zu Bruges. <sup>(1)</sup> Die zwar deutlich und zierlich geschnitzten Lateinischen Buchstaben dieses Stierhornes, welches, 1795 zu Borstorf bei Ratzeburg gefunden, nachdem es als Hirtenhorn gedient, in die Kieler Sammlung kam, aus welcher es dem Prof. Mafsmann anvertraut, und hier vom Geheimrath Sotzmann abgezeichnet ward, sind bisher noch nicht verständlich gelesen. Das Ganze ist eine kunstgerechte tüchtige Arbeit, welche das gegebene Erzeugnis bedeutsam und der Gestalt angemessen reich ausgebildet hat. Zieraten von Flechtwerk und Bandverschlingung und Bildnerei überhaupt weisen auf das 11-12. Jahrhundert. Die in fünf verschlungenen Kreisen die Mitte umgebenden Brustbilder zeigen in der Mitte vorn einen Bischof mit Stab und Mütze auf dem Thron die Rechte emporhebend, und daneben einen bärtigen König unter Krone, anstatt des Scepters aber ein Richterbeil in der Linken, die Rechte vor der Brust: sie könnten auch eine Lehnbestimmung dieses Hornes andeuten. Wundersam ist auf der linken Seite des Bischofs ein Fratzenbild mit langgeöhrtem Eulen- oder Affenkopf, in rauhem oder Federbalg, aus welchem unten zwei Krallen hervortreten. Nur im Scherz könnte man dabei an den in der Gegend des Fundes heimischen Eulenspiegel denken. Es scheint vielmehr eine Larve des Teufels, des Affen Gottes zu sein. Das nächste, vierte Rund enthält nur Zierat. Das fünfte Rund, in mitten der innern Krümmungen des Hornes, zeigt zwei Gelieben, die sich zum Kusse umarmen, zwar eben nicht schön, doch treuherzig gebildet. Hiedurch steht dieses Horn in Beziehung auf Minne und Minnesang, und könnte auch die Schrift daselbe als Minnegeschenk bezeichnen, und so von den Händen des Minners das Ganze geschnitzt sein. Das uralte Sinnbild der Stärke, schon vor Moses,

---

(1) Gesamtabenteuer Bd. I, S. XCIX.

*Philos.-histor. Kl.* 1850.

und zugleich der Schwäche, als Ordenszeichen der großen Bruderschaft von Cornwall, eignete sich freilich nicht so zum Hochzeitgeschenke, wie die beiden Kästchen: in solcher Ausbildung und Bekleidung jedoch war es wol ebensowenig anstößig, als der mit Pfauenfedern verblümete Stierhörnerhelmschmuck, womit den knienden Schenken von Limpurg sein holdes Fräulein beschenkt.

---

### N a c h s c h r i f t.

---

Die achteckige Truhe der Kunstkammer I. N. 69. ist eine Spanne hoch, hat  $2\frac{1}{2}$  Zoll mehr im Durchmesser, ist in dickes braunes Leder geprefst, sodaß manche Teile stark vortreten, und hat eine hölzerne Grundlage. Die acht Seitenfelder bestehn aus Einem Stücke Leder, das an der Hinterseite zusammengefügt ist, zwischen Tafel 5 und 6. Ebenso verhalten sich die acht Seiten des Deckels, welcher so am besten passend darauf gesetzt, zugleich das Deckelbild oben gerade vor Augen stellt, sowie nun die Vorderseite die acht Darstellungen anfängt. Der Schnitt dies zwei Zoll hohen Deckels geht ringsum nur durch die bauliche Einfassung dicht unter der großen Rose des Spitzbogens jedes Seitenfeldes und durchschneidet in den Winkeln desselben die kleinen runden Brustbilder, jedoch so, daß die Gesichter unverletzt bleiben. Die Vorderseite, wo das mit dem Tuche abwehrende Fräulein die Bilderreihe beginnt, hat innerhalb sichtlich ein Schloß gehabt, wie die Nagelspuren des mit rotem Leder überzogenen Innern zeigen; und gegenüber hinten hat eine Hespe gesessen. Durch dies Schloß ist vorn auf dem ersten Felde das Gesicht und die Krone des Fräuleins mit der Schrift darüber etwas verwischt. Sonst ist alles sehr wol erhalten und meist noch scharf herausgeprägt. Die Abbildungen sind bei den Gesichtern, Händen und Füßen etwas verschönert. Jedoch ist alles sehr ausdrucksvoll, namentlich sind es auch die 16 kleinen Brustbilder.

Die Inschriften der Spruchbänder sind auch nicht ganz genau abgebildet, und stellen sich buchstäblich so dar:

(Er)

1. REN<sup>1</sup> FROWE SELDENBER  
V<sup>1</sup>CH SE DIENENDE ICH BEGER  
DURCH GOT IR LANZ V<sup>1</sup>CH WESEN MERE

(Sie)

2. DU TOROHTER TUNBER MAN  
WES WILT DU DA UON NIT LAN 5  
DU MAHT WOL WENIG SINNE IAN

(Er)

3. ICH HAN V<sup>1</sup>CH SE LIEB ERKORT  
WENT IR MIR GEN SOLICH<sup>1</sup> WORT  
SO BIN ICH VF MINS LEBENDES ORT

(Sie)

4. MIN HER<sup>1</sup> DIR ALSO SEIT 10  
HAST DV NACH MIR SOLICH LEIT  
DAS IST EIN GROSV AFFENHEIT

(Er)

5. FROWE DIE REDE LAND UNDER WEGEN  
WIL V<sup>1</sup>WER HULDE MIN NIT PHFLEGEN  
SO IST ALLV FROED AN MIR GELEGEN 15

(Sie)

6. SWIG TOR DU TOBEST MICH  
WENNE DIE SUNNE GAT HINDER SICH  
SO WIL ICH ERHOEREN DICH

(Er)

7. V<sup>1</sup>WER BIN ICH  
WEND IR NIT BEGNADEN MICH 20  
ICH KLAGES FRO VENVS KLEGELICH

(Sie)

8. WILT DU UON DINER MINNE  
KLAGEN VENUS DER KV<sup>1</sup>NEGINNE  
DES AHT KLEIN MIN SINNE

(Er)

9. FRO VENUS ICH KLAG V<sup>1</sup>CH DAS 25  
 DAS MIR MIN LIEP IST GEI<sup>1</sup>AS  
 SI EN WEIS NIT WOL DUR WAS

(Frau Venus)

10. VON WERDER FROWEN IST ES UNREHT  
 WENNE S<sup>1</sup>V IRE GETR<sup>1</sup>VWE KNEHT 30  
 HALTET ALSO STRENGE  
 ES HILFET NIT DIE LENGE  
 DAR VMBE LA DA VON VIL ΣARTES WIP  
 UND BIS DINES DIENERS LEIT UERTRIP TRIP

(Sie)

11. FRO VENUS V<sup>1</sup>CH WIL ICH WESEN UNDERTAN  
 UND DABI GANΣ TRVWE IAN 35

2. ΣE (nicht SE) für ZE. so steht für Z oft umgekehrt Σ. 3. IR ist ganz deutlich, nicht IN.  
 4. TVNBER, nicht TVMBER. 5. Hinter MAN steht noch WES, dann WILT .. Das nächst Folgende ist auf der Stelle des Schlofses und so gedrückt und verwischt, dafs es ganz unsicher bis NIT LAN; es scheint aber DU NIT DA VON LAN. Dann schimmert deutlich und sprachrichtig DV MAHT.  
 7. Wider ΣE für ZE. 8. Durch WENT IR MIR GEN wird WEN IR MIR GED berichtet.  
 10. HERΣ für IERZ.  
 19. Ist durch DIENER zu ergänzen, aus 1 und 10.  
 23. KVNEGINNE... AHT, nicht KVNEGINNE... ANT.  
 27. NIT, nicht HIT. Das S von WAS steht in der äufseren Krümmung des Bandes.  
 28. WERDER, nicht WERDEN. 32. Die Wörter DAR VMBE LA DA VON stehn so getrennt. ΣARTES für ZARTES. Wider GANΣ für GANZ. 35. TRVWE, nicht TRVWE.

Das Wappen des Junkers hat im mittlern Querbalken doppelte Kreuzstriche. Das Viertelmondsgesicht im Wappenschilde des Fräuleins ist nicht recht deutlich. Der den innern Schildesrand umgebende sogenannte Wolkenzug, nach innen mit glatter Füllung, steht in punktirtem äufserem Felde. Beide Schilde hangen mit dem Schildfessel an arabeskenartigen Blumenbäumen, über welchen die beiden Gelieben knien, gleichsam als Sprofsen und Blüten ihres Stammbaumes.



Zu der Darstellung des Minnegerichts auf diser Truhe gehört das Minnegedicht von dem „ellenden Knaben“ mit Gemälden, in der einzigen Heidelberger Papirhandschrift 343 in Folio, verfaßt im Jahre 1459. Der „ellende“ (ausländige) Knabe trifft auf der Fahrt zu Frau Venus eine Schöne, die wegen ihrer Verschmähung des treuen Minners von der strengen Göttin zur paradisischen Nacktheit verurteilt ward, wie sie Bl. 3 abgebildet ist, nur von ihren langen blonden Haren bedeckt. Frau Venus wohnt im Walde, mit ihren Frauen, jede im eigenen Zelte, deren „Reime“ ihre Namen und Bedeutung angeben. Dise acht Frauen sind: „Liebe (allain lieb mir lieben tût), Stäte, Gût (Güte), Trüwe, Ere, Zucht, Scham, Aubentür (ich küfz manigs mündlin rôt Den ich hilff ufz angst vnd nôt).“ Sie umgeben den Thron der Frau Venus, die unter ihrem Zelte sitzt, blondlockig (wie hier alle Frauen), im grünen Gewande. Zur Linken kniet der elende Knabe, seine hartherzige Geliebte verklagend, von Frau Liebe eingeführt. Zur Rechten kniet eine Blonde, welche aber im Gedichte nicht die abwesende Verklagte ist, sondern Frau Ehre, die um Frist für sie bittet. Zum nächsten Maien werden beide wieder beschieden, zur Vereinbarung. —

Die Gemälde gehören zu den besseren diser Zeit, haben gute Zeichnung und vornämlich ausdrucksvolle Gesichter. Abbildungen in den oben (S. 149) gedachten Bilderheften von Hefners II, 52 bieten auch Vergleichung mit den Bildern der Truhe dar. — Das Gedicht ist, wie die übrigen Gedichte desselben Verfassers in diser Handschrift, durchgängig in den vierfüßigen, meist männlichen Reimparen, als Vorläufer des achtsylbigen Hans Sachsischen Verses.

---

Das hölzerne Kästchen der Berliner Kunstkammer I. C. 392. ist einen halben Fuß lang, und verhältnismäßig breit und hoch, von Buchsbaum, fein und meist rund heraus geschnitzt. Der Deckel hat einen Weinlaubramen, darin Frau Venus, nackt, bis auf den Mantel, welcher die Brüste nicht, doch Scham und Beine verhüllt; ihr Haupt ist kurzlockig, ihre Rechte hebt drohend die Faust empor. Sie sitzt auf einem wilden beharten Mann, dessen Arme der Mantel deckt, dessen verdrießliches Gesicht das Maul schreiend aufsperrt. Die Beine haben zwei ungeheure Ohren am Hintern,

der noch weiter aufgesperrt steht, und welchen ein Hund anbellt, mit krauser Nase. Der Frau Venus zur Linken sitzt ein Affe auf einem nur im Hintergrunde sichtbaren Thiere mit Löwenschweif, und hält einen schreienden Hund mit der rechten Pfote um den Unterleib, vor dessen offenem Hintern der Affe die Nase rümpft und sich hinters Ohr kratzt. Über dem ersten Hunde schlingt sich ein Spruchband, doch ohne Schrift (wie alle übrigen Spruchbänder), um einen Baum; mehrere Bäume stehn so im Hintergrunde und im von ihnen durchbrochenem Vordergrunde. Gleiche Waldgründe, gemäß den Thier- und Menschengestalten darin, haben die vier Seitenbilder. Vorderseite: ein Drache beißt einen Pardel unterm Halsband in den Hals, und ein andres rauhbeiniges Thier, dessen Kopf mit Ohren und Schnabel ergänzt ist, hat einen Hund unterworfen. Ein Häschenkopf schlüpft unten aus einem Hohl. Rechte Seite: ein Wildschwein mit Hauer und Schnauze; darunter ein Hund hinter einem ins Hohl schlüpfenden Häschen, dessen Hinterteil nur sichtbar ist. In der Mitte ein Spruchband. Dann, ein großer Hahn vor einem Fuchse, der an einem Pulte mit aufgeschlagenem Buche sitzt und mit der Rute droht. Hinterseite: wilder hariger Mann mit einem Bären ringend; Spruchband; brüllender Löwe; Spruchband; Pardel vom Greifen gepackt und gehackt. Letzte Kleinseite: zwei wilde Männer, bärtig und unbärtig, mit kurzen Schwertern auf einander losgehend; ein Affe faßt den Schweif eines Löwen, dessen Vorderteil hinterm Berge steckt, und eine starke Kette scheint ihn an den Berg zu fesseln. — Alles ist ungemein scharf und ausdrucksvoll geschnitzt. Auf den Ecken stehn vier Korinthische Säulchen von Silber, zur Haltbarkeit der zerbrechlichen und hier und da ausgebesserten Arbeit.



wenn du laut di  
gar. immer stow  
ich des bestriche.  
wenden verkom  
nen zorn.

**H**ellere singen  
vnd zieht i  
le. das si mir gen  
das min suerze. u  
heize. breche vnd.  
si tut mir zelang

**W**owe ich w  
ieden ein w  
das sollt du verdun  
du so swige aber u  
nigende nonen u  
de so wis mir gen  
vnd troste mich.

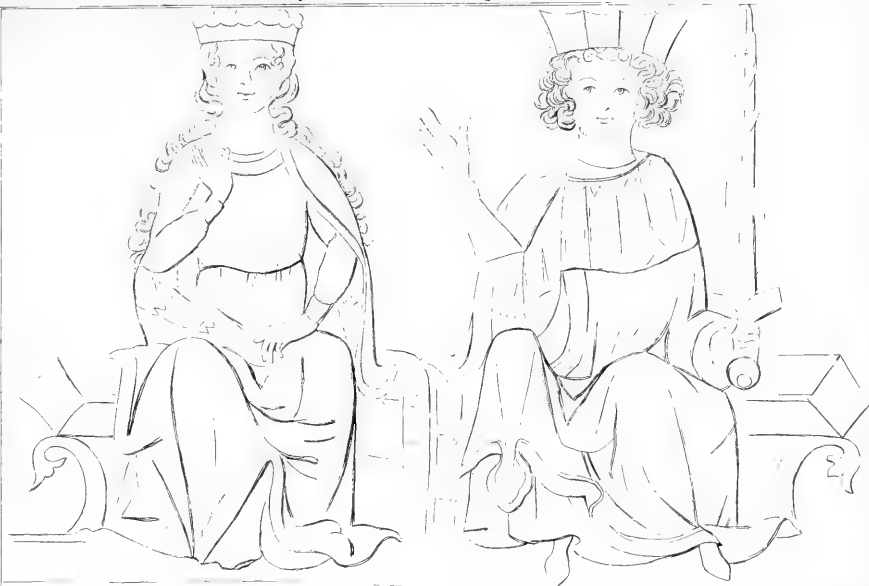
**O**h lufft sein  
war vmben  
mir den lib. vnd ic  
lichen minne. Zu  
ellu wib. wenem  
totent. das ich uch  
schowe. nem un  
mich des er notet.  
le ist minner sele  
hie nicht gut gen  
wern werden lib  
sele u des ver ieh  
sele dienet dort a  
wibe.



Al lach sente totinne  
 war umbe went ir toten  
 nur den lib. vnd ich uch so heizer  
 lichen minne. Zwar stowe für  
 ellu wib. wenent ir ob ir nach  
 toten. das ich uch iemer me be  
 schowe. nem uwer minne hat  
 mich des er notet. das uwer se  
 le u minner sele stowe. sol nur  
 hie nicht gut geschehen. von u  
 wern wenden libe. so mus ni  
 sele u des ver iehen das uwerre  
 sele dienet dort als einem reme  
 wibe.

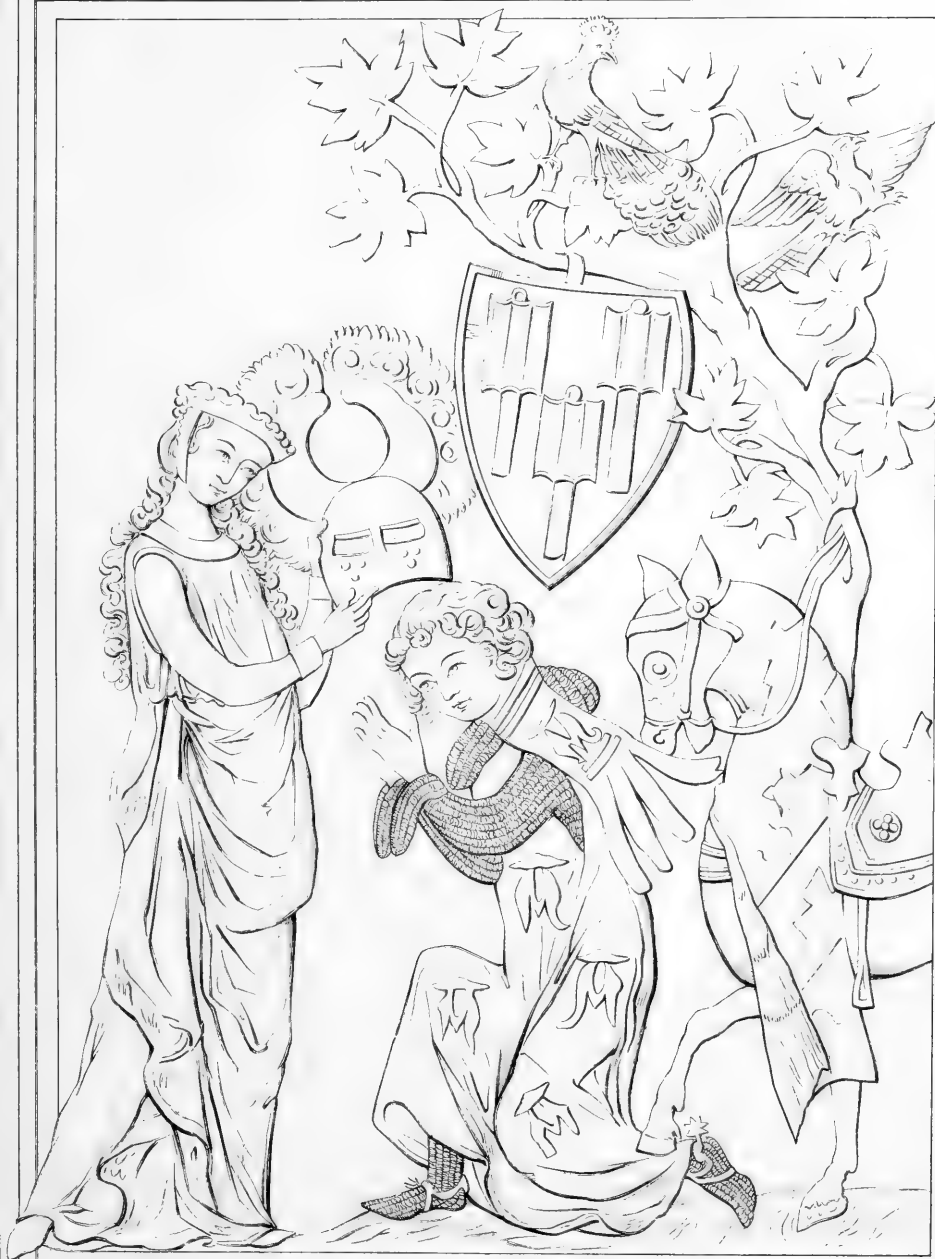




































# Über Ursprung, Wesen und Geltung des Poseidon.

✓ Von  
H<sup>rn</sup>. GERHARD.



[Gelesen in der Akademie der Wissenschaften am 8. August 1850.]

Als Homer und Hesiodos die griechischen Götter erschufen<sup>(1)</sup>, ward durch der Sänger reich bildende Phantasie der Berg Olymp und das Himmelsgewölbe zu würdigem Göttersitz der Olympier ausgeschmückt; mit gleicher und sinnvoll entsprechender Sorgfalt aber ward auch den Bewohnern der Tiefe ihr Haus gegründet. Um den Abgrund der schmach tenden Titanen zu beschreiben wird von dem Tartaros uns berichtet, ganz eben so tief sei er unter der Erde wie hoch über derselben der Himmel sich wölbe<sup>(2)</sup>; in gleichem Sinne hatten denn auch die Mächte der Unterwelt und die der Gewässer im Zusammenhang theogonischer Systeme ihre entsprechende Behausung gefunden. Namentlich was das Reich der Gewässer betrifft, genügt Hesiod, bei aller Lückenhaftigkeit seines auf uns gelangten Gedichtes, einen reichhaltigen Blick in die Fülle altgriechischer Vorstellung über die zahlreichen Göttermächte des Wassers und deren Wechselbezug zu gewähren<sup>(3)</sup>. Als Untiefe und unendliche Flüssigkeit ist *Pontos* gedacht, der von Himmel und Erde geboren von Gaa wiederum zeugt und mit allem Schreckniss und Wundersamen des Meeres, mit Thaumas, Phorkys, Keto, Eurybia — Wunder, Klippe, Ungethüm und Weit-Herrschaft — zugleich auch *Nereus* dem ehrwürdigen Meergreis und Herrscher der Meerestiefe das Dasein giebt. Von Nereus aber und seiner Gemahlin, Doris der Spenderin, entstammen zahlreiche rosige Töchter, die *Nereiden*, und während in diesen aller Segen und Reiz des Meeresspiegels einer funfzigfältigen Reihe von Namen eingeprägt sich uns ausspricht, steht ein noch weitschichtigeres Geschlecht näherender und schicksalskundiger Meerfrauen gegenüber: jenes aus dem Prometheus des Aeschylos uns wohlbekannte Geschlecht der *Okeani-*

den, welches statt auf den unfruchtbaren Pontos auf einen ihm ebenbürtigen nahrhaften Urstrom *Okeanos* und auf dessen Gemahlin die Nährmutter *Tethys* zurückgeht.

In diesem nicht minder einfachen als mannigfaltigen Gegensatz der von *Okeanos* und von *Nereus* abstammenden Wassermächte ist, wenn wir nicht irren, das ganze System enthalten, welches der hesiodischen Theogonie als ursprünglich beigelegt werden darf. Mancher uns sonst wohl bekannte Meergott, wie *Proteus Glaukos Aegäon Palämon* und *Andre*, ist bei Hesiod übergegangen, oder er wird, wie bei *Triton* <sup>(4)</sup> der Fall ist, nur nebenher als Schofskind des neuen Geschlechtes von Meerbeherrschern erwähnt, das mit der Himmelsmacht des olympischen Zeus auch die Meerewelt seines Bruders Poseidon anerkennt. Auf weibliche Meergottheiten vollends legt Hesiod kein Gewicht: manche in solcher Beziehung sonst hochgestellte Göttin, namentlich *Thetis* und *Amphitrite*, tritt aus der Schaar seiner Nereustöchter bei Hesiod nicht hervor, *Leukothea* bleibt ihm ganz unerwähnt. So kann es auch füglich dahin gestellt bleiben ob ein gegen das Ende der Theogonie ausgesprochenes Zeugniß, durch welches die Nereide *Amphitrite* in nachhomerischer Ansicht als allgemeinsten Ausdruck des Wassers neben der Erd feste *Hestia* und zugleich mit Poseidon als oberste Meeresgöttin erscheint <sup>(5)</sup>, dem hesiodischen Gedicht schon ursprünglich oder vielleicht erst durch späteren Zusatz angehört. Zwar ist der Umstand, daß neben der großen in unserem Texte der Theogonie enthaltenen Reihe von Ehen und Liebschaften des Zeus, aus denen das spätere Götter- und Heroengeschlecht hauptsächlich entstanden ist, nur eine einzige ähnliche Verbindung des Poseidon genannt wird, gegen jene Ursprünglichkeit nicht schlechthin entscheidend: es kann eine Ausspinnung des Zeusdienstes mit Hintanstellung des Poseidon durch die besonderen Kultusverhältnisse der Landschaft bedingt gewesen sein, in welcher die hesiodische Theogonie entstand; wohl aber kommt die Frage in Betracht, ob zur Zeit dieses Gedichtes *Amphitrite* bereits vorzugsweise für Poseidons Gemahlin und ob sie als solche im Tempeldienst galt, der jene Gemeinschaft in älterer Zeit mit Übergehung *Amphitritens* mehreren anderen Göttinnen zuspricht.

Fragen und Untersuchungen solcher Art führen zunächst auf eine umfassendere Betrachtung der Meeresgottheiten griechischen Götterdienstes als solche bisher angestellt ward. Im Allgemeinen ist anzunehmen, daß die

Götternamen der hesiodischen Theogonie, mit Ausschluss der für den Zusammenhang des Systems hinzugedichteten Personificationen eines abstracten Begriffs, großentheils aus dem Personal einzelner früh verdunkelter Kulte entnommen sind. Selbst für titanische Mächte, wie Kronos und Rhea, Hyperion und Theia, Prometheus und Atlas es sind und wie als Einzelgott auch Titan es ist, hat diese Bemerkung ihre Gültigkeit; sie darf um so eher auch auf die obersten Mächte ausgedehnt werden, die Hesiod dem Reich der Gewässer voranstellt. Götterdienste des *Nereus* sind, wenn auch spärlich, bezeugt <sup>(6)</sup>, und wenn eine ähnliche Annahme für *Okeanos* schwankender ist, so läßt sie doch, mit etymologischem Bezug auf die böotischen Sitze Onka's, auf Onchestos und auf die ogygische Fluth, sich nicht ganz abweisen <sup>(7)</sup>, um so weniger wenn von den minder berühmten Meergottheiten *Glaukos*, *Aegäon*, *Proteus* <sup>(8)</sup>, und wenn ganz hauptsächlich der, durch Tritonen, Tritoniden und tritonische Nymphen in mythischer Breite uns bekannte böotische *Triton* <sup>(9)</sup> sichere Spuren ihrer vormaligen Lokalkulte gewähren. Von eben so hoher, vielleicht noch höherer Gültigkeit altgenofsner Verehrung sind denn auch die mancherlei hier in Rede kommenden weiblichen Meergottheiten, namentlich die gefeierten *Nereiden* <sup>(10)</sup>; abgesehen von der nur poetisch und leicht gefärbten Benennung der meisten Okeanos- und Nereustöchter <sup>(11)</sup> sind Namen wie die bereits berührten der Thetis und Leukothea unter ihnen. Von diesen beiden ist *Thetis* als große thessalische Göttin bekannt <sup>(12)</sup>, und wenn die Heroensage der Aeakiden jene Geltung verdunkelt, die Theogonie in die Reihe der Nereustöchter sie hinabgerückt hat, so ist doch kaum zu bezweifeln daß sie der Okeanosgemahlin und Nährmutter Tethys, gleichlautenden Namens bei verschiedener Schreibung, ursprünglich gleichkam, wie denn auch die Vermuthung nahe liegt daß sie als Gemahlin, nicht als Tochter, ursprünglich neben Nereus sowohl als neben Okeanos genannt werden mochte. Dieser Göttin thessalischer Küsten aber steht, obwohl den Nereustöchtern nicht angehörig, die Meeresgöttin der Minyer *Leukothea* zur Seite, die in Korinth als Muttergöttin eines dem Poseidon gleichstehenden Meergotts, Palämon, und außerdem an den tyrrhenischen Küsten Italiens in gebietender Geltung uns begegnet <sup>(13)</sup>.

Allen jenen Götternamen eines späterhin verdunkelten, um so sicherer aber in der Vorzeit Griechenlands gefeierten, Wasserdienstes steht nun in eigenthümlicher Weise der spätere Alleinherrscher des Meers Poseidon-

*Neptunus* <sup>(14)</sup> gegenüber. Uralte Dienste, wenn nicht ausschließlich des Gottes der Salzfluth, doch um so mehr eines Gottes nährenden sowohl als fluthender Gewässer sind aus Athen und Arkadien ihm bezeugt <sup>(15)</sup>; Böotien und der Peloponnes sind von Stammsagen erfüllt die mit Söhnen Poseidons beginnen, und wie er als ionischer Gott das attische Küstenland bis zum Isthmos beherrscht ist aus der Sage des Theseus bekannt; auch scheint besondere Heiligkeit seiner ältesten Kulte für hohes Alter des ihm gewidmeten Dienstes zu sprechen. Aber nicht ganz willkürlich, wenn auch dem theräisch-kyrenischen Poseidon, überhaupt einem Gotte der Schifffahrt leicht aufgedrungen, kann Herodots Zeugniß sein, Poseidon sei ein ausländischer, seiner Meinung zufolge ein libyscher Gott <sup>(16)</sup>. Abgesehen von der Schwierigkeit aus phönicischem oder anderm barbarischem Götterdienst diese Meinung zu unterstützen, steht soviel doch fest, daß die nächste mythische Umgebung Poseidons — Amphitrite Tritonen und Nereiden — nicht von ihm selbst, sondern von älteren griechischen Meeresgöttern, von Triton und Nereus, benannt sind. Es ist ferner nicht gleichgültig daß pelasgische Idole dieses Gottes uns fehlen; außerdem unterliegen, wie sich zeigen wird, die genealogischen Verknüpfungen sowohl als auch die scheinbar uralten Kulte desselben mancher Beschränkung, die heiligsten Gebräuche seines Dienstes manchem Verdacht ausländischen Einflusses. Bei solcher Bewandniß haben wir denn, um über Ursprung, Wesen und Geltung des Poseidon uns aufzuklären, die Hauptorte <sup>(17)</sup> sowohl als die bezeichnendsten Erscheinungen seines Dienstes näher ins Auge zu fassen, und zwar wird es Vorzüge haben die Betrachtung desselben von einem Ort zu beginnen wo mehrere Namen und Formen desselben sich durchkreuzen, nämlich von Athen.

Seit der kekropischen Gründung Athen's war Poseidon in Attika nicht minder als Pallas Athene bekannt <sup>(18)</sup>. Als er das Rofs, als Athene dagegen den Ölbaum dem Land verlieh, blieb dem Spruch der zwölf Götter zufolge Athene als oberste Göttin verehrt; diesem Richterspruch fügte Poseidon sich zornig <sup>(19)</sup>, und weniger als die Sitte des Alterthums sonst es gebot, scheinen die Athener an seine Versöhnung gedacht zu haben. Aus ihrem vielfachen Tempeldienst wird kein eigenes Heiligthum Poseidons im Innern der Stadt je erwähnt; nur ihre Umwohner, „Umwohner“ Amphiktyons Nachkömmlinge, in Eleusis und Sunion, Kolonos, Piraeus und Phaleron



wußten davon <sup>(20)</sup>, so daß es bedenklich wird den im Dienst der Athene Polias einbegriffenen Dienst des Erechtheus, seiner bezeugten Gleichstellung mit Poseidon ungeachtet, für einen Poseidondienst im gewöhnlichen Sinne zu nehmen. Vielmehr ist nicht zu verkennen, daß schon in der ältesten attischen Sage zwei von einander verschiedene Poseidonsdienste uns vorgeführt werden. Nach seiner Ausweisung unter Kekrops <sup>(21)</sup> tritt dieser Gott, unter dessen Nachfolgern Erichthonios und Pandion unerwähnt, erst unter dem darauf gefolgten <sup>(22)</sup> *Erechtheus*, diesem selbst als „Erdschüttler“ gleichnamig <sup>(23)</sup> und dem gedachten Pflegesohn Athenens Erichthonios gleichgeltend <sup>(24)</sup>, in den athenischen Burgdienst dieser Göttin ein, nimmt an Mythe und Kultus jenes vom Feuergott Hephästos gebornen, von Athenen aber erzogenen und in ihrem Tempel begrabenen Erichthonios Theil <sup>(25)</sup>, und wird, unterstützt durch vieldeutige Benennung und Bildung, zugleich als Erichthonios, Poseidon-Erechtheus und Zeus uns bezeichnet <sup>(26)</sup>; das ungemischte Wesen des echten Poseidons jedoch ist von jenem schlangengestalten Erdgeist durchaus verschieden. Diesen echten Poseidon, den wilden Schöpfer und Lenker des Wogenrosses, Poseidon Hippios, der Demeter verwandter als Pallas Athenen, ehrten Amphiktyon mehr als Kekrops, Eleusis mehr als Athen <sup>(27)</sup>; er ist es, den Kekrops laut Götterspruch ausschloß und König Erechtheus nur nothgedrungen verehrte, dergestalt daß er im schweren Krieg mit Eumolpos <sup>(28)</sup>, Orakeln gehorsam, die Tochter ihm opferte <sup>(29)</sup> und jenen Krieg etwa nach sonstigem Brauche des Alterthums, durch Einbürgerung des fremden Kultus zum heimischen, des Poseidon Erechtheus zum Hephästos- und Erichthoniosdienst des athenischen Pallastempels, versöhnlich beendete <sup>(30)</sup>. Ist es nun hienach ganz folgerécht, den Dienst Poseidons, trotz der ihm nachgewiesenen zwiefachen Kulte <sup>(31)</sup>, im Innern Athens durch kein selbständiges Heiligthum bezeugt zu finden, so gibt die stete Anmuthung von außen ihn einzudrängen doch auch noch späterhin, namentlich unter den Häuptern des ionischen <sup>(32)</sup> Stamms, unter Aegeus und Theseus, von neuem sich kund. Es gibt nämlich Aegeus nicht nur im Sinn seines Namens als Wogenmann die Möglichkeit eines heroisirten Poseidon <sup>(33)</sup>, sondern es ist auch, mit seiner Gemahlin Aethra in heimlicher Ehe verbunden, Poseidon der wirkliche Vater des *Theseus* <sup>(34)</sup>; von Theseus aber ward Hain und Altar des Poseidon Hippios, im außerhalb der Stadt liegenden und dem Theseus selbst geheiligten Demos Kolonos, aller Wahrscheinlich-

keit nach gegründet. Nichtsdestoweniger ist dieser, die göttliche Abkunft des Theseus verkündende, dem Theseus mannigfach gnädig erwiesene, furchtbar, doch auf des Vaters Begehr, auch an dessen Sohn Hippolyt bethätigte Poseidon Hippios <sup>(35)</sup> bei aller späteren Gleichnamigkeit mit dem kekropischen Erechtheus doch ohne Zweifel als der Poseidon eines der frühesten Bevölkerung Athens erst nach langer Bekämpfung hinzugetretenen Stammes anzusehn, und zwar ist, wie jener mit Pallas als Tritogeneia gepaarte kekropische Wassergott vielleicht mit dem Triton des kekropisch - böotischen Athens zusammenfällt <sup>(36)</sup>, noch ungleich sicherer der Poseidon des Erechtheus, Aegeus und Theseus dem Poseidon Trözens <sup>(37)</sup> und der benachbarten Bundesstädte gleich zu erachten, deren wir bald näher gedenken. Nächst dem findet ein neuer Zweig athenischer Poseidonsverehrer durch Ansiedlung der *Neleiden* sich vor, denen König Melanthos und Kodros sowohl als die Geschlechter der Alkmäoniden und Pisistratiden angehörten <sup>(38)</sup>. Dieser letzte Zweig athenischen Poseidondienstes weist, wie der des Erechtheus, seinem Wesen nach, auf die Verknüpfung mit eleusinischem Demeterdienst <sup>(39)</sup>, geschichtlich theils auf die fernere Entwicklung beider Kulte im ionischen Bunde Kleinasiens, theils aber auch auf die frühere Geschichte jenes Dienstes hin, die vom pylischen Neleus und vom thessalischen Pelias anhebt.

Im Stamm der *Neleiden* nämlich und selbst im verwandten des *Minyas* finden wir mehr als irgendwo den Dienst des Poseidon heimisch. Die Ahnfrauen jener Stämme haben in heimlicher Ehe mit diesem Gotte den Heldengeschlechtern <sup>(40)</sup> das Dasein gegeben, an deren Spitze ein *Minyas* <sup>a</sup>, hauptsächlich aber *Pelias* und *Neleus* <sup>b</sup>, die von Poseidons Stute gesäugten Söhne des Rofsgottes, stehn: wie diese beiden Söhne von Tyro hat derselbe Gott jenen *Minyas* mit Kallirrhoe, den minyischen *Leukon* <sup>c</sup> mit Themisto, den böotischen Flußgott *Asopos* <sup>d</sup> mit Pero und, minder erheblicher Nachkommen zu geschweigen, mit Molione auch die riesigen *Aktoriden* <sup>e</sup> erzeugt. An so gewichtige Abkunft zahlreicher nordgriechischer Helden von Poseidon knüpfen sich eben soviel sprechende Andeutungen seines von Nordgriechenland her <sup>(41)</sup>, aus Tempe <sup>a</sup> und Iolkos <sup>b</sup>, Iton <sup>c</sup> Onchestos <sup>d</sup> Theben <sup>e</sup> Koronea <sup>f</sup> Aegä <sup>g</sup> Gerästos <sup>h</sup> Delphi <sup>i</sup> wie nächst dem aus Megara <sup>k</sup> und dessen Pflanzstädten berühmten und von dort weiter südwärts verbreiteten Dienstes. Als Träger desselben sind jene bereits gedachten Söhne Poseidons von Tyro

des Aeolos Tochter, der iolkische Pelias <sup>(42)</sup> und der pylische Neleus <sup>(43)</sup>, vorzugsweise berühmt, letzterer zumal, mit dessen Namen und Sprößlingen die bedeutendsten Dienste Poseidons im Peloponnes <sup>(44)</sup>, in Kleinasien dem Land poseidonischer Panionien <sup>(45)</sup>, auf den ägäischen Inseln <sup>(46)</sup> und im italischen Westland <sup>(47)</sup> verknüpft sind. Als ein Hauptsitz jenes pylischen Poseidondienstes wird das triphyliche Samikon uns genannt; Ursitze aber desselben Dienstes sind äolische Städte, deren Namen zum Theil in jüngeren Ansiedlungen desselben Stamms, von Thessalien südwärts getragen, sich wiederholen, *Iolkos* am Abhang des Pelion und die benachbarten Städte *Arne* und *Iton*. Aus allen diesen Städten ist die Verehrung Poseidons bezeugt, und von eigenthümlichen Zügen sonstiger Götterdienste begleitet. Zu *Arne* erzeugt er mit der gleichnamigen Nymphe einen Aeolos und einen Böotos <sup>(48)</sup>, offenbare Bezeichnungen des von jener Stadt aus nach Böotien vorgedrungenen Aeolerstammes: das böotische Arne <sup>(49)</sup> kannte ihn in Stiergestalt, das thessalische dem Ortsnamen gemäß vermuthlich in der eines Widders <sup>(50)</sup>, woran denn die Sage sich knüpft als sei Poseidon in Widdergestalt (wie Ähnliches von Hermes berichtet wird) mit Theophane vermischt des goldenen Phrixoswidders Vater geworden. Nicht unbetheiligt vom Dienst des Poseidon mochte auch das benachbarte *Iton* sein: diese gleich Arne aus Thessalien und aus Böotien, hier aber durchs Bundesfest der Pam-böotien und als Sitz der itonischen Pallas bekannte Stadt <sup>(51)</sup> verehrte zwar als Beisitzer derselben den Zeus oder Hades <sup>(52)</sup>, zeigt aber auch in ihres Gründers Itonos <sup>(53)</sup> Vermählung mit einer vom poseidonischen Rosse benannten Jungfrau Melanippe, vielleicht selbst in dessen Vater Amphiktyon, unverkennbare Spuren poseidonischen Dienstes. Ungleich sprechender freilich ist aus *Iolkos* die Kunde vom Gott der Gewässer uns erhalten: aus Iolkos wo zwei roßgesäugten Helden, dem Pelias und Neleus, Poseidon Ahnherr und gefeierter Gott war, während ebendasselbst durch Iason ganz andere Gottheiten, namentlich Hera Pallas und als Schützer der Argofahrt der pagasäische Apoll <sup>(54)</sup>, verehrt wurden. Wie hier benachbarte Aeolerstämme einerseits dem Poseidon, anderseits aber dem Apollo sich dienstbar zeigten <sup>(55)</sup>—eine Gemeinschaft für welche auch das Thal Tempe <sup>a</sup> Spuren gewährt—, darf an der von den Argonauten berührten troischen Küste der Mauerbau, welcher durch beide Götter gemeinsam für König Laomedon aufgeführt ward, ebenfalls als eine Spur äolischer Eindringlinge betrachtet wer-

den, und wenn dort Poseidon um die ihm verheißenen Rosse betrogen, daß heist seiner Opfer beraubt, Apollo aber zu Troja <sup>6</sup> fortwährend geehrt wird, so läßt sich vielleicht vermuthen daß eine ähnliche Trennung der Volksgeschlechter dort thätig war, wie sie zu Iolkos zwischen Iason und Pelias zu Gunsten derselben Gottheiten sich kundgab. Woneben denn auch das noch hieher gehört, daß wie in des Neleus Hause zu Pylos, so auch im nahen eleischen Reiche des Pelops ursprünglich Poseidon und Demeter, späterhin aber, nach Zwisten die ganz wie in Iolkos einem Goldlamme galten, Zeus- und Apollodienst vorherrschend waren <sup>e</sup>.

Ein dritter Hauptzweig des Poseidondienstes ist aus Korinth uns bezeugt. Mit der Minyersage verknüpft wird neben Poseidon-Hippios dort Melikertes-Palämon als meerentstandener, samt seiner Mutter Leukothea aus Meeres Tiefe geretteter, Götterknabe dort verehrt <sup>(56)</sup>. Der Dienst <sup>(57)</sup> jenes vielbesungenen <sup>a</sup>, durch schweres Leid zur Göttlichkeit durchgedrungenen, Meergotts war ein nächtlicher Todtendienst; Palämon hatte sein Heiligthum unter der Erde <sup>b</sup> und stand dort Eidschwüren und andern furchtbaren Gebräuchen <sup>c</sup> vor. Dem Poseidon wird er bald gleichgesetzt bald nur beigeordnet <sup>d</sup>, dergestalt daß Poseidon Hippios vielleicht erst durch Theseus zur Gemeinschaft des isthmischen Dienstes gelangte, in welchem Leukothea und Palämon von Poseidon gesondert dargestellt waren <sup>e</sup>: dieses in gleichem Verhältniß wie in Athen, ebenfalls durch Theseus, der jüngere Poseidon Hippios dem ältern Poseidon Erechtheus hinzugefügt ward. Das Menschenopfer, welches des letzteren Einsetzung und in Tenedos wenigstens auch den Palämon begleitete, führt uns auf sonstige Spuren schauerlicher Gebräuche des poseidonischen Dienstes. Nicht unmöglich daß hier auch phöniciſche Einschlagsfäden zu scheiden sind: in Korinth liegt es nahe, bei Melikertes an den Gott Melkarth <sup>(58)</sup> zu denken, und von phöniciſchen Poseidonsdiensten ist, wenn gleich dunkel, zerstreut und mit kadmeischer Sage verknüpft, in Griechenland — Thera, Rhodos, Athen <sup>(59)</sup> — fast mehr als in Phönicien selbst die Rede, wo in Berytos und sonst ein Dreizack des höchsten Gottes nicht unbekannt ist <sup>(60)</sup>. Näher aber liegt es die gewaltige Kunde des Stiergottes von Onchestos <sup>(61)</sup> mit jenem minyischen Todtendienste des Knaben Palämon zu verknüpfen, dessen Gebräuche nicht minder an dionysische Feier erinnern als Ino-Leukothea seine Mutter von bacchischem Orgasmus erfüllt ist. Zweige jenes poseidonisch-bacchischen Kna-

ben- und Stierdienstes <sup>(62)</sup> sind im benachbarten Theben und an der äußersten peloponnesischen Küste, in Tánaron und in Brasiä nachzuweisen <sup>(63)</sup>, wie sie denn auch in der Kunde eines durch gemeinsamen Poseidondienst begründeten Städtebunds, einer poseidonischen Amphiktyonie, der zu Kalauria ähnlich, liegen, deren wir jetzt näher gedenken müssen.

Auf der Insel Kalauria nämlich, deren Nachbarstadt Trözen als Ursitz theseischen Poseidondienstes in naher Verbindung mit Athen bekannt ist, hatte, angeblich durch Umtausch des dortigen Apollo mit dem zu Delphi ansässigen Poseidon <sup>(64)</sup>, ein amphiktyonischer Städtebund sich gebildet welcher *Hermione Epidauros Aegina Nauplia*, aber auch *Athen* und *Prasiä* und selbst die alte Hauptstadt der Minyer, *Orchomenos*, zu gleichem Dienst des Poseidon vereinigte <sup>(65)</sup>—, eine Verbindung deren Alter sowohl als Dauer durch die Erwähnung von Orchomenos und Prasiä hinlänglich begrenzt ist, um sie vor der Einwanderung der Herakliden gegründet und noch in der dreißigsten Olympiade bestehend zu glauben <sup>(66)</sup>. Die Auswahl gedachter sieben Städte betreffend, so bleibt dieselbe auch nach O. Müller's Untersuchung um so befremdlicher, je weniger neben dem Antheil den das böotische Orchomenos an jenem übrigens peloponnesischen Städtebund hatte, eine andre bereits erwähnte poseidonische Amphiktyonie sich bezweifeln läßt, deren Mittelpunkt das gleichfalls böotische Onchestos <sup>(67)</sup> war. Einen rein politischen Grund kann man in jenem Bündniß schon wegen Entlegenheit der theilnehmenden Städte nicht suchen, wie denn auch der Umstand daß die erwähnten Orte sämtlich als Küstenstädte eine Schutzwehr gegen Städte des Binnenlands voraussetzen lassen, nur nebenher in Betracht kommt. Aber auch als religiöser, zum Schutz des Poseidondienstes gegründeter, Bund kann jener kalaurische nur dann betrachtet werden, wenn man vom üblichen Umfang ähnlicher Bündnisse, namentlich des panionischen, absieht und die befremdende Ausschließung des onchestischen Bundes sowohl als auch der nahen Poseidonsdienste Korinths, Megara's und selbst Trözens <sup>(68)</sup> aus dem uralten Abstammungsverhältniß erklärt, welches gerade jene Siebenzahl in Kalauria vereinigter Städte verbunden haben mag <sup>(69)</sup>. Obenhin angesehen gewährt deren bekanntlich sehr gemischte Bevölkerung—„Ionier, Minyer, Karer, Dryoper, Myrmidonen und allerlei Fremdlinge“ weist Müller ihnen nach <sup>(70)</sup>—zwar keine hinlängliche Stütze solcher Vermuthung; bei genauerer Prüfung jedoch dürfte der kalaurische Bund nichtsdestoweniger

als ein Schutzbund halb barbarischer Küstenstädte, gegründet zur religiösen Schutzwehr ihres halb ausländischen Poseidondienstes gegen den autochthonischen Übermuth der Städte des Binnenlands und ihrer rein griechischen Kulte, sich bewähren. Anerkannt ungrisch war unter jenen sieben Städten die Bevölkerung Prasiä's <sup>(71)</sup>, unzweifelhaft karisch die von Epidauros und auch von Hermione <sup>(72)</sup>, phönicischer Abkunft nach mancher Andeutung auch die von Nauplia <sup>(73)</sup>; aus Orchomenos ferner und aus Athen ist die Ausweisung des Poseidondienstes in leicht verständlicher mythischer Form — Leukothea's Verfolgung und Athenens gewonnener Wettstreit — hinlänglich bezeugt um dortige Theilnehmer am Poseidonsdienst nur für einen Theil der gesammten Bevölkerung zu nehmen, wie in der That neben den berühmteren Kulturen Aegina's auch für den dortigen mystischen Kult Poseidons und Aphroditens <sup>(74)</sup> wahrscheinlicher ist; und wenn nach diesem allen auch noch die Lage der Insel Kalauria erwogen wird, einer gleichsam dazu geschaffenen Insel um fremden Eindringlingen festen Fuß und Ausübung ihres Götterwesens zu sichern, so darf uns der dortige Bund wol mit allem Recht als ein ursprünglicher Bund karischer phönicischer und libyscher Ansiedler zu Gunsten ihres von Herodot als libysch bezeichneten Schiffergotts gegen die stärkere Gewalt einheimischer Kulte erscheinen. Ein Beleg mehr für die Richtigkeit dieser Ansicht liegt in der Ausschließung Trözens vom kalaurischen Bunde, einer Stadt deren vielbezeugter Poseidonsdienst hinter den Kulturen dort ansässiger Pelopiden — den Kulturen des Zeus und Helios — früh zurücktreten mußte und innerhalb ihres städtischen Bezirks <sup>(75)</sup> um so eher sich damit genügen liefs, als dortigen Poseidonsverehrer das nahe Kalauria offen stand. Ähnliche Gründe bevorzugten sonstigen Götterdienstes mochten zur oben berührten Ausschließung Korinths und Megara's vom kalaurischen Bunde gleichfalls beigetragen haben; im Allgemeinen jedoch dürfte es irrig sein den Poseidon durch eine Fülle sonstiger Gottheiten verschiedener Stämme, der Danaer und Pelopiden, Kadmeer und Minyer überboten zu glauben: der alleinige Apollodienst scheint meistens hiefür genügt zu haben. Andre Belege dieser Ansicht werden uns später begegnen; hier kann, den Göttertausch von Kalauria unbefangen zu würdigen, die Thatsache uns genügen, daß Amphiktyonenvereine hauptsächlich in Bezug auf Apoll und Poseidon bekannt sind: wie für diesen in Kalauria, On-

chestos und Samikon, haben für jenen ungleich siegreicher die Amphiktyonen von Tempe und Delos gewirkt <sup>(76)</sup>.

Mit dieser Betrachtung sind wir der Frage näher gerückt, in wie weit Poseidon für einen rein griechischen oder ursprünglich ausländischen Gott zu gelten habe. Allerdings wird die libysche Abkunft, die Herodot ihm beimeist und Böttiger unterstützt <sup>(77)</sup>, zugleich mit andrer barbarischer, etwa von Karern und Lelegern <sup>(78)</sup>, durch die griechischen Abstammungssagen nicht weniger als von der heutigen Forschung abgelehnt. Wie viel Willkür in jenen genealogischen Urkunden auch obwalten möge, so kann es uns doch nicht gleichgültig sein die Namen von Völkerstämmen wie Achäos Phthios Pelasgos für Kinder Poseidons und der pelasgischen Larissa gegeben zu sehn <sup>(79)</sup>, und von den gangbarsten hellenischen Stämmen, wie sie als Sprossen von Hellens Kindern, Aeolos Doros und Xuthos, uns vorgeführt werden, den Dienst des Poseidon geübt zu finden <sup>(80)</sup>. Achäern und Dorern ist er im Ganzen zwar fremd <sup>(81)</sup>, aber Ioner und Aeoler bei denen beiden er heimisch ist genießsen ein nicht geringeres Anrecht auf altpelasgische Geltung. In wie weit dieses Anrecht begründet sei, hängt hauptsächlich von richtiger Auffassung des Aeolerstammes ab. Wenn Müller, auf Aegus und Theus wie auf die Ioner Achaja's und Kleinasiens gestützt, den Poseidon einen altionischen Gott zu nennen pflegte <sup>(82)</sup>, so geschah dies auf Kosten des Aeolerstammes, der in Stammhäuptern wie Pelias Neleus und Sisypchos die entschiedensten Bekenner des Poseidon aufweisen kann; böotische Minyer und zahlreiche Ortsheroen, die Ahnen von Delphi und Hyria, Tegea und Sparta, von zahlreichen Inseln und Küstenstädten, sind mit eben jenem verbreitetsten Stamme der griechischen Heldensage verknüpft. Wie aber beim ionischen Stamme sich ernstlich fragen läßt, ob nicht Apollo mit gleichem ja größerem Recht für dessen Hauptgott zu halten sei als Poseidon, tritt auch hier bei den Aeoliden der Umstand ein daß nur ein Theil derselben den Dienst des Poseidon bekennt und verbreitet, ein anderer aber demselben vielmehr entgegensteht <sup>(83)</sup>—, ein Verhältniß welches im festen Religionsverband der Achäer und Dorer keinesweges obwaltet und unsre Berechtigung steigert die Hellenen in diesen Stämmen, in den Aeolern aber ihrem Namen gemäß Bevölkerungen einer zugleich auch vom Ausland theiligten gemischteren Abkunft zu erkennen <sup>(84)</sup>, wie solche nächst dem auch den Ionern sich schwerlich wird absprechen lassen <sup>(85)</sup>.

Diese von gewichtigen Forschern, wenn nicht scharf ausgesprochene, doch mannigfach vorbereitete Ansicht, nach welcher der Aeolerstamm im Gegensatz der Achäer und Dorer vielmehr eine in Schiffer- und Küstenverkehr erfolgte Mischung von Völkerstämmen als einen einzigen reinen Hellenenstamm in sich schließt, wird durch die Religionsunterschiede wahrscheinlich, welche auch nach dem beschränktesten Stammbaum des Aeolos unter dessen vier Söhnen — Athamas Kretheus Salmoneus und Sisypchos (<sup>86</sup>) — sich finden. Während unter diesen Salmoneus und Sisypchos als Ahnen so durchaus neptunischer Heroen dastehn wie Pelias Neleus und Bellerophon es sind, birgt derselbe Stamm auch so offenbare Verächter und Gegner des Poseidon, wie nicht nur der Aeolide Odysseus, sondern auch Athamas und die Sprossen des Kretheus es sind. Aus des Athamas Haus wird der Meergott Palämon flüchtig; die Rückholung des Phrixoswidders, obwohl vom poseidonischen Iolkos ausgegangen, hat durch ganz andere Götter als durch Poseidon ihren Fortgang, und wenn wir den furchtbaren Sagenkreis jenes ersten der Aeolossöhne zugleich mit dem Gegensatze des Pelias und seines angeblichen Neffen Iason verfolgen, so wird man versucht jene Befehdungen äolischer Stammhelden der Hauptsache nach als einen Streit andrer Götterdienste mit dem des Poseidon zu fassen. Wenn ferner der mit Zeus Apollo und Pallasdienst verknüpfte Stamm des Iason menschlicher und hellenischer für uns dasteht, als der dem Poseidonsdienste gewidmete des Neleus und Pelias, so liegt die Vermuthung allerdings nahe, als sei hier ein wilderes und in seinen frühesten Keimen vielleicht ausländisches Volkselement dem pelagischen und hellenischen Wesen der übrigen äolischen Bevölkerung einverleibt. Dieser Vermuthung schließt der mit entschiedenem Barbarenthum gemischte Charakter sich an, den die zahlreichen Poseidonsverehrer der griechischen Sage an sich tragen. Liegt dies für Neleus, Sisypchos, Aegus und Andre am Tage, so ist hier nachzuholen wie viele ganz außerhalb der hellenischen Bildung stehende Personen derselben Ableitung von Poseidon angehören. Manchen seltsamen Zug seiner Frauenliebe wollen wir zwar nicht dahin rechnen, nicht die in Widdergestalt von ihm geliebte Theophane der lampsakenischen Sage und selbst die rhodische Halia nicht (<sup>87</sup>); wenn aber an der bithynischen Küste der wilde Amykos, wenn in Sicilien Eryx und Polyphem, wenn auch der Busiris Aethiopiens ein Sohn Poseidons heißt, wenn selbst in Attika die von Theseus bekämpften



Unholde des Küstenwegs für Söhne seines angeblichen Vaters Poseidon gelten, wenn endlich die Wildheit jener von Pollux Theseus Odysseus Herakles erlegten Poseidonssöhne <sup>(88)</sup> mit finstern Gebräuchen und Sagen poseidonischen Dienstes und Einflusses <sup>(89)</sup> — mit Höhlentempeln <sup>a</sup>, Kindes- <sup>b</sup> und Jungfrauopfern <sup>c</sup>, Versenkung von Rossen <sup>d</sup> Stieren <sup>e</sup> und Ebern <sup>f</sup>, Aussendung von Meeresdrachen <sup>e</sup> und feuerschnaubenden Stieren <sup>h</sup> zusammentreffen —, so tritt die Erinnerung an Meeresgötter karischer lelegischer oder phöniciſcher Herkunft <sup>(90)</sup> <sup>a</sup>, es tritt die Einwirkung phöniciſcher Molochsdienste die man im Minotaur zu erkennen pflegt <sup>b</sup>, es tritt die Namensspur phöniciſcher Einwirkung (fast unverdächtiger als in Belos und Thasos in der thessalischen Tyro <sup>c</sup>), es tritt endlich die eben so oft gerettete als bekämpfte Glaubwürdigkeit Herodots siegreich von neuem hervor, laut welchem Poseidon ein libyscher Gott ist <sup>d</sup> und mit dem thasischen Bergbau <sup>e</sup> gleichzeitig die phöniciſchen Einschlagsfäden nordgriechischer Urzeit bezeichnet.

Dem gegenwärtigen Standpunkt der mythologischen Forschung kann eine solche Ansicht ohne sehr entscheidende Gründe nicht wohl zusagen: wir lassen die Schlüsse daher bei Seite, mit welchen Böttiger Pferd und Thunfischgabel <sup>f</sup> als orientalische Belege für die Abkunft Poseidons hervorzog, und suchen zu weiterer Feststellung unsrer Ansicht vielmehr nach Spuren der frühesten Gestalt und Auffassung dieses Gottes. Gehen wir von der homerischen Vorstellung seines Wesens <sup>(91)</sup> aus, so ist der abgeschlossene und herbe Charakter <sup>a</sup>, den er den Göttern und Sterblichen gegenüber behauptet, gewiß nicht bloß als Ausdruck des tükischen Meeres zu fassen in dem er waltet. Okeanos und Nereus bekunden hinlänglich wie mild und menschlich dies Element dem Hellenen erschien, und wollte man sagen es sei in jenen die heitere Seite desselben, Poseidon ihnen gegenüber als dessen Ungestüm aufzufassen, so lehrt uns die gangbarste mythologische Kenntniß daß jener mächtige Meergott, weit entfernt sein bekanntestes Element nur einseitig auszudrücken, im älteren Griechenland durchgängig als Gott aller Feuchte, der nährenden <sup>b</sup> eben so sehr als der salzigen, aufgefaßt ward, daß er die Erdfeste zu erregen und zu befestigen gleich mächtig war <sup>c</sup>, daß er zugleich als Herr der Gewässer und als Gebieter von Erde und Unterwelt <sup>d</sup> galt. Ist er jedoch seinem Wesen nach den übrigen Olympiern fremd, so wird eben dadurch die Wahrscheinlichkeit seiner ausländischen Abkunft gesteigert; sie wird es ferner durch die ihm beigelegten Symbole. Als

solche sind neben Dreizack und Rofs auch Widder und Stier zu nennen. Der Widder nur in der Sage die ihn in jenes Thieres Gestalt, gleich Zeus und Hermes, versetzt mit Theophane und Arne buhlen läßt <sup>(92)</sup>; Stiergestalt gibt <sup>(93)</sup> bei dieser letztern ihm die böotische Sage, die samt dem Stiergott von Arne <sup>a</sup> und Onchestos <sup>b</sup>, samt dessen Stieropfern <sup>c</sup> und samt den furchtbaren Feuerstieren <sup>d</sup> Poseidons theils an Zeus und Europa, theils an den blutigen Stierdienst des Minos <sup>e</sup> erinnert. Vorzugsweise ist denn aber allerdings das in den Mythen als Wogen- Weide- und Zeugungssymbol bekannteste Attribut dieses Gottes, das Rofs, geeignet der phönicischen Ableitung desselben das Wort zu reden <sup>(94)</sup>. Überdies kommt, um Ausländisches an Poseidon zu erkennen, nun auch von neuem dessen Gestalt in Anschlag: unter pelagischen Göttersteinen wird diese vergebens gesucht <sup>(95)</sup>, wohl aber ward sie in Zwerggestalten erkannt, die asiatisch — als Korybant oder Satrap — benannt wurden <sup>(96)</sup>, und auch die Kindesbildung des von Leukothea gebornen Melikertes-Palämon gehört um so mehr hieher, je weniger analoge Kindsbildungen des Adonis zu bezweifeln sind <sup>(97)</sup>, der mit Aphrodite vereint jenem Paare Leukothea's und ihres Kindes nicht unähnlich ist. Wie denn durch diese Ähnlichkeit auch die räthselhafte Benennung eines adonischen Poseidon und dieses Gottes Verhältniß zu Aphrodite <sup>(98)</sup>, nämlich Urania, verständlicher wird, während der griechisch entwickelte Poseidon vielmehr als reif männlicher Herrscher und in Verbindung mit Demeter bekannt war, seiner späteren Paarung mit Amphitrite zu geschweigen.

Werfen wir ferner noch einen Blick auf die Gebräuche poseidonischen Götterdienstes, so darf jene Verbindung mit der griechischen Demeter oder auch mit Pallas, samt den darauf bezüglichen Priestergeschlechtern der Antheaden Butaden Makistier <sup>(99)</sup>, uns über die ursprüngliche ungezähmte und unbellenische Wildheit jenes Dienstes nicht täuschen, der auch die Roheit der Sagen über Poseidon Hippios zur Seite geht. Menschenopfer empfangen in ältester Zeit auch Zeus und Apollo, die Idee der Büßung und Sühne ist ihrem Dienste jedoch tief eingedrückt; häufiger, unbändiger, von sittlichem Vorwand entblößter sind die im Dienst des Poseidon uns bezeugten Jungfrauen- und Kindesopfer, mit denen die feuerschnaubenden Stiere die er aussandte in enger Verbindung stehn. Sage und Sitte des attischen Erechtheus und kretischen Minotaurs nicht weniger als des phönicischen Molochs fallen, wie bemerkt, mit diesem blutigen Götter-

dienst sichtlich zusammen, und es wird uns unter den Anlässen jenes ersten Poseidons Name auch nicht verschwiegen (<sup>100</sup>).

Wenden wir, um Wesen und Ursprung des Poseidondienstes nach Möglichkeit zu begrenzen, uns endlich auch zu Poseidons Geltung im griechischen Götterpersonal, so ist die Bemerkung voranzuschicken, daß jener Gott an nicht wenigen Orten Griechenlands ein aufgedrungener oder doch zurückgewiesener war. Wenn die kalaurische Sage dieses Verhältniß nur als einen Tausch mit dem delphischen Apollodienst behandelte und den Poseidon wol auch, als sei er mit solchem Ortstausch wohl zufrieden, einen tauschgewohnten Gott nannte, so treten doch andre geschichtliche Spuren entscheidend ein, um in der Mehrzahl ähnlicher Fälle den Poseidon gegen andre Gottheiten zurückgesetzt zu glauben (<sup>101</sup>); und zwar ist nach allem Vorigen leicht anzunehmen, daß es seine barbarische Art und Abkunft war die, wie in Delphi gegen Apoll <sup>a</sup>, so in Korinth gegen Helios <sup>b</sup>, in Aegina gegen Zeus <sup>c</sup>, in Athen und Trözen gegen Pallas <sup>d</sup>, in Iolkos und Argos gegen Here <sup>e</sup>, in Naxos sogar gegen Dionysos <sup>f</sup> ihn das Feld räumen hieß, in ganz ähnlicher Weise wie auch Ares <sup>g</sup> Acheloos <sup>h</sup> und andere nur halb griechische Götter gegen echt griechische Gottheiten und Heroen den Kürzeren ziehn. Erwägen wir ferner im Einzelnen Poseidons Verhältniß zu andern Gottheiten, obenan unter ihnen zum Olymposbeherrscher Zeus, dem der homerische Poseidon nur mit verbissenem Ingrimme gehorcht (<sup>102</sup>), so tritt in den Spuren ältesten Götterdienstes eine doppelte Auffassung im Verhältniß beider Gottheiten uns entgegen. Dafür daß in jener Urzeit des griechischen Götterwesens, die aus Steinen und Bäumen menschlich gestaltete Götter allmählich erwachsen liefs, die Autochthonen des Binnenlands nicht weniger als die Mischvölker der Küste sich eine Gottheit genügen liefsen, die in Zeus und Poseidon erst allmählich sich sonderte, sind noch manche Spuren erhalten in denen beide als gleichbedeutende Götter erscheinen (<sup>103</sup>): so gilt der attische Erechtheus für Zeus sowohl als für Poseidon <sup>a</sup>, mit Demeter vermählt und der mystischen Göttin Kora-Despöna Erzeuger hieß Zeus sowohl als auch Poseidon <sup>b</sup>, der minoische Stierzeus der Menschenopfer in Höhlen erhielt kommt ebenfalls dem Gott feuerschnaubender Stiere dem Poseidon gleich <sup>c</sup>, Zeuskulte nord- und westasiatischer, sicilischer, hellenpontischer und italischer Küstenstädte <sup>d</sup> vereinigen, der halbbarbarischen Kariens <sup>e</sup> zu geschweigen, in ihrer Gestalt und Meerherrschaft auch die Ge-

walt des Poseidon; endlich fehlt es uns auch an Göttergestalten eines zugleich mit Blitz und mit Dreizack gerüsteten Gottes<sup>f</sup> so wenig als an dem die beiderseitigen Götterideen verbindenden Namen eines Zeus Urios und Zenoposeidon. Eine darauf folgende Entwicklungsstufe, diejenige in welcher der hellenische Zeus vom halb asiatischen Götterdienst des Poseidon sich schärfer geschieden zeigt, ist ebenfalls nicht spurlos für uns geblieben: einerseits die nebeneinander bestehenden Kulte und Thatäusserungen beider Götter<sup>(104)</sup>, andererseits Sagen die ihren scharfen Gegensatz bezeugen<sup>(105)</sup>, solche wie die Befehdung des Zeus durch Poseidon und andre Gottheiten<sup>a</sup>, aber auch wie die Verfolgung des Melikertes-Palämon ins Meer, durch Athamas der den laphystischen Zeus ehrt<sup>b</sup>, können darauf bezogen werden, und noch geschichtlicher ausgeprägt ist im Streit des Poseidon und Zeus um Aegina<sup>c</sup>, im Zeus Agamemnon des poseidonischen Pelopidenhauses<sup>d</sup>, in der That auch im athenischen Kampf gegen Poseidon Hippios<sup>e</sup>, die Thatsache eines zu Gunsten des Zeus bekämpften und allmählich zurückgedrängten Poseidondienstes erhalten. So mag es immerhin auch geschichtliche Wahrheit haben, daß Thetis, die hochgefeierte echt griechische Göttin jenes gebirgigen Küstenlands, an welches die ältesten Sagen Apolls und Poseidons samt andern von Pallas und Here, Hephästos und Dionysos sich knüpfen, vom griechischen Zeus sowohl als vom Gotte gemischter Küstenbewohner Poseidon umworben ward<sup>f</sup>: dieselbe Wahrheit, die schroffer als durch jene Werbung ausgedrückt in der Entsetzung des poseidonischen Pelias durch Iason liegt, der von der chironischen Grotte wo Thetis einkehrt, am Hafen des pagasäischen Apollo, mit Eichenholz des dodonäischen Zeus seine Schifffahrt ausrüstet<sup>g</sup>.

In einer gleich ursprünglichen Übereinstimmung, aber in sehr verschiedener Entwicklung zeigt nun Poseidon sich auch in seinem Verhältniß zu *Apollo*. So wenig es der Mythologie gemeinhin gelingt die allmähliche Bildung des allbekannten Wechselbezugs nachzuweisen, in welchem dieser Gott zu Zeus steht, so wenig fehlt es an Kultusspuren, geeignet das sonst minder bekannte Verhältniß Apolls zu Poseidon in seiner Entwicklung darzulegen. Müller hat darauf hingewiesen, wie der Poseidonsdienst hie und da mit dem Dienst eines neptunischen Sonnengottes gewechselt habe<sup>(106)</sup>; diese Bemerkung kann schärfer festgestellt werden, wenn man den gangbarsten Namen jenes Sonnengottes zugleich nennt. In *Apollo Delphinios* <sup>(107)</sup>

— denn kein anderer Name als dieser kann hier gemeint sein — ist vom Delphin der auch Poseidons Symbol ist die Bezeichnung eines zugleich den Gewässern gebietenden Lichtgottes entnommen <sup>a</sup>. Seine Begriffsverwandschaft mit Poseidon geht aus den Gebräuchen des Felsensprunges hervor die, bei Apollo ethisch begründet, auch in dem neptunischen Mythos des Melikertes vorkommen <sup>b</sup>; hauptsächlich aber erhellt sie aus der Legende des attischen Aegeus, der dem Poseidon zugleich und dem Sühngott Apollo Delphinios angehört, durch Felsensprung, wie später auch Theseus <sup>c</sup>, endet und im Delphinion begraben wird <sup>d</sup>. Theseus ferner, nach seiner Abstammung, sei es von Aegeus oder Poseidon, ein poseidonischer, eben so sehr aber dem Apollo Delphinios, nämlich durch Opfer des marathonischen Stiers <sup>e</sup> gefälliger Heros, stellt in der Abschaffung jenes Delphinios <sup>f</sup>, wie in der dafür erfolgten Einsetzung delischen Apollodienstes, den Übergang neptunischen Götterwesens zum apollinischen unzweifelhaft dar. Übereinstimmungen des Poseidon- und Apollobegriffs fehlen in ältester Zeit auch sonst keineswegs <sup>(103)</sup>; sie werden gesteigert, wenn man aus sonstigen Gründen den ältesten Apollo als Sonnengott fassen darf und in dem mehrgedachten Wechsel poseidonischer und apollinischer Kulte die Heliosrosse zu Tánaron und Ähnliches einbegreift <sup>a</sup>; aber auch der schlechthin so genannte Apollo ist vom Pferdsymbol des Poseidon nicht unbetheiligt <sup>b</sup>, und aus der thessalischen Kyknossage ist ein blutiger Apollodienst bezeugt, der an Poseidonsdienste eines gleich blutigen Charakters erinnert <sup>c</sup>. Fügen wir zu diesen und ähnlichen Spuren einer aus gleicher Wurzel in Binnen- und Küstenland verschieden erfolgten Entwicklung der namen- und bildlosen Urgottheit, bald zu Poseidon bald zum Apoll, den Umstand hinzu daß aus Orten altapollinischen Kultes, wie Thera einer ist, Poseidonsdienste und zwar kadmeische erwähnt werden <sup>d</sup>, so wird es begreiflich wie beide Gottheiten im Mythos bald eng verbrüdet, bald aus der Verbrüderung zu feindlicher Ausschließung vorgedrungen erscheinen. Verbrüdet, sei es durch den Begriff göttlichen Wechsellebens oder auch nur in Folge doppelter Weihung verschiedener Volksstämme, sind beide Götter in Samothrake <sup>(109)</sup> und nächst dem in Latium zu finden <sup>a</sup>; verbrüdet erbaun sie, in sprechendem Ausdruck einer theils echtgriechischen theils aus Mischlingen griechischen Küstenverkehrs bestehenden Mannschaft, die Mauern Troja's <sup>b</sup>; benachbarte Heiligthümer <sup>c</sup> derselben Götter sind aus Athen und Onchestos <sup>d</sup> bezeugt,

und Abstammungssagen<sup>c</sup> sowohl als sonstige Mythen<sup>f</sup> bestätigen ihre Befreundung; feindlich aber treten sie dann aus einander<sup>(110)</sup>, wenn Poseidon zu Troja um seine Rosse betrogen wird, während Apollo in Ehren bleibt<sup>a</sup>, wenn zu Iolkos Pelias dem Poseidon, zu Pagasä sein Neffe Iason dem Apollo<sup>b</sup>, wenn zu Athen Aegeus dem Poseidon und dem ihm gleichgeltenden Apollo Delphinios<sup>c</sup>, Theseus aber, der aus gleichem Stamme und Götterwesen, mit dem Drang nach Befreiung von fremder Königs- und Götterherrschaft hervorging, dem delischen und delphischen Apoll angehört<sup>d</sup>, zu welchem fortan die echtgriechische Andacht sich wendet.

Anziehende Spuren jener ursprünglichen Gemeinschaft Apolls und Poseidons lassen auch im fernen *Latium*<sup>(111)</sup> sich verfolgen, dessen Penaten nicht ohne Grund auf Apoll und Neptun<sup>e</sup> gedeutet werden. Ist gleich der Name Apolls erst im Fortgang der römischen Geschichte bezeugt<sup>b</sup>, so sind doch *Vejovis*<sup>c</sup> und *Soranus*<sup>d</sup>, es ist in den Anfängen Roms eine Gottheit ihr angehörig, welche durch Lichtdienst geöffneter Tempelwölbung und durch ihre phallische Bildung dem mit Apoll nah verwandten Hermes gleicht, nämlich *Terminus*<sup>e</sup>. Diesem Terminus als Gott der Begrenzung entsprechend, nach alter Auslegung aber vielmehr dem Neptun als dem Himmelsgott gleichbedeutend, ist ein zweiter Gott des ältesten Roms, nämlich *Consus*<sup>(112)</sup>, dessen unterirdische Verehrung<sup>(113)</sup> im römischen Circus<sup>a</sup> an ähnliche unterirdische Wassergottheiten der isticischen und panathenäischen Spiele, Palämon<sup>b</sup> sowohl als Erechtheus<sup>c</sup>, erinnert und zugleich einen andern Anhalt uns bietet, theils dem Verhältniß Neptuns zu Apoll theils auch den Verknüpfungen nachzugehen, wonach diese beiden Gottheiten ursprünglich verwandt mit Hermes und Dionysos erscheinen. Über der Consushöhle stand die Meta des römischen Circus<sup>(114)</sup>, ein apollinisches Licht- und Lebenssymbol über der unterweltlichen Behausung jenes dem Poseidon Hippios gleichgeltenden Rofstümmers Consus<sup>e</sup>, und über ähnlichen Sitzen unterweltlichen Daseins erhob sich in mehr als Einem berühmten Götterdienst Griechenlands eine ganz ähnliche Säule der Lichtgottheiten, namentlich auch Apolls. Darauf hingewiesen, wird man zuerst der ganz ähnlichen *Hermessymbole* gedenken, die in Phallus- oder Kegelgestalt die Höhe lydischer<sup>b</sup> und etruskischer<sup>c</sup> Gräber bekrönten; aber auch ohne diese und ähnliche<sup>d</sup> Analogien sind Apollosymbole hie und da über den Stätten eines Todtendienstes nachweislich, wie ihn nach erfolgter Sonderung des Apollo

zum Lichtgott im älteren Griechenland Poseidon, im späteren Dionysos vertrat. Benannt und unzweifelhaft ist ein solcher Apollo als Säulengestalt über dem amykläischen Grabe des Hyakinthos<sup>c</sup>, wahrscheinlich als Lykeios oder Agyieus im ähnlichen Idol des Löwenthors zu Mykenä<sup>f</sup>; gleichfalls benannt als Apoll und in der Kegelgestalt des Agyieus wahrscheinlich voranzusetzen ist er in Delphi beim Grabe des *Dionysos*<sup>e</sup>, dessen Verhältniß zu Poseidon wir hier nun gleichfalls betrachten müssen.

Wem Poseidon als nährenden Wassergott mit Demeter verbunden und wem in gleicher Verbindung von Eleusis her auch Dionysos, nicht bloß als des Weinbaus sondern auch als aller nährenden Flüssigkeit mächtig<sup>(115)</sup> bekannt ist, den kann es auch nicht befremden eine ursprünglich sehr nahe Verbindung beider Gottheiten<sup>(116)</sup> weiter bezeugt zu sehn. Ein solches Zeugniß ist in der orchomenischen Sage durch Ino als Wärterin des Dionysos und durch den Umstand gegeben, daß Melikertes, in Korinth als Meergott Palämon bekannt, im Zusammenhang bacchischer Wuth und poseidonischen Felsensprungs dazu wurde, wie ja auch der bacchische Prophet Melampus aus Bekennern des Poseidon, nämlich aus dem Geschlechte des Neleus, hervorging<sup>a</sup>. Eben so wird nun auch in der attischen Sage der in Namen und Kultus nachweisliche Doppelbezug des Aegeus auf Poseidon sowohl als auf Dionysos verständlicher<sup>b</sup>, und es treten noch manche andre Belege hinzu, darzuthun daß Poseidon und Dionysos bald als gleichgeltende bald als verbrüderte Götter den griechische Boden, der ursprünglich nicht ihr eigenster ist, betraten. Außer der Quelleröffnung, die beiden gemeinsam, dem Poseidon mit seinem Dreizack, dem Dionysos mit seinem Thyrsus<sup>c</sup>, beigelegt wird, sind auch die befruchtenden Thiere der Heerde, Widder<sup>d</sup> und Stier, beiden Gottheiten älteste Thiersymbole; namentlich zeigt sich der Ackerstier, beiden zuweilen ein Wechselbild eigner Gestalt<sup>e</sup> und priesterlicher Benennung<sup>f</sup>, in gemeinsamer Kunstdarstellung als beider Gottheiten Träger<sup>g</sup>. Daß nächst dem die Verehrer beider Gottheiten dann und wann von einander sich sondern, daß namentlich Naxos und andre Orte, an denen Poseidon und Dionysos gleiches Anrecht bekunden, durch Übereinkunft oder auch durch Kampf nur einer der beiden Gottheiten bleibend zu fallen<sup>(117)</sup>, vermag als natürlicher Ausdruck des in seinem Fortschritt stets neu sich zersplittenden Polytheismus unsre Grundansicht über das ursprüng-

Z

*Philos.-histor. Kl.* 1850.

liche Verhältniß Poseidons zu Dionysos, des phönicischen Gottes zum thrakischen, nicht zu beschränken.

Bei der aus Lemnos bekannten Verbrüderung oder Gleichsetzung des Hephästos mit Dionysos <sup>(118)</sup> kann es nicht fehlen daß ein ganz ähnliches Verhältniß auch zwischen Poseidon und Hephästos sich nachweisen lasse, obwohl deren Wechselbezüge seltener sind <sup>(119)</sup>. Wenn aber Poseidon Epakmonios <sup>a</sup> heißt, so sind dadurch Ambos und Hammer nicht weniger ihm bezeugt als dem Schmiedegott Hephästos; derselbe Begriff, den auch der homerische Poseidon als Erdschüttler ausspricht und im Erdbeben bekundet <sup>b</sup>, verbindet beide. So wenig als in der Werkstatt der Natur Feuer und Wasser ohne einander bestehen können, so wenig sind sie in jenen ältesten Götterbegriffen getrennt, aus denen Poseidon als Gott der Gewässer, Hephästos als Feuergott erst allmählich sich sonderten. Vom Olymp verstoßen findet der lemnische Hephästos gleich seinem Halbbruder Dionysos Zuflucht im Schoße des Meers bei Thetis; in gleichem Sinn heißt Poseidon bald Pflegling bald Vater der hephästische Künste übenden Telchinen, deren Mutter Halia überdies mit des Dionysos und mit des Meergottes Palämon Erzieherinnen, mit Leukothea, den Nereiden und Nymphen, verschwistert ist <sup>c</sup>, und auch in der Abstammung riesenhafter Erdsöhne wird des Hephästos Name mit dem des Poseidon nicht selten wechselnd befunden <sup>d</sup>.

Eigenthümlich ist Poseidons Stellung zu einer Götterversammlung, in welcher mehrere in verschiedenen Stämmen bereits gesonderte Götter verwandten Begriffes und Ursprungs einander begegnen und Poseidon dem Hephästos minder befreundet erscheint als dem Ares. Ares wird in vertraulichem Umgang mit Aphrodite von deren Gemahl Hephästos gefesselt, demnächst aber befreit, weil Poseidon für Ares <sup>(120)</sup> — der Gott von Onchestos für den von Panopeus, der thasische für den thrakischen — Bürgschaft einsetzt, während Apollo und Hermes, der troische und samothrakische Gott, bei unverhohlnem Wohlwollen für Aphrodite nur müßige Zuschauer sind. Ist hiedurch Poseidon nun auch in enger Verwandtschaft mit Ares nachgewiesen, dessen früheste Auffassung als befruchtender Wärmegott vom Begriff des Poseidon als Nährgotts in der That nicht weit abliegt <sup>(121)</sup>, so fehlt von den großen olympischen Göttern nur Hermes <sup>(122)</sup>, um ihnen allen eine frühe Gleichstellung oder Verwandtschaft mit Poseidon nachzuweisen: hier



aber genügt es, nächst der am römischen Consus vorher gezeigten Kegel- oder Phallusgestalt über unterweltlichen Heiligthümern <sup>a</sup>, der bedeutsamen Verwandlung in einen Widder zu gedenken, die den mit Theophane verbundenen Poseidon zum Vater des kolchischen Widders machte, während in einer ganz gleichen Verwandlung des Hermes zum Widder und in der als Widder von ihm gepflogenen Buhlschaft mit der Göttermutter das grösste Mysterium samothrakischer Weihe gesucht ward <sup>b</sup>.

Was wir hier von Poseidon ausgehend dargethan haben, nämlich dafs alle übrigen männlichen Götter der olympischen Zwölfzahl in der That nur verschieden entwickelte Namen und Auffassungen eines und desselben, am liebsten als Zeus benannten, pelasgischen höchsten Gottes sind, läfst sich nicht minder für die begleitende Göttin erweisen, die wir bei jeder einzelnen von den genannten männlichen Gottheiten, sei es in mütterlichem, sei es in ehelichem Verhältnifs, voraussetzen dürfen. Wie dieses Verhältnifs früher von mir in Bezug auf die Göttermutter erörtert ward, aus deren Phallus- und Schlangensymbol sich Göttertrabanten nicht nur, wie Hermes, sondern auch Mitgenossen der Weltherrschaft, wie Zeus, entwickelten (<sup>123</sup>), sind wir verpflichtet bei jedem einzelnen griechischen Gott auch seine Bezüge zu einem weiblichen Götterwesen nachzuweisen. Einigermassen ist dies für Poseidon bereits geschehen (<sup>124</sup>), sofern wir, seiner poetischen Verbindung mit Amphitrite <sup>a</sup> und seiner oben besprochenen Paarung mit Pallas <sup>b</sup> unbeschadet, hauptsächlich, im Kultus der Neleiden begründet, mit Demeter <sup>c</sup> gepaart ihn voranden, deren sagenhaft entwickeltes Verhältnifs zum Rofsgott Poseidon zugleich auch Poseidons Buhlschaft mit Medusa <sup>d</sup> und das aus beiderlei Ehe entstandene Rofs ins Licht stellt. Andre Verbindungen des Poseidon mit einer als Erdmutter (<sup>125</sup>) oder als weidende Rofsgöttin gefafsten Gottheit, mit Ge <sup>a</sup>, Rhea <sup>b</sup>, Kybele <sup>c</sup>, Hestia <sup>d</sup> und mit den als Hippiä (<sup>126</sup>) bezeichneten Göttinnen — Hera <sup>a</sup> Pallas <sup>b</sup> Aphrodite <sup>c</sup> — sind demselben leicht verständlichen Grundbegriff, des Wassers das Wiesen- und Felderwuchs durchdringt, angehörig; nur eine dritte Gattung von Paarungen dieses Gottes blieb dunkel, diejenige welche als korinthischem Palämon und als römischen Consus (<sup>127</sup>) ihm zusteht. Aber auch in Beziehung zu diesem letzteren sind Erdgöttinnen, die phrygische Göttermutter <sup>a</sup> und die ihr gleichgeltende Rofsgöttin Venus bekannt <sup>b</sup>, die auf der istsmischen wie auf

der römischen Rennbahn einen unterirdischen Wassergott, hier den Palämon, wie dort den Consus, begleitet und in dem Rofs-gott Poseidon statt des gemeinbin bekannten Meerbeherrschers das umfassendere und ursprünglichere Wesen eines Erd- Wasser- und Unterweltgottes uns kundgibt.

Nach diesem Allen gewinnt unsre Vorstellung über Poseidon ein eigenthümliches Licht. Dem hesiodischen Göttersystem wohl eingereiht als eines der Elementarkräfte auf denen das Universum beruht, zeigt die Persönlichkeit jenes Gottes ursprünglich nur eine der vielen Göttermächte, die in der vereinzelter Anschauung einzelner Städte und Landstriche Griechenlands alle Macht und Gewalt der gebietenden Gottheit darstellten. Als namen- und bildloser Gott der Pelasgerzeit dem Zeus und Apollo, Dionysos und Hephästos, Ares und Hermes ursprünglich gleich, ist er im Wechselspiel einer bald mehr nach Himmel und Licht, bald mehr nach Erde und Wasser gerichteten <sup>(128)</sup> Naturreligion zum Gott aller Gewässer und aller, lichten sowohl als finsternen, Erdfeste ausgeprägt und den göttlichen Müttern des Erdenlebens — Demeter Aphrodite Leukothea — zugetheilt, auf das Gebiet salziger Meerfluth aber und auf die Ebe mit Amphitrite erst dann beschränkt worden, als die Vergötterer des Himmelslichts den Zeus und Apollo, die des Erdbodens den Dionysos und Hades, andre Volksstämme in gleicher Weise den Hermes Ares Hephästos obenan gestellt hatten. Mit allen diesen Göttern hatte Poseidon die Idee allgemeiner Naturherrschaft ursprünglich gemein; was den übrigen minder zusagte, die herbe und mürische Herrschaft des Meers, blieb samt den Blut heischenden Feuerstieren asiatischer Sitte seinem Wesen und seinen Sagen ausschließlich, selbst als der karische und phönicische Küstenverkehr, der diesen Gott eingeführt hatte, im Sagengewimmel des griechischen Polytheismus vergessen war. Ist im Verfolg gegenwärtiger Abhandlung jene ausländische Natur des Poseidon hinreichend dargelegt worden, um die Autochthonie der hellenischen Götterzwölffzahl welcher er angehört durch ein vorzüglich schlagendes Beispiel zu erschüttern, so möge man hierin einen Versuch erkennen die unleugbaren Einflüsse des Orients auf griechisches Götterwesen schon im Personal jener Zwölffzahl, und zwar aus griechischen Quellen nachzuweisen. Ähnliches wird auch bei andern Gottheiten, denen die Götter des Hellenismus siegreich entgegentraten, zur Schwächung der Zahl echtgriechischer Götter-

wesen sich allmählich ergeben, ohne doch die eigensten und ursprünglichsten des Wesen griechischen Götterglaubens, solche wie Zeus, Apollo und Pallas Athene es sind, und ohne die eigensten Vorzüge griechischer Religionen vor denen des Orients—sinnvolle Sagenbildung und sittliche Tiefe—irgendwie schmälern zu können.

## ANMERKUNGEN.

(<sup>1</sup>) HOMER UND HESIOD. Herodot. II, 53: οὗτοι δὲ εἰσιεν οἱ ποιήσαντες Θεογονίην Ἑλληνιστὶ καὶ τοῖσι θεοῖσι τὰς ἐπωνυμίας δόντες.

(<sup>2</sup>) Tartaros: τὸσπον ἕνερξ' ὑπὸ γῆς ὅσον αὐρανός ἐστ' ἀπὸ γαίης. (Hes. Theog. 720.)

(<sup>3</sup>) GOTTHEITEN DES WASSERS: Hesiod. Theog. 132. 233 ff. Vgl. Braun Griech. Mythologie §. 65 ff.

(<sup>4</sup>) TRITON als Diener Poseidons: Hes. Th. 931. Triton, ein ursprünglicher Ausdruck für Wasser (Welcker Tril. 282; vergl. Ἀμφιτρίτη ebd. 164), ist auch Beiname Poseidons bei Lycophr. 34 (Τρίτωνος κύων heißt dort Poseidons gegen Hesion ausgesandter Drache.) und wechselt mit diesem in den Abstammungssagen der Pallas (Anm. 9. 36.) Vgl. Anm. 9.

(<sup>5</sup>) AMPHITRITE, etymologisch mit Triton verknüpft (Welcker Tril. 164, 233), aber bereits bei Hesiod. Th. 930. mit Poseidon gepaart und als Nereide erwähnt (Hesiod. Th. 243. 254, zweimal, wo V. 244. auch Thetis), ist mit Hestia verbunden auf der Schale des Sosias im Kgl. Museum no. 1030 (Gerhard Trinkschalen Taf. VI. VII.); Poseidon mit Amphitrite und Hestia an einem Altar Paus. V, 26, 2. Die Paarung beider Meeresthegheiten ist mehr dichterisch und den Kunstwerken genehm als im älteren Kultus begründet. Amphitrite fährt auf Poseidons Wagen und löst wenn er heimkehrt ihm die Rosse (Ap. Rh. IV, 1325); seltener ist ihre Verbindung in alten Sagen, wie beider Gegenwart bei der Pallasgeburt (Paus. III, 17, 3.) sie voraussetzen läßt, oder in gemeinsamen Tempeln wie in Delos (C. I. G. 2331-32-34.) und Tenos (Müller Dor. 1, 262.); eine lesbische Sage sehr eigenthümlichen Schlages, wonach Amphitriten und den Nereiden eine Jungfrau zufällt, dem Poseidon aber ein Stier (Plutarch Conv. Sap. 163. = VI, 621 Rsk.), steht hierneben ganz vereinzelt.

(<sup>6</sup>) NEREUSDIENST, in Thessalien durch Thetis und die Nereiden angedeutet, im Beinamen *Aegaeus* (Ap. Rhod. IV, 172.) dem ägäischen Meer zugewiesen, ist vielleicht nur aus dem lakonischen Gytheon (Paus. III, 21, 8.) bezeugt.

(<sup>7</sup>) OKEANOS. Hesych. Ὀκεανίδα, Ὀκεανίδα, Ὀκεανὶ γὰρ Ὀκεανός. Vgl. Meurs. Regn. Att. I, 1. 2. Schwenck etym. Andeut. S. 179 fg. Gr. Myth. 286 f.

(<sup>8</sup>) GLAUKOS aus Anthedon, Kumä und sonst, *Aegaeon* desgleichen aus Kumä, *Proteus* aus nordgriechischen Kulte (Virg. Georg. IV, 387 fgg.) fast mehr als aus Aegypten (Hom. Od. IV, 365.) bezeugt.

(<sup>9</sup>) TRITON, einem böotischen und libyschen Tritonssee gleichnamig, am letzteren (Herod. IV, 179. Ap. Rh. IV, 1552. ff.) auch als Gott bezeugt; verehrt mit Poseidon in Aegä (Hes. Th. 931. Oben Anm. 4). In Böotien bezeugen ihn auch die tritonischen Nymphen, die in Platäa Hera's Brautbad besorgten (Plutarch bei Euseb. praep. II, 4). Vgl. Anm. 4. Müller Pallas §. 40.

(<sup>10</sup>) NEREIDEN: in Lesbos heischten die Nereiden mit Amphitrite blutiges Jungfrauenopfer (Plutarch Conv. Sap. 103 = VI, 621 Rsk.).

(<sup>11</sup>) Namen der Nereiden und Okeaniden: Hes. Theog. 240 fgg. 349 fgg. Schwenck Griech. Mythol. S. 285 ff. Braun Gr. Myth. §. 68 ff. 140 ff.

(<sup>12</sup>) THETIS verehrt am Peliongebirg (Θετίδῃ Strab. IX. 431. Eurip. Androm. 20. Schol. Pind. Nem. IV, 81. Mon. d. Inst. IV, 54. Ann. XX, 306.), in Sparta und Messenien (Paus. III, 14, 4. 22, 2) und auch im Westland (bei Juno Lacinia: Serv. Aen. III, 552.).

(<sup>13</sup>) LEUKOTHEA: aus Orchomenos Theben Megara Korinth Lakonien und Kreta, Caere Tibur und Rom bezeugt (Zoega Bassir. I, p. 188. Schwenck Gr. Myth. 323 ff.). Unter den Nereiden Hesiods und Homers unerwähnt, wird sie denselben bei Philostratos (Icon. II, 16) nach älterem Vorgang (Myrsilos Etym. M. 561, 44. Vgl. Meineke zu Euphor. p. 107) allerdings beigezählt, obwohl der Nereiden Erscheinung und Mahnung den Melikertes als Gott zu ehren (Arg. Pind. Isthm. I. p. 514. vgl. 558. Jacobs zu Philostr. p. 483) dazu noch nicht genügt.

(<sup>14</sup>) POSEIDON im Allgemeinen. Aristid. Oratt. p. 39. ff. Creuzer Symb. III, 258 ff. (Ausg. 3). Schwenck Gr. Myth. 291 ff. Preller in Pauly's Encykl. V, 548 ff. Müller Handb. §. 354 ff.

(<sup>15</sup>) Weltgeist im Feuchten: nach Diog. Laert. VII, 147. Cornut. 22. Preller Demeter S. 370. und in Pauly's Encykl. V, 549. Über Poseidon als Nährgott vgl. Anm. 91<sup>b</sup>.

(<sup>16</sup>) Herodot II. 50: Σχεδὸν δὲ καὶ πάντα τὰ οὐνόματα τῶν θεῶν ἐξ Αἰγύπτου ἐλήλυθε ἐς τὴν Ἑλλάδα... λέγουσι δὲ τὰ λέγουσι αὐτοὶ Αἰγύπτιοι. τῶν δὲ οὐ φασι θεῶν γινώσκων τὰ οὐνόματα, οὗτοι δὲ μοι δοκεῖσι ὑπὸ Πισατηγῶν οὐνομαστῆσαι, πλην Ποσειδῆενος. τοῦτον δὲ τὸν θεὸν παρὰ Λιβύων ἐπύθοντο. οὐδαμοὶ γὰρ ἀπ' ἀρχῆς Ποσειδῆενος οὐνομα εἰκνύται, εἰ μὴ Αἰγύπτου καὶ τιμῶσι τὸν θεὸν τοῦτον αἰεὶ. IV, 188: εἴσουσι δὲ (Αἰγύπτου) Ἠλίω καὶ Σελήνῃ μούνοισι. τούτοις μὲν νυν πάντες Λίβυες εἴσουσι· ἀτὰρ οἱ περὶ τὴν Τριτωνίδα λίμνην νέμοντες τῇ Ἀθηναίῃ μάλα, μετὰ δὲ τῷ Τρίτωνι καὶ τῇ Ποτειδέωνι. So gelten auch Poseidon und Libya als Eltern von Belos und Agenor, des Perseus und Kadmos Ahnen (Apd. III, 4, 1). Vgl. Creuzer Symb. II, 437 ff. N. A. Vater, Triton (Kasan 1850.) S. 174. Unten Anm. 77.

(<sup>17</sup>) HAUPTORTE des Poseidondienstes stellt Aristides in der Lobrede dieses Gottes (I, p. 35. ff. Dind.) zusammen: vom Hellespont anhebend, Leukate, Euböa, Tānaros, Aegä u. a. berührend, schließt er mit einem Preise des Isthmos. Bei Ap. Rhod. III, 1240 sind in ähnlicher Zusammenstellung der Isthmos und Tānaros, Lerna Onchestos Kalauria, Tempe und Gerastos hervorgehoben.

(<sup>18</sup>) POSEIDON IN ATTIKA, unter Kekrops ausgewiesen durch Götterspruch (Apollod. III, 14, 1: τούτων δικαζόντων, ἡ χεῖρα τῆς Ἀθηναίης ἐκράτη... Ποσειδῶν δὲ θυμῷ ἐργασθεὶς τὸ Θερσίπποιο πεδὶον ἐπέκλυσε καὶ τὴν Ἀττικὴν ὑψάλων ἐποίησεν).

(<sup>19</sup>) AMPHIKTYON d. h. der Volksverein der Umwohner, ἀμφικτύονες (Böckh Pind. Nem. VI, 40. Müller Aeg. 30q), ist als böotischer Vater von Itonos (Anm. 53) und Melanippe

—poseidonische Namen — bekannt (Paus. IX, 4, 1. 34, 1. Müller Orchom. 392); diese sind Eltern des als attischen Küstenunholts von Theseus getödteten Kerkyon und des Saatspenders Triptolemos zu Eleusis (Paus. 4, 14, 2). Zu Attika wird diesem Amphiktyon auch die Einführung dionysischen Dienstes beigelegt (Meurs. Regn. Att. I, 15); vertrieben ward er durch Erichthonios (Apd. III, 14, 6. Paus. I, 2, 5.).

(<sup>20</sup>) ATTISCHE KULTE Poseidons sind aus Eleusis (Anm. 26) und aus Sunion (Σουνιά-  
ρατος Aristoph. Eq. 560) bezeugt. In der Nähe Athens war Poseidon als Hippios auf Kolonos verehrt (Paus. I, 30, 4. Plut. Thes. 36); auch der Dienst eines Poseidon Helikonios, an dem noch nicht nachgewiesenen Hügel Helikon (Clidem. Bekker Anecd. p. 326: ἐπὶ γὰρ ἐν ἄκρῳ, am nachher Agra benannten Hügel über dem Ilissos) geknüpft, ist nah bei Athen vorauszusetzen. Sodann ist von Poseidonsspielen im Piraeus die Rede (Plutarch X. oratt. Lycurg. p. 348 = 842), und aus dem Titel von Dinarchs Rede διαδιδασκίαν Φαίλογ-  
ρέων πρὸς Φαίλικας ὑπὲρ τῆς ἰερωσύνης τοῦ Ποσειδῶνος (D. Hal. de Dinarch. p. 633. Meier de gentil. Att. p. 53) wissen wir von „phönicischem“ Dienst dieses Gottes in Phaleron. Endlich wird derselbe auch aus den Demen der Anaphlystier und Sphettier erwähnt. . .

(<sup>21</sup>) KEKROPS und Kranaos beide als Zeugen von Poseidons Ausweisung genannt (Apollod. III, 14, 1), gehn dem Poseidonsdienst in den Gauen und Küstenstrichen Amphiktyons zur Seite.

(<sup>22</sup>) ERICHTHONIOS und Pandion bezeichnen in der ganz wohl verständlichen attischen Königsliste (vgl. Apollod. III, 14. Schwenck gr. Myth. 307) die Gründung erst des Hephästos- und Athenadienstes, dann der Verehrung des Zeus; im Gegensatz dieser Kulte tritt der Nachfolger Pandions, Erechtheus, seinem Wesen nach von Erichthonios ganz verschieden, als Verehrer Poseidons auf, und gibt somit auch für die früh beginnende Verwechselung beider Namen (Anm. 24) eine sichere Unterscheidung an die Hand.

(<sup>23</sup>) ERECHTHEUS als Name Poseidons bei Lycophron, 158, und als Beiname desselben in den Berichten über athenischen Burgdienst. Athenag. Legat. cap. 1: ὁ δὲ Ἀθηνᾶϊος Ἐρεχθεὺς Ποσειδῶνι Σύσι. Hesych. s. v. Ἐρεχθεύς Ποσειδῶν ἐν Ἀθῆναις, ὁ καὶ Ζεύς. Nichtsdestoweniger wird der gleichnamige attische König durch Poseidon (Eur. Ion. 285) oder auf dessen Anstiften durch des Zeus Blitz (Apollod. III, 15, 5) getödtet. Vgl. Meurs. Regn. Att. II, 12. Übrigens ist neben der neptunischen Geltung dieses Namens als mythologisches Räthsel auch des Erechtheus Abstammung von Nemesis zu bemerken: Παμνοστή Νέμεσις . . ἰδρύσατο δὲ αὐτὴν Ἐρεχθεύς μητέρα ἑαυτοῦ οὔσαν. (Phot. s. v.)

(<sup>24</sup>) ERICHTHONIOS, der Erdgeist, ἐρι-χθόνιος wie auch Hermes (Welcker Tril. S. 284) heißt, wird mit Erechtheus a) in der Erwähnung von Athenens Pflegekind schon bei Homer verwechselt (Il. II, 547. Ἐρεχθεύς, vgl. Herod. V, 82, sonst Erichthonios, eine abgekürzte Form nach Welcker Tril. 284; die Unterscheidung im Plat. Critias p. 110a, vgl. Müller Orchom. 123, 4, bei Eur. Ion. 271. 280, und sonst fast durchgängig im attischen Sprachgebrauch. Beide vermischt unter dem Namen Erechtheus bei Xen. Mem. Socr. III, 5, 10. vgl. Müller Pallas §. 4, 24). Eben so geschieht dies b) in Beziehung auf Poseidon Erechtheus bei Apollodor (III, 15, 1: Ποσειδῶνος τοῦ Ἐριχθωνίου). Dagegen scheint c) die Bestattung in Athenens Tempel, die nur für Kekrops (Clem. protr. p. 39. Arnob. VI, 6) und Erichthonios (Apollod. III, 14, 7. Clem. I. c. Arnob. I. c.) als angestammte Verehrer der Göttin ihren Sinn hat, auf den Namen Erechtheus nicht ausgedehnt worden zu sein.

(<sup>25</sup>) ERECHTHEION. Paus. I, 26, 6: Ἔστι δὲ καὶ οἶγμα Ἐρέχθειον καλούμενον· πρὸ δὲ τῆς εἰσόδου Διὸς ἐστὶ βωμὸς ὑπ' αὐτοῦ (vgl. Pandion) . . . ἐσελθούσι δὲ εἰσι βωμοί, Ποσειδῶνος ἐφ' οὗ καὶ Ἐρέχθει ὄνυσιν ἐκ τοῦ μαντεύματος, καὶ ἥρωος Βούτου, τρίτος δὲ Ἡφαίστου· γραφαὶ δὲ ἐπὶ τῶν τοίχων τοῦ γένους εἰπὶ τοῦ Βουταδῶν καὶ διπλοῦν γὰρ ἐστὶ τὸ οἶγμα καὶ ὕδωρ ἐστὶν ἐνδον Θαλάσσιον ἐν φρεσὶ . . . καὶ τριαιὴς ἐστὶν ἐν τῇ πέτρᾳ σχῆμα. Eben dort, ἐν τῇ ἱερῇ Ἐρεχθείᾳ, sind nach Hesych. v. οἰκουρὸν ὄφιν die Burgschlangen vorzusetzen. Vgl. Meurs. Regn. Att. II, 12.

(<sup>26</sup>) Vieldeutig erscheint Erichtheus sowohl als Erichthonios: jener a) in Gleichsetzung seines Namens mit Erichthonios (Anm. 24), Poseidon (Anm. 23) und Zeus (Hesych. ebd. ὁ καὶ Ζεὺς), dieser zunächst wol ebenfalls durch seinen Namen, indem b) der quellende Burgdämon Erichthonios einen Meergott Erichtheus, der sprachlich durchaus von ihm verschieden nur einem Ἐνοσίγαιος, höchstens auch einem γαίηςχος gleichkommt, vermöge der Lautähnlichkeit ihrer Namen leichter aufnahm; dann aber auch wegen c) der Schlangengestalt des Erichthonios, deren Göttlichkeit, wenn nicht für Poseidon, doch für Zeus und für andere Gottheiten anerkannt ist.

(<sup>27</sup>) POSEIDON UND DEMETER. Poseidon Hippios, der Schöpfer des Rosses für Kekrops im attischen Streit mit Athena, ist in Rossgestalt auch als arkadischer Gemahl Demeters bekannt (Paus. VIII, 25, 3. Tzetz. Lyc. 152). In Eleusis war er als Vater (πατὴρ Paus. I, 38, 6; πατρῷος wollten Lobeck de Tritopat. I, 4. Wachsmuth II, 2, 141) verehrt, wozu theils die Vaterschaft des Eumolpos (Schwenck Myth. 308. Preller Encycl. V, 557) theils sein durchgängiger Bezug zu Demeter (Welcker Zeitschr. 104. 132. Gerhard Auserl. Vas. I. S. 172, 7) ihn berechtigte, der auch in eleusinischer Geltung der thessalischen Leichenspiele für Pelias (Hellad. chrestom. p. 18) und in der Sage von Demeters Vergehen am Fleisch des poseidonischen Pelops (Schol. Pind. Ol. I, 80) durchschimmert. Vgl. Anm. 39 (Trözen). qq (Phytaliden).

(<sup>28</sup>) ELEUSINISCHER KRIEG zwischen Erichtheus und Eumolpos, der seines Vaters Anrecht auf Attika geltend machte (Isocr. Panath. p. 650. Hygin 46. Meurs. Regn. Att. II, 8). Den religiösen Charakter dieses zwischen Pallas- und Poseidonsdienern geführten Krieges spricht der Erichtheus des Euripides (fragm. Er. 17, 46 ff. aus Lycurg. c. Leocr.) folgendermaßen aus:

οὐδ' αὐτ' ἑλάας χερσὶας τε Γοργόνος  
 τρέμειναι ὀρσὴν στάσαν ἐν πόλειος βάθροις  
 Εὐμολπος οὐδὲ Θρῆξ ἀναπτέψει λείως  
 στεφάνοισι, Πάλλας δ' οὐδαμῶς τμήσεται.

Wobei der Bezug auf Demeterdienst, trotzdem daß Eleusis bekämpft und die Mysterien nächst dem Erichtheus eingesetzt wurden (Diod. I, 20), ganz in den Hintergrund tritt.

(<sup>29</sup>) JUNGFRAUENOPFER der Töchter des Erichtheus: Apollod. III, 15, 5. Suid. v. Παρσένοι. Hygin. fab. 46. Meurs. Regn. Att. II, 9. Schwenck Rhein. Mus. VI, 534 ff. Laut Euripides (Ion 281: πρὸ Παίας) galt es der Erdgöttin, nach Hygin aber dem Poseidon: Neptunus, ne filii sui (Eumolpi) morte Erichtheus laetaretur, expostulavit ut eius filia Neptuno immolaretur. Dem Orakelspruch, der dieses Opfer gebot, entspricht, bei Pausanias angedeutet (Anm. 30 a), ein zweiter dem Erichtheus zu opfern, und zwar war' hiedurch Heroenkult sowohl für ihn selbst als auch für seine mit ihm gemeinsam vergötterten Töchter geboten (in deorum numero sunt: Cic. N. D. III, 19).

(<sup>10</sup>) VERSÖHNUNG MIT POSEIDON, bewerkstelligt im Bündniß Athens a) durch Errichtung seines Altars neben dem des Hephästos, so jedoch dafs nicht ihm allein als Poseidon Erechtheus, sondern ihm und dem Heros Erechtheus (Ποσειδῶνος ἐφ' οὗ καὶ Ἐρεχθεῦ Σύουσιν ἐκ του μακρυμάστος Anm. 25) geopfert wurde; b) durch Errichtung eines für Poseidon und Pallas gemeinsamen Priesterthums, welches dem neben Poseidon und Hephästos verehrten „Manne der Stieropfer“ Butes (Hesych. Βουζύργης) zufiel: τὴν Βασιλείαν Ἐρεχθεὺς λαμβάνει, τὴν δὲ ἱερουσύνην τῆς Ἀθηναῖς καὶ τοῦ Ποσειδῶνος τοῦ Ἐρεχθεύου Βούτης (Apollod. III, 15, 1. Müller Min. Pol. p. 13. Pallas § 15. Vgl. das Priesterthum von Athena Poseidon und Helios neben Eteobutaden: Harpocr. v. σιῖρον); c) durch wundersame Wahrzeichen des Meergotts inmitten des Pallastempels, nämlich Meerwasser mit Vogenschall und daneben das Bild des Dreizacks, dessen der Pallas hohnsprechender Anblick der zum Krieg ausziehende König Erechtheus laut Euripides (Anm. 28) noch verwünschte, Strabo (IX, 4, 16. p. 396), Pausanias (Anm. 25) aber zugleich mit den Heiligtümern der Burg anerkennt und Lykurgs Sohn seinem Bruder (Abron dem Lykophon: Plut. X Oratt. Lycurg. p. 843 = IX, 355 R.) als Zeichen der Priesterwürde übergab.

(<sup>11</sup>) ZWIEFACHEN DIENST Poseidons, wie O. Müller (M. Poliadis sacra p. 2) im Unterschiede des erechtheischen und des ionischen ihn erkennt, Welcker (Aesch. Tril. 295) behutsamer im Gegensatz eines mit Demeter und eines mit Pallas verbundenen Dienstes „der Kekropiden“ ihn andeutet, ohne deshalb im ionischen Poseidon Αἰγᾶν des Aegeus (ebd. 296) einen jener beiden wiederzuerkennen, glaube ich vielmehr dergestalt begrenzen zu müssen, dafs die erechtheische Verschmelzung des Poseidon mit dem Burgdienst der Pallas ein diesen Burgdienst sowohl als auch Poseidons Gewalt wesentlich beschränkendes Ereigniß bleibt, ausserhalb dessen der Poseidon Hippios, des Kekrops sowohl als des Aegeus und Theseus, eine und dieselbe unbeschränkte Auffassung Poseidons des Meergottes darbeit. Ob dieser ausländische Gott in seiner häufigeren Verbindung mit Demeter geringerem Wechsel seines Wesens ausgesetzt war, bleibt zwar fraglich; aber auch dort hatte die Kindschaft des Eumolpos (Anm. 27) nach allem Anschein keine durchgreifendere Stellung im eleusinischen Dienst ihm erwirkt als Poseidon Erechtheus im attischen einnahm.

(<sup>12</sup>) IONISCHER STAMMGOTT hiefs Poseidon (Anm. 82) mit Bezug auf Aegeus und Theseus; dagegen Ion, von welchem der Stamm seinen Namen hat, die von Theseus allmählich bevorzugte apollinische Richtung bereits durch seine Abstammung in sich trägt.

(<sup>13</sup>) AEGEUS d. i. Wogenmann, ein Poseidon Αἰγᾶς. Wie neben Poseidon für Erechtheus (Anm. 30 a) ein Opfer stattfand, und des Theseus Dienst am achten Monatstag für poseidonisch erkannt ward (Plut. Thes. 36), konnte füglich „dem Aegeus zugleich mit Poseidon geopfert“ werden (Müll. Dor. I, 238, 1); bezeugt ist jedoch meines Wissens nur der besondere Heroendienst des Aegeus (Harp. Αἰγῆϊον. Vgl. Plut. Thes. 23 nach Müllers Berichtigung a. a. O.)

(<sup>14</sup>) THESEUS, Poseidons, wenn nicht des Aegeus, Sohn: Neptunus, quod ex Aethra natum esset, Aegeo concessit (Hygin. 37).

(<sup>15</sup>) Neptunisch erscheint Theseus als Stifter der irthmischen Spiele und Säuberer des heiligen Küstenwegs (Müller Dor. I, 238); er empfängt Opfer zugleich mit Poseidon (Hesych. Ὀγδοδαίον). Von Poseidon begünstigt ist er durch die bekannten, auf die Unterweltsfahrt, das Labyrinth und die Züchtigung Hippolyts bezüglichen drei Bitten (Eur.

Hipp. 1170. Schol. zu 1349), wie durch die Beglaubigung seiner Kindschaft bei Minos (Paus. I, 17, 3); das Heiligthum des Poseidon Hippios auf Kolonos, wo Theseus auch durch die Oedipodie verherrlicht ist und nahebei sein Heroon hat (Paus. I, 30, 4), wird am natürlichsten gleichfalls ihm beigelegt.

(<sup>36</sup>) TRITOGENEIA, Tritonia, Tritäa, bekannte Beinamen und Doppelausdrücke der kypriischen Göttin, weisen zugleich mit der Sage von ihrer Pflege durch *Triton* (Apd. III, 12, 3) und ihrer Abstammung vom Tritonssee (Apd. I, 3, 6. Meurs. Regn. Att. I, 4) auf den so benannten See- und Wassergott Böotiens zurück, wie ein andermal ihre angebliche Abstammung von Koryphe einer Okeanide (Harpocr. s. v.) auf *Okeanos* hinweist. Kommt neben dieser Poseidon als Vater Athenens und kommt derselbe auch wohl als dem Triton gleichgeltend vor (Anm. 4), so kann durch solche Eindrängung des späteren Meerbeherrschers die Gültigkeit jener älteren Wassergottheiten, an und für sich und für die Pallas des Kekrops, nicht beeinträchtigt werden. Vgl. Welcker Tril. 282 f. Müller Pallas § 40. 41. 63.

(<sup>37</sup>) TRÖZEN'S POSEIDON, im Pallastempel mit Aethra vermählt (Hygin. 37) und mit Pallas auch sonst dort verbunden (Münzen: Welck. Tril. 292), hatte jedoch sein dortiges Heiligthum außerhalb der Stadt unterhalb des Demetertempels (Paus. II, 32, 7. Vgl. Anm. 75). Als Nährgott bezeichnen ihn dort die Namen seiner von Alkyone und Leïs erzeugten Söhne Anthes und Althepos (Plut. Thes. 6. Paus. II, 30, 7. Creuzer Symb. III, 262 f. Eckerm. Myth. II, 69).

(<sup>38</sup>) NELEIDEN. Herodot V, 65 (von den Pisistratiden): *ἐόντες . . ἀνέκασαν Πυλίοι τε καὶ Νηλεῖδες, ἐκ τῶν αὐτῶν γεγονότες καὶ οἱ ἀμφὶ Κόδρον τε καὶ Μέλαντον*.

(<sup>39</sup>) DEMETER UND POSEIDON fanden wir in Eleusis (Anm. 27) und auch in Trözen (Anm. 37. Paus. II, 32, 7: *ὑπὲρ τοῦ Ποσειδῶνος τὸν ναὸν ἐστὶ Δημήτηρ Θεμισφόρος*), von wo aus ähnliche Verbindungen nach Kleinasien übergingen; ein trözenischer Dienst der Antheaden ist aus Halikarnafs bekannt (Müll. Dor. I, 104. 108. 403). Auch beim triopischen Dienst Apolls und Demeters wird Poseidon erwähnt (ebd. I, 262. vgl. 105).

(<sup>40</sup>) POSEIDONSSÖHNE (vgl. Anm. 88) bei Minyern und Neleiden:

- a) Minyas von Pos. und *Kallirrhoe* (Tzet. Lyc. 686), oder von Chryses erzeugt, einem Poseidonssohn von *Chrysogeneia* des Halmos Tochter (Paus. IX, 36, 3);
- b) Pelias und Neleus von *Tyro* geboren und von einer Stute gesäugt (Hom. Od. IX, 235 ff. Apollod. I, 9, 8. Unten Anm. 42. 43);
- c) Leukon von *Themisto* (Paus. VI, 21, 7. IX, 34, 5. Müll. Orch. 170);
- d) Asopos von *Pero* (Apollod. III, 12, 6);
- e) die Aktoriden Aktor und Eurytos von *Molione* (Pherecyd. fragm. 47).

(<sup>41</sup>) NORDGRIECHISCHE KULTE theils aus Thessalien, namentlich a) aus *Tempe* (Poseidon *πετραῖος* Pind. Pyth. IV, 138. Schol. Ap. III, 1244), b) *Iolkos* (Anm. 54), *Arne*, *Iton* (Anm. 48 ff.) und sonst bezeugt, hauptsächlich aber aus c) Böotien, für dessen obersten Gott Poseidon galt (Aristarch. Etym. M. 546, 16). In Böotien stehen obenan die Kulte von d) *Onchestos* (Il. II, 506. Unten Anm. 61), und e) *Theben* (*παύρος Ἐννοσίγαιος* Hes. Scut. 104 not.; der onchestische nach den Scholien, vgl. Apd. II, 4, 11—, Poseidon in Theben auch nach Aesch. Sept. 121); auch dem itonischen Pallasdienst von f) *Koronea* war Poseidon nicht fremd (Anm. 53). Als g) ausgehend von Theben sind die Kulte zu *Sparta* (Pos. *γαιήσλιος*), *Thera* (Anm. 59), *Kyrene* (als *Ἀμφίβαιος* d. i. *Ἀμφίβαιος*, *γαιήρχος* Expl. Pind.



Pyth. IV, 17. p. 268 —, *ἑπιπιο* wie in Athen Schol. Pyth. IV, 1 —, *Πελλῶνιος* Hesych.) zu betrachten. Aus *g*) Euböa der ältere zu *Aegä* (Il. 13, 21. Od. 5, 321: Palast) und *h*) der jüngere zu *Gerastos* (Aristoph. Eq. 561. Ap. Rh. III, 1244). Hiezu kommt denn aus Phokis noch *i*) der vorapollinische und auch spät noch geübte (Paus. X, 24, 4) in *Delphi*, endlich der wiederum aus Onchestos (Apd. III, 15, 8) stammende zu *k*) *Megara*, mit hohem Rang poseidonischen Priesterthums (Hieromnamon: Müll. Dor. I, 169), und in dessen Pflanzstädten, hauptsächlich Byzanz.

(<sup>42</sup>) PELIAS in *Iolkos*, des „Felsensprengers“ Poseidon (Anm. 41 a. Pind. Pyth. IV, 138) Sohn, von Iason beim Stieropfer für Poseidon gefunden (Apollod. I, 9, 16).

(<sup>43</sup>) NELEUS: Eckerm. Melampus 32 ff. Schwarze Stiere opfert Nestor Od. III, 6. — Als poseidonischer Bundesort ist das triphylische Samikon bekannt: *Σαμική ἐμεγχεῖρα*, Makistier: Herd. IV, 148. Strab. VIII, 343. Müll. Aeg. 30.

(<sup>44</sup>) NELEIDEN im Peloponnes, der Poseidons Behausung (*οἰκητήριον* Diod. XV, 49) ist. Vielfach bezeugt ist sein Dienst aus *Argolis*, wo Argos, Nauplia, Lerna, Didymi, Genethlion ihn als Quelleröffner und als *προκαλύπτιος* verehrten (Schwenck Myth. 310 f.); sodann aus Achaja, wo *Aegä* und, der Ionier letzte Zuflucht (Herd. I, 145. Strab. VIII, 385. Müll. Aeg. 28 f.), *Helike* lagen. Aus seinem Stamm ist der schwarze Seher Melampus entsprossen (Anm. 43).

(<sup>45</sup>) — in Kleinasien: Panionien dem Poseidon *Helikonios* von zwölf Städten auf Mykale gefeiert, nach Herd. I, 148. Strab. VIII, 384. XIV, 639. vgl. Hom. epigr. VI, 2. Über Milet und Teos Paus. VII, 24, 4. Vgl. Müll. Aeg. p. 29.

(<sup>46</sup>) Poseidonsdienst auf den Inseln: älterer in Kreta, Naxos, Delos, jüngerer in Tenos (Strab. X, 487) und auf andern Kykladen (Müll. Dor. I, 262), angeblich kadmeischer in Rhodos und Thera (Anm. 59).

(<sup>47</sup>) Poseidon im Westland: trözenischer in Poseidonia (kalabrisch, Tanageros schiff mit Kalabros, vgl. Kalauria: Müller Aeg. p. 27); Arne in Metapont: Nouv. Ann. I, 387 f. Ann. d. Inst. XIX, 222 ff. tav. L.

(<sup>48</sup>) URSITZ ZU ARNE: dem thessalischen entspricht ein böotisches, der Athene Itonia benachbart. Vgl. Müller Orch. 391 f. Forchh. Hellen. 51 ff. Schwenck Myth. 293. Aeolos und Böotos, von Arne erzeugt: Steph. v. *Ἀργυ.* Etym. Βοιωτός. Müller Orch. 392. — Am „Lämmerbrunn“ Arne bei Mantinea war Poseidon von Rhea geboren und unter die Lämmer versteckt worden (Paus. VIII, 8, 2); Arne's Spuren auch in Metapont (Anm. 47).

(<sup>49</sup>) Im böotischen Arne (nachher Koronea: Müll. Pallas § 42; auch Chäronea und Lebadea hiefs so: Paus. IX, 40, 3) ward Poseidon als Stier (Anm. 93) gedacht: Ov. Met. VI, 115. Vgl. Poseidon als Flufsgott Enipeus bei Tyro Apollod. I, 9, 8.

(<sup>50</sup>) Im thessalischen Arne als Widder (Anm. 92), laut dem Namen Arne und laut metapontischer Analogie (Anm. 47), der die Sage von Arne bei Mantinea (Anm. 48) sich beigesellt.

(<sup>51</sup>) ITONISCHE KULTE: bekannt aus Thessalien (Iton) und aus einem gleichnamigen bei Koronea gelegenen Heiligthum der Athene Itonia, beide an einem Flufs Koralios gelegen, letzteres berühmt auch als Sitz des Bundesfestes der Pamböotien. Vgl. Strab. IX, 435 C. Callim. II. Cer. 25. Schol. not. Schol. Ap. Rhod. I, 551. Müller Orchom. 391 f. Pallas § 42.

(<sup>52</sup>) Beisitzer der Athena Itonia war Hades (Strab. IX, 435. Müll. Pallas § 42, 17),

der bei Paus. IX, 34, 1 Zeus, nämlich ein ethonischer heist, und vielleicht eben so füglich für einen *Poseidon* gelten konnte. Vgl. Anm. 91 d.

(<sup>53</sup>) Itonos, den man als *Sitonos* agrarisch zu deuten pflegt (vgl. Steph. Ἰτων), ist durch Melanippe und Kerkyon, die von ihm abstammen, sein Vater Amphiktyon aber durch die attischen Umwohner, die sein Name bezeichnet, vielleicht auch durch Hinweisung auf poseidonische Amphiktyonie (Müll. Orch. 391, 4), für Poseidonsdienst zu zeugen geeignet. Vgl. Anm. 19.

(<sup>54</sup>) DIENST ZU IOLKOS, von Pelias dem rofsgesägten Poseidonssohn (Pind. Pyth. IV, 138 παῖ Ποσειδῶνος πετράϊου, wie der Poseidon von *Tempe* hiefs) durch Stieropfer (Apollod. I, 9, 16) im Gegensatz zum Heradienst (I, 9, 9. Anm. 128 a) geübt, unter deren mit Palas und Apoll verbündeten Schutz ihn Iason verdrängt; die Argofahrt beginnt von Pagasä aus unter Apollo's Obhut (Anm. 105 g).

(<sup>55</sup>) POSEIDON UND APOLLO im Gegensatz beiderseitigen Dienstes (vgl. Anm. 110) bezeugt: a) aus *Tempe*, wo Apollo's heilige Stralse beginnt (Müll. Dor. I, 202 f.), ward der Poseidonssohn Pelias eben (Anm. 54) erwähnt. Aus b) *Troja* bekannt ist beider Götter gemeinsamer Mauerbau, worauf Poseidon um die Rosse betrogen (d. h. seines Dienstes beraubt: Uschold Troj. Krieg 49) wird, Apollo aber geehrt bleibt. Vgl. Rückert Troja III, 3, 6. So wird auch in c) *Argos* Apollo Lykeios bei den Abkömmlingen des von Poseidon geliebten, von Demeter gekosteten Pelops verehrt (Soph. El. 1374 ff. Gerhard Myken. Altherth. S. 10, 55). Eben dort ist das Goldlamm des Thyestes dem Phrixoswilder vergleichbar.

(<sup>56</sup>) POSEIDON IN KORINTH: Paus. II, 1, 2, 3, 4. Von Korinth redend sagt Aristides (Oratt. 3. p. 39 ff.): τοῦτ' ἐστὶ καὶ ἀρχαῖα Ποσειδῶνος καλῶ καὶ βασιλείαν καὶ αὐλήν. Vgl. Zoega Bassiril. I, 41. p. 189 ff. Schwenck Myth. 308 ff. — Im isthmischen Götterverein auf dem Wiener Kamee (Eckhel P. gr. XIV. Arneith. XI. Müller Handb. § 252, 3) trägt Poseidon Hippios den Melikertes Palämon auf seinem Arm (wie auch im Gemälde bei Aristid. I. p. 27). Diesen bezeichnet Müller (Orchom. 176) daher als einen „jüngeren Poseidon“ —, auch nach Schol. Ap. III, 1240: Ἰσθμια... πρότερον μὲν τῷ Ποσειδῶνι, ὑπέρτερον δὲ Μελικέρτῃ (auf des Sisyphos Befehl, vgl. Philostr. Icon. 2, 16. Tzetz. Lyc. 107 —, oder auf Gebot der tanzenden Nereiden. Argum. I. Pind. Isthm.). Von zweierlei isthmischen Agonen soll einer für Poseidon, der andere für Melikertes gehalten sein (Musaeus Schol. Ap. I. c.); nebenher geht die Sage der Stiftung durch Theseus (Plut. Thes. 35).

(<sup>57</sup>) MELIKERTES - PALÄMON. Paus. II, 2, 1: τοῦ περιβόλου δὲ ἐστὶν ἐντὸς Παλαίμονος ἐν ἀσπτερά νάβῃ. ἀγνῶματα δ': ἐν αὐτῷ Ποσειδῶν καὶ Λευκοθέα καὶ αὐτὸς ὁ Παλαίμων. ἐστὶ δὲ καὶ ἄλλο ἄδυτον κελούμενον, κλέσθος δὲ ἐς αὐτὸ ὑπόγχεως, ἥνθα δὴ τὸν Παλαίμονα κενεῦνται φησὶν. δὲ δ' ἐν ἐνταύθῃ ἢ Κορινθίῳ ἢ ἑνὸς ἐπίσκοποι διστῶν, οὐδεμία ἐστὶ μηχανὴ διαφυγεῖν τοῦ ὄρνου. Hauptsächlich sind: a) Leukothea's und Palämon's Sage (σεμνὸς ὁ λόγος Philostr. Icon. II, 16), endend mit ihrem Walten als Schiffsfahrtsgötter: τὰς χεμαζόμεναις γὰρ βοηθοῦσιν (Apollod. III, 4, 3); b) Palämons Adyton, Παλαμῶνιον (Inscr.), in einer Inschrift auch ἐναγιστήριον genannt — hart am Meer, προσέοντι αὐτῷ ἔγγυσται τι κατὰ τὸν Ἰσθμὸν ἄδυτον Philostr. —; c) die dortigen Eidschwüre (Paus.) und mystischen Gebräuche — ἐσθῆς, ἐναγίσματα καὶ τὸ σφιάττειν Philostr. —, als Opfer schwarze Stiere (Philostr.), ob auch Kinder? (Anm. 89 b); d) das Verhältniß zu Poseidon (Anm. 56), samt e) der zwei-

schen den Nereiden, Sisypchos, Theseus, sei es für Poseidon oder für Melikertes (ebd.), schwankenden Einsetzung der Isthmien.

(<sup>58</sup>) MELKARTH, Melikertes: Movers Phönizier I, 434. Über das Kindesopfer für Palämon in Tenedos vgl. unten Anm. 89 b, über das erechtheische Jungfrauenopfer oben Anm. 29; über ähnliche phöniciſche Opfer Movers I, 428 ff.

(<sup>59</sup>) ANGEBLICH PHÖNICISCH war der attische Poseidonsdienst im *Phaleron* (Anm. 20); desgleichen, von Kadmos dem Phöniciſer beim Aufsuchen Europa's gegründet, der Kult zu *Rhodos* (Diod. V, 58: Pos. und Athene Lindia. Den Phöniciern folgten Karer nach Conon 47 bei Phot. 141 a. Gott „Berytos?“ Eckerm. I, 224, 3. Geliebte Halia und Fest Halia: Müller Aeg. 27 g. Die Telchinen Poseidons Erzieher: Bütt. Kunstm. II, 328) und *Thera*. Schol. Pind. Pyth. IV, 11: *ἰερὸν νῆατον* ] *εἶπε τὴν Θήραν*, . . . *ὅτι Κάδμος ἐπιβαλὼν καὶ τὴν νῆατον οἰκίτας βωμικοῦς ἰδρύσατο Ποσειδῶνος καὶ Ἀζηνῆας*. Oder (nach Theophrast): *ὅτι Κάδμος κατὰ ζήτησιν Εὐρώπης στελλόμενος προσορμισθεὶς τῇ νήτῃ ἀνέστητε Ποσειδῶνος καὶ Ἀζηνῆας ἰερὸν αὐτότε*. Vgl. Böckh Inscr. in Thera, Berl. Akad. 1836, S. 48 f. Den Kadmos als phöniciſch geſetzt würde denn auch der von Thera ausgegangene Kult zu Kyrene (Anm. 41 g) hieher gehören.

(<sup>60</sup>) PHÖNICISCHER POSEIDON. Wenn von einem solchen die Rede ist (wie bei Münter Rel. d. Karthager S. 97. Movers Phön. I, 661. 664. Maury sur le Neptune Phénicien in der Revue archéol. V, 545 ss. Eckermann Myth. I, 115. 224, 3), so pflegt der aus Münzen (Mionnet V, 40. 63) und aus der Sage von Poseidon und Beroe (Eckhel D. N. III, 358) bekannte Gott von Berytos gemeint zu sein; verbunden mit der Notiz in *Ioppe colitur Ceto* (Plin. V, 13) pflegt derselbe, seiner vermenschlichten Bildung auf den Münzen ungeachtet, als Meerungethüm gedacht zu werden, so dafs neben Sidon und Keth, Kanaans Söhnen (Maury l. c. p. 546), auch an *νήτος* erinnert wird —, etwa weil Küstenbewohner ihren Untergang vom Meer aus befürchten, wie denn auch Typhon als Meergott (Movers Phön. I, 664. Vgl. Eckerm. I, 115) bekannt ist. Außerdem werden Poseidonstempel Karthagern beigelegt (Hannonis periopl. ed. Hug p. 28), sardische Idole eines Gottes mit Dreizack gefunden (Abhandl. über die Kunst der Phöniciſer: Berl. Akad. 1846. Taf. V, 2. S. 32), und Neptunsbilder, wenn nicht häufig auf andern Münzen phöniciſcher Herkunft, wenigstens auf denen von Carteja (Guignaut pl. LVI, 222) bemerkt —, alles dieses weniger zum Erweis durchgängiger phöniciſcher Verehrung des Poseidon, als der hie und da überwiegend betonten Meeresgewalt des Allherrschers Baal.

(<sup>61</sup>) DIENST ZU ONCHESTOS (Anm. 41 d). Der *ταύρος Ἐνοσίγαιος* (Hes. Scut. 104) wird bei Tzetzes entweder vom Stiergebrüll (wie auch Göttling) oder vom Stieropfer (*διὰ τὸ ταύρους συνεσθαι αὐτῷ καὶ μάλιστα ἐν Ὀρχήστῳ*) abgeleitet; schwarze Stiere wurden auch dem Palämon geopfert (Philostr. II, 16). Im Verein mit dem Dienste der Göttermutter wird derselbe onchestische Dienst des Poseidon im Mythos von Atalante's Wettlauf erwähnt (Anm. 124 c).

(<sup>62</sup>) BACCHISCHES AN PALÄMON und Leukothea (als Wein und Wasser deutete sie Zoega l. c.) gibt theils in Leukothea's erst durch den Meersturz geheilter Wahnsinn, und in Palämons zu Brasiä (Paus. III, 24, 3) ebenso auf Dionysos übertragener Meergeburt, theils in der von Stieren sowohl als auch von Kindern (Dionysos *ὠμηπτής*, Palämon *βρεφεκτόνος* Tzetz. Lycophr. 229) bezeugten beiderseitigen Opfersitte sich kund.

(<sup>63</sup>) PELOPONNESISCHE KULTE des Poseidon, nordgriechischen Ursprungs. Nach Lakonien, wo Poseidon γενέσθιος war (Anm. 79), aus Onchestos und Theben versetzt, waren namentlich *a*) der Poseidondienst zu Tánaros d. i. Teneros (Τήνερος Tzetz. Lyc. 1211. Schol. Pind. Pyth. XI, 5), vom tenerischen Feld am Ismenos benannt das mit Onchestos verbunden war (Strab. IX, 413 a. Paus. IX, 10, 5. 25, 3. 26, 1. Pind. Isthm. IV, 38. Müll. Orch. 147 f.), und *b*) der Dienst zu Brasiä, eines dem poseidonischen Prasiä in Attika (Anm. 71) fast gleichnamigen Ortes; dort sollte Dionysos durchs Meer angeschwemmt sein, wie anderwärts Palämon, und Ino-Leukothea sollte als Amme eben dort sich zu ihm gefunden haben (Paus. III, 24, 3). Der Sage von *c*) Arne bei Mantinea ward bereits oben gedacht (Anm. 48).

(<sup>64</sup>) POSEIDONS TAUSCH mit Apoll. Paus. II, 33, 2: Καλαύρειαν δὲ Ἀπόλλωνος ἱερὸν τὸ ἀρχαῖον εἶναι λέγουσιν, ὅτε περ ἦσαν καὶ αἱ Δελφοὶ Ποσειδῶνος, λέγεται δὲ καὶ τοῦτο· ἀντιδοῦναι τὰ χερσὶ σφῆς ἀλλήλοισι. φασὶ δὲ καὶ τι καὶ λόγιον μνημονεύουσιν·

ἴσθον τοι Δῆλόν τε Καλαυρεῖαν τε νέμεσσαι

Πυθὶ τ' ἡμέσῃν καὶ Ταινάρῳ ἡμεόσσαι.

Vgl. X, 5, 3 (Poseidon und Ge, nach dieser Themis).— Strab. VIII, 374: Ποσειδῶνα ἀλλάξασθαι πρὸς μὲν Λητὴν τὴν Καλαύρειαν, ἀντιδόντα Δῆλον, πρὸς Ἀπόλλωνα δὲ Ταινάρῳ ἀντιδόντα Πυθὶ . . . . Daher der Beiname Ἀκαίρεός Tzetz. Lyc. 617. Vgl. Paus. X, 5, 3. Schol. Ap. Rhod. III, 1243. Eustath. zu Dion. P. 490. Ov. Met. VII, 384. Müller Aeg. p. 26 ss. Orch. 247. Büchh. Staatsh. II, 368. Hermann Staatsalterth. § 96, 12. Unten Anm. 101.

(<sup>65</sup>) AMPHIKTYONIE zu Kalauria. Strabo VIII, 373: Ἦν Ἀμφικτυονία τις περὶ τὸ ἱερὸν τοῦτο ἐπὶ τὰ πόλιν αἱ μετέχον τῆς θυσίας. ἦσαν δὲ Ἑρμιῶν, Ἐπίδανρος, Αἴγινα, Ἀῤῥῆναι, Πρατιεῖς, Ναυπλιεῖς, Ὁρχομενὸς δὲ Μανίσιος. ὑπὲρ μὲν οὖν Ναυπλίων Ἀργεῖοι συνέτελλον, ὑπὲρ Πρατίων δὲ Λακεδαιμόνιοι. Vergl. Müller Aeginet. p. 32 ff.

(<sup>66</sup>) Zeitbestimmung O. Müller's (Aegin. p. 33 ff. 37). Der Ursprung des Bundes reicht, wie die Erwähnung von Orchomenos beweist, bis an des Erginos und Theseus Zeit; sein Verfall ist durch das Schicksal der Ol. 30 nach Mothone versetzten Nauplier, an deren Stelle dann Argos trat, und durch die etwa nach vollendetem ersten messenischen Krieg erfolgte Besetzung Prasiä's durch die Lakedämonier begrenzt.

(<sup>67</sup>) Amphiktyonie zu Onchestos. Strabo IX, 412: Ὁρχηστὸς, ὅπου τὸ Ἀμφικτυονικὴν συνήγετο ἐν τῇ Ἀλαργίᾳ πρὸς τῇ Κωπαίδι λίμνῃ. Vgl. Müll. Aegin. p. 30. Orchom. p. 238.— Eine dritte poseidonische Amphiktyonie im triphylischen Samikon: Strab. VIII, 343. Müll. Aeg. p. 30, o. Orch. 360 f.

(<sup>68</sup>) Ausschließung von Korinth, Trözen, Megara. Von diesen Städten mochten die beiden ersteren dem kalaurischen Bunde als Pelopidenstädte fehlen, wie nach der Perseiden Zeit auch Argos eine war: Müller Aeg. p. 36. Wie Megara, fehlen auch die mit Trözen verbundenen (ebd. p. 34), Gerästos und Tánaros, die zum onchestischen Bunde gehören mochten.

(<sup>69</sup>) Beide Gründe, Abstammung sowohl als Zweck der Schutzwehr, gibt Müller Aeg. p. 36. Die Schutzwehr gegen Städte des Binnenlandes bezieht er auf die Geschlechter des Kadmos Danaos Pelops, womit Büchh. der Staatsh. 2, 368 an achäische Städte denkt, im Wesentlichen übereinstimmt.

(<sup>70</sup>) Abstammung der kalaurischen Bundesstädte: Müller Aegin. p. 33 ff. Die Ionier, nämlich von Athen und Epidauros, fallen bei hohem Alter des auch Orchomenos einschlie-

fsenden Bundes weg, da sie nach Müllers eigener Bemerkung erst zur Heraklidenzeit aus Athen dorthin kamen. Die Urbewölkerung bestand in Epidauros aus *Karern*, wie solche vor den Dryopern auch Hermione besetzten. Die *Minyer* sind aus Orchomenos, die *Myrmidonon* aus Aegina bezugt; wer versichert aber, dals nicht vielmehr von fremden Ansiedlern am Küstenland beider Orte die Rede sei? Aus *Athen* werden nur Fremde bezugt, und *Prasiä* war stets aller Ansiedlung offen.

(<sup>71</sup>) Ausländer in *Prasiä*: οὐδέστιν ὁμολογούντες Ἑλλήνων (Strab. VIII, 368). Vgl. Paus. III, 24, 3. 4. Müller Aeg. 35. Eben dieser poseidonische Bundessitz war auch als Hauptort der hyperboreischen Apollostrafe berühmt (Paus. I, 31, 2. Müller Pallas § 45, 49).

(<sup>72</sup>) *Karer* in *Epidauros*, ehe zur Heraklidenzeit die Ionier kamen, und mit Dryopern in *Hermione*. Vgl. Anm. 78.

(<sup>73</sup>) *Aegyptier* werden in *Nauplia* vorausgesetzt, weil Danaos des Nauplios Ahnherr dafür galt: Apoll. Rhod. I, 133. Strab. VIII, 367. 373 a. Paus. IV, 35, 2. Müll. Aeg. p. 34 f. Dagegen hält E. Curtius (N. Rhein. Mus. VII, 455 ff.) den Palamedes für phöniciſch.

(<sup>74</sup>) Poseidonsdienst zu *Aegina*: Plutarch Qu. Gr. 44 (sechstägiges stilles Fest, mit Opfern für Aphrodite geschlossen). Vgl. Müller Aegin. p. 148 f.

(<sup>75</sup>) *Trözen's* Kulte wurden schon oben Anm. 37 berührt: während Poseidon und Demeter nur ausserhalb der Stadt verehrt blieben (Paus. II, 32, 7), waren die Pallas auf der Burg (32, 4), in deren Heiligthum Poseidons Begier zur Aethra sich eingedrängt (Hygin. 37), und waren im Innern der Stadt Apollo und Artemis (Paus. II, 31, 1. 6. 9) die vornehmsten Gottheiten dieser Stadt.

(<sup>76</sup>) AMPHIKTYONIEN: poseidonische in Kalauria, Onchestos und Samikon (Anm. 65. 67. Vgl. Müller Orch. 391, 4 über Itonos), apollinische in Tempe, Delphi und Delos. Im Zusammenhang mit der delphischen Amphiktyonie, angeblich sogar durch gemeinsamen Stifter (Akrisios: Schol. Eur. Or. 1087), stand die Amphiktyonie an den Thermopylen beim Demetertempel zu Anthela (Strab. VIII, 574). Vgl. Hermann Staatsalterth. § 11–14.

(<sup>77</sup>) LIBYSCHES ABKUNFT Poseidons: Herodot (Anm. 16), Böttiger Kunstmyth. II, 322 ff. (wegen der Pferdezucht).

(<sup>78</sup>) *KARER* UND *LELEGER*. Ein *a*) karischer Meergott ist im Osogo (Paus. VIII, 10, 3. Salzquelle wie zu Athen I, 26, 6) oder Zenoposeidon Ath. VIII, 337 (Rofs Reisen II, 109. C. I. Gr. II, 700. Jahn Aufsätze S. 44) des späteren Kariens bekannt, der Zeus Labrandeus trug eine dreizackige Axt (Millin Gall. X, 37) und nährte im Quellwasser Fische (Ael. H. A. XII, 30); *Karer* geben auch im kalaurischen Städtebunde sich kund (Anm. 72). Eben so prangt der Stammmame der *b*) *Leleger* unter den Söhnen Poseidons—*Lelex* von Libya erzeugt, aus Megara (Paus. I, 39, 5. 44, 5. Ov. Met. VII, 443) und als trözenischer Freund des Theseus (Ov. Met. VIII, 567. 617) bekannt—, der seine sonst bekannte Geltung als cerealischer Gott (Anm. 27) immerhin zuerst unter den Lelegern (Myles, der erste Müller, ist Sohn des Lelex, wenn nicht Telchine: Jahn Vasenb. S. 40) haben konnte.

(<sup>79</sup>) *PELASGOS* des Zeus und der Niobe Sohn gilt mit seinen aus dem Peloponnes nach Thessalien wandernden Brüdern als Sohn Poseidons von Larissa (D. Hal. I, 17). Desgleichen heisst Poseidon ein Stammgott des Danaos (Γεινέτιος Paus. II, 38, 4. Völker Japet. 162 f. Vgl. III, 15, 7 γεινέτιος in Sparta); Pelops des Tantalos Sohn ist von ihm geliebt, in pelasgischer Widdergestalt zeugt er mit der Theophane den Phrixoswidder—, Grund

genug um den Poseidon als pelagisch vielleicht selbst für Müller's Urtheil (Eckerm. II, 68) gerechtfertigt zu haben.

<sup>(60)</sup> POSEIDON HELLENISCH? Wenn es bei Plutarch Symp. VIII, 8. 914 nach vorangegangener Erwähnung eines megarischen Verbotes des Fischessens, deshalb nämlich weil Poseidon φυτάλμιος sei, heisst: οἱ δὲ ἄρ' Ἑλληνας τοῦ παλαιοῦ καὶ Πατρογενεῖω Πατριδῶνι θύουσιν, ἐκ τῆς ὑγῆος τὸν ἀντρωπον οὐσίας φῦναι δόξαντες, ὡς καὶ Σύροι—, so ist Poseidon zwar als hellenischer Stammgott bezeugt, zugleich aber auch durch Hinweisung auf die Verwandtschaft syrischen Glaubens ausgesagt, dass die Sprösslinge jenes alten Hellen, für dessen Kinder sonst *Aeolos Doros* und *Xuthos* (Apollod. I, 7, 2) galten, hier nicht in autochthonischer Strenge zu verstehen sind.

<sup>(61)</sup> Achäern und Dorern ist Poseidon fremd: in Korinth, Kyrene, Tarent und andern echt dorischen Städten besteht er aus älterer Ansiedlung, also nur scheinbar. Vgl. Müll. Dor. I, 403.

<sup>(62)</sup> IONISCHER STAMMGOTT ist Poseidon nach Müller Aeg. p. 29 („Jones sacrorum Neptuni quoquo deveniunt statorum.“). Dor. I, 238. Eckerm. II, 68; wie auch der Poseidon ein ionischer Monat ist. Vgl. Anm. 32.

<sup>(63)</sup> AEOLISCH ist Poseidon nicht nur nach dem weiten Sprachgebrauch dieses Volksnamens — τῶς Αἰόλου δὲ πῶς μετὴν τῆς Παλλείδος, fragt Kreusa den Ion, Eur. Ion. 1296 — sondern auch laut seinen aus dem Aeolerstamm entsprossenen zahlreichen Söhnen, wie ausser den oben Anm. 40 erwähnten die korinthischen Sisyphos und Bellerophon (Pind. Ol. XIII, 66), ferner Delphos und Hyrieus, Byzas u. a. es sind. Vgl. Schwenck Myth. 299 ff. Wobeneben denn allerdings auch Athamas, Iason und Odysseus als Feinde Poseidons und seines Dienstes aus gleichem Stamme hienächst erwähnt sind.

<sup>(64)</sup> Aeoler d. i. Αἰολεῖς, ein Mischvolk, vgl. Παμφυλῆαι: Müller Aeg. 31. Thiersch über Hesiod (Münchener Akad. 1813) S. 44. Für echte Pelasger nimmt sie zwar noch K. F. Hermann (Staatsalterth. § 8, 9. 12).

<sup>(65)</sup> Der ionische Stamm pflegt als altpelagisch den Dorern entgegengesetzt zu werden (Herod. I, 56. 57. VII, 94. 95. Hermann Staatsalterth. § 8, 10. 17, 7); dennoch sind über das Alter desselben in Attika die gewichtigsten Zweifel vorhanden (vgl. Hermann ebd. § 96), und wenn Achäos und Ion für Söhne von Hellens Sohn Xuthos gelten (Apd. I, 7, 3), so dürfte vielmehr in Achäos ein echter, in Ion aber ein mit fremder Bevölkerung gemischter Spross zu verstehen sein.

<sup>(66)</sup> Vier Söhne des Aeolos: nach Hesiod (Schol. P. Pyth. IV, 252) und Euripides (Aeol. fr. 23). Vgl. Müller Orch. 139. 464 ff.

<sup>(67)</sup> POSEIDONS-EBEN ungriechischen Anscheins: Theophane zu Lampsakos Hygin. fab. 3. 188; Halia der Telchinen Schwester zu Rhodos Diod. V, 55.

<sup>(68)</sup> WILDE SÖHNE Poseidons: Amykos Eryx Polyphem Busiris Sinnis Skiron Kerkyon—, bekämpft von Pollux, Theseus, Odysseus, Herakles; desgleichen der von Achill besiegte Kyknos (Hyg. 157. Welcker Tril. 563). Vgl. Auserl. Vasenbilder II. S. 105.

<sup>(69)</sup> FINSTRE GEBRÄUCHE und Sagen poseidonischen Dienstes. Namentlich: a) *Höhlentempel* Paus. III, 25, 4 (Tänaron); b) *Kindsopfer*, für Palämon (Ῥεσφορτίνας Tzetz. Lycophr. 229); c) *Jungfrauopfer* des Erechtheus (für Poseidon: Hygin. fab. 46). Neben einem ähnlichen für Amphitrite und die Nereiden wird Poseidon durch Stieropfer und freiwilligen

Meersturz befridigt (Plutarch VI, 621. Rsk.). Eine Jungfrau als Poseidonspriesterin in Kallauria Paus. II, 33, 3. — d) *Versenkung von Rossen* (Paus. II, 38, 4. VIII, 6, 7. 2. vgl. Skamander II. XXI, 132. Müller Pallas § 65. Eckerm. II, 70 f.); e) *Versenkung von Stieren* (Phot. *κῶςτρον*. Vgl. Hesych. *ταύρεια*, *ἰοστῆ*. Schwarze Stiere, *παιμῶνες*, in Pylos Od. III, 6); f) *Eberopfer* mit Widder und Stier: Od. XI, 131. XXIII, 178. — g) *Seedrachen* von Poseidon gesandt gegen Hesione; h) *Meerstiere* desgleichen (Eur. Hipp. 1204 *κῶς* *ἰζήσηκε ταύρων* gegen Hippolyt; *phocam* nennt dafür Servius Aen. VI, 445).

(90) AUSLÄNDISCHE HERKUNFT Poseidons wird somit nahe gelegt, durch die Ähnlichkeit a) barbarischer *Meeresgötter* (Anm. 60, 78. Assyrische? Bel mit Dreizack auf einem Cylinder laut Grotefend Arch. Zeit. IX, 338); b) phöniciſcher *Kindsoffer* (Movers Phön. I, 328 ff. Über Minotaur, Minos und Stierzeus vgl. Schwenck N. Rhein. Mus. VI, 545); c) phöniciſcher *Namen*: Belos von Libya, Thasos von Poseidon oder Kilix stammend —, Tyro (die Tyrierin?) mit Poseidon (vgl. Apoll mit Thuro Anm. 109 e, Thuro-Harmonia Mov. Phön. I, 507 ff.) vermählt; ferner durch d) Herodots Ableitung Poseidons aus *Libyen* (Anm. 16. 77) und e) durch die Unleugbarkeit sonstiger phöniciſcher Einflüsse, namentlich den *thasischen* Bergbau: Herod. II, 48; vgl. die thrakischen des Kadmos am Pangäos (Plin. VII, 57. Movers Phön. I, 21) und sonstige Spuren phöniciſchen Handels und Kunsttriebs (Mov. I, 50 ff.); f) Pferd und Thunfischgabel (Böttiger Kunstmythol. II, 322 ff.) unge-rechnet.

(91) POSEIDONS WESEN: a) *Meergott*, herb und abgeschlossen, homerisch (Anm. 102); b) *Nährgott* als *φυτάμιος*, trüzenisch Pausan. II, 32, 7 (Rofseinocher für den Pflug, nach Welcker Tril. 286), *Ἐλύμιος* (lesbisch Hesych. Jahn Vasenb. S. 39), *γεωργός* (Philostr. II, 17), *Feldgott Teneros* (Müller Orch. 148, 1), Vater der Molioniden d. i. der Mühlmänner (Apollod. II, 7, 2. Welcker zu Schwenck 306 ff.); c) *Erdschütter* *Ἐρζεχθεύς*, *Ἐνοσίχχων* und *Erhalter* *γαίοςχος*, *ἀσφαλός*: Kreuzer Symb. III, 260 f. N. A. Zu vergleichen der neptunische Bellerophon, der die vulkanische Chimära bekämpft (Eckerm. II, 71). d) *Unterweltsgott* gleich Hades ist Poseidon als *Ἀδωναῖος* (. ἡ ὑπὸ τὸν ἄδην Hesych.), *Ἐπαμῆνιος* (Hesych.), *χραιαίσιγλος* (C. I. Gr. p. 482, 18), vielleicht auch als *Itonos* (Anm. 53). Bei Hesiod (Theog. 732) ist er Pfortner des Tartaros; im homerischen Götterkampf donnert er unter der Erde, wie hoch über ihm Zeus, und erregt des Unterweltgottes Besorgnis (II. XX, 57 ff.). Unter der Erde (*ὑπὸ γῆν* Apd. I, 4, 3) hatten Hephästos und Orion ihm sogar ein Haus gebaut; kein Wunder daß er mit Göttern verbunden auch als ältester Orakelgott (Paus. X, 5, 3) zu Delphi erscheint, und unbändiger Riesen, unter denen der fühllose Neleus (*νηλεῆς*) fast mild erscheint, Vater ist (Anm. 88).

(92) SYMBOLE POSEIDONS sind a) der Widder: in den Sagen von Arne (Anm. 49) und von Theophane der Mutter des kolchischen Widders (Hygin. 3. 188. Arch. Z. IV, 38). Vgl. Zeus Ammon und Meilichios, Hermes in Buhlschaft mit der Göttermutter (Paus. II, 3, 4. Arch. Z. VII, 112). — Sodann b) der Stier (Anm. 93) und c) das Pferd (Anm. 94).

(93) Stiersymbol: a) Arne, Tyro: Anm. 50; b) *ταύρος* *Ἐννοσίγαιος* Anm. 61; c) Stieropfer Anm. 89 e, schwarze Od. III, 6; d) Stiersendungen, Feuerstiere Anm. 89 h, vgl. den schwarzen Stier *ἐκ Ποσειδῶνος ἀγέλης* Philostr. II, 16; e) Minotaurosdienst. Minos kommt durch einen Stier Poseidons zur Herrschaft (Apollod. III, 1, 3).

(94) Pferd: allbekannt a) als Wogensymbol; als b) Pferd zeugt Poseidon mit Demeter  
*Philos.-histor. Kl.* 1850. Bb

Paus. VIII, 25, 4. Vgl. Anm. 33. Als c) Symbol libyscher Pferdezucht (Böttig. Kunstmyth. II, 322 ff.), wie denn die Pferdezucht auf wiesigen Küstenstrichen zu Hause ist (Braun Gr. M. § 341) und auch der latinischen Venus equestris zu Grunde liegt.

<sup>(95)</sup> POSEIDONS GESTALT, anderweitig bekannt aus Müller Handb. § 354 ff. In pelagischer Bildung höchstens, unter viel andern arkadischen Hermen, als *Herme* (Paus. VIII, 31, 4).

<sup>(96)</sup> In Zwerggestalt als *Korybant* oder *Satrap*: Paus. III, 24, 3. Von dem Erzilde eines mit gekreuzten Beinen auf seine Lanze gestützten, mit Kleidern umhüllten, Mannes in Elis berichtet Pausanias VI, 22, 5: τοῦτο τὸ ἀγάλμα ἐλέγχετο εἶναι Ποσειδῶνος, ἔχεν δὲ τὸ ἀρχαῖον ἐπὶ Σαμῶν τῷ ἐν Τριφυλίᾳ τιμᾷ. μετακομισθέν δὲ ἐς τὴν Ἰλιαν τιμᾷς μὲν καὶ ἐς πλέον ἐτι ἦκει, Σατράπην δὲ καὶ οὐ Ποσειδῶνα ὀνομα αὐτῷ τίθενται, κατὰ τὴν Πατρῴων προσείησιν τὸ ὄνομα τοῦ Σατράπου διδασκόντες. Κορύβαντες τε ἐπιλήσις ὁ Σατράπης ἐστὶ. Vgl. die drei Dioskuren oder Korybanten nebst Athene auf dem Vorgebirge von Brasiä (Paus. III, 22, 4), wo auch Sagen von Dionysos und Ino waren (ebd. 22, 3).

<sup>(97)</sup> Poseidonsbilder in Kindsgestalt für möglich zu erachten, ermächtigen uns theils a) die des *Palämon* (Anm. 56), theils auch der b) Ἀδωνάτος Ποσειδῶν (Hesych.), sofern Knabenbildung auch für Adonis (Flügelknabe bei Aphrodite m. Inschrift: Gerhard Etr. Spiegel I, 116) nicht unbekannt ist.

<sup>(98)</sup> POSEIDON UND APHRODITE, im Kultus verbunden hie und da: Paus. IV, 31, 5. VII, 24, 1 (hauptsächlich im stillen Fest zu Aegina Müll. Aeg. p. 148, phöniciisch? vgl. Ἀδωνάτος Περ.,) auch auf Gefäßbildern bei Brändsted (Campanari Vases no. 29 m. Inschr.) und sonst (Auserl. Vasenb. I, 10. S. 46, wo zwar Panofka Pos. und Dion. Taf. II, 5. S. 7, 4 die Abfahrt des Poseidon aus Naxos sieht). Ein Kind beider zu heißen, ist Schmeichelfrase (Athen. VI, 253); Rhodos, nach Einigen Amphitrite's Kind, hatte nach Andern die Aphrodite zur Mutter (Schol. Pind. Ol. VI, 24). Aphrodisisch sind auch die Salzseen: Kl. Aen. 118 ff.

<sup>(99)</sup> PRIESTERTHUM der *Antheaden* zu Trözen und Halikarnäfs (C. I. Gr. 2655. vgl. Steph. Ἀνθεῖναι), der *Butaden* zu Athen (Butes: Apollod. III, 15, 1. Paus. I, 26, 6. Hesych. v. Βουζύργης. Oben Anm. 30 b), der *Makistier* im triphylischen Samikon (Strab. VIII, 343). Daß die Phyaliden am Kephissos, die den Theseus in Attika zuerst begrüßten (Plut. Thes. 12), nicht bloß Priester der Demeter (Paus. I, 37, 2), sondern auch des Poseidon waren (Wachsmuth Hell. Alt. II, 2, 304. Eckerm. II, 69. Ebd. S. 71: „die Phyaliden unterwiesen auch im Kultus des Aegeus“), finde ich nicht bezeugt.

<sup>(100)</sup> Menschenopfer für Zeus und Apoll: Hermann Gottesd. Alterth. § 27, 4. 8 —, für Poseidon: oben Anm. 29. 89 c.

<sup>(101)</sup> POSEIDONS AUSWEISUNG, in glimpflicher Rede als tauschgewohntem Gotte (Ἀμειβεύς: Anm. 64) ihm beigelegt. Die Hintansetzung dieses Gottes gegen den Dienst echt hellenischer Götter, bei Schwenck Myth. 294 f. nur aus geringerer Geltung des Küsten- und Inseldienstes erklärt, war schon den Alten auffallend (Plut. Symp. IX, 6): außer a) dem Tausch mit *Apoll* (Anm. 64) war Poseidon dem b) *Helios* zu Korinth (Paus. II, 1, 6), dem c) *Zeus* in Aegina (Plut. l. c.) gewichen; desgleichen d) der *Hera* zu Mykene und Trözen (Paus. II, 15, 5. 22, 5. Völker Japet. 163. Schwenck Gr. Myth. 295), der e) *Pallas* zu Athen und gleichfalls zu Trözen, dem f) *Dionysos* zu Naxos (Plut. l. c.). Ganz ähnliche Ausweisungen hatten den g) *Ares* in Theben und Athen, den h) *Acheloos* im Kampf gegen Herakles betroffen.



(<sup>102</sup>) ZEUS UND POSEIDON, dieser dem Göttervater dienend, homerisch. Poseidon die Rosse vom Wagen lösend, auf Zeus' Befehl: II. VIII, 440. Schwächer als Zeus erscheint er auch sonst: II. VIII, 210. XV, 165. 186. 209 —, auch als seiner Herrschaft widerstrebend: II. I, 400. XV, 176 ff. 212 ff. Vgl. Nägelsbach Homer. Theol. S. 98 f. 108.

(<sup>103</sup>) Zeus dem Poseidon gleich: a) als athenischer *Erechtheus* (Anm. 23); b) als *Demeters* Gemahl (Poseidon Anm. 27); c) als kretischer *Stierzeus* (Anm. 90 b); d) als *Ovgios* (Argonautenaltar zu Hieron: Pind. Pyth. IV, 204. Müller Orch. 289) und *Imperator*: Jahn Arch. Aufsätze 37 ff.; e) als karischer *Osogo* und *Ζηνοποσειδών*: Anm. 78 a; f) in Kunstbildungen mit *Blitz* und *Dreizack* (Tölken Berl. Gemmen II, 92 „*Consus*“).

(<sup>104</sup>) Zeus neben Poseidon verehrt: Poseidon Laoitas neben Zeus Laoitas (Paus. V, 24, 4); Poseidon neben Zeus Stratios (Heraklea: App. Mithr. 70); Zeus und Osogo in zwei Tempeln (Mylasa: Strab. XIV, 2. p. 639). — Geliebt von Zeus und Poseidon heißen Herakles (Hes. Scut. 103), Antilochos (II. XXIII, 306), Amphiaraios (Od. XV, 245). — Zeus, Poseidon, Apoll sollten gemeinsame Väter des Orion sein (Tzetz. Lyc. 323); wechselnd genannt werden beide auch als Väter des Asopos (Apollod. III, 12, 6). Von beiden wird Thetis geliebt (Anm. 104 f) und Alkyone getragen (Paus. III, 18, 7).

(<sup>105</sup>) Zeus gegen Poseidon. Dahin gehört: a) Zeus von *Poseidon* *Hera* und *Pallas* (oder Apoll) gefesselt: II. I, 400. Tzetz. Lyc. 34. Vgl. Pallas von Poseidon zu Zeus gewandt: Müller Pallas § 34. 40. 63. b) *Athamas* als Zeusdiener gegen Ivo-Leukothea und Palämon Anm. 13. 56; c) Zeus dem Poseidon überlegen im Besitz *Aegina's* Anm. 101 c; d) Zeus *Agamemnon* Schol. II. II, 25 (Vgl. *Pelops* Poseidons Liebling); e) zu Athen *Pandion* und *Erechtheus* Anm. 22; f) die Werbung beider um *Thetis* Apollod. III, 13, 5. Tzetz. Lyc. 178; g) *Iasons* Streit gegen *Pelias*, einen Sohn und Diener Poseidons, während für Iason außer Hera Pallas Apoll auch das orakelnde Holz des Argoschiffes, aus dem dodonischen Haine des Zeus, hülffreich erscheint (Anm. 54).

(<sup>106</sup>) WASSER- UND SONNENDIENST: ursprünglich verbunden—in Korinth, Rhodos, Tánaros —, sodann zu ionischem Poseidonsdienst neben Heliosdienst auf den Höhen (Müller Aeg. p. 28. vgl. 27 „*Neptunia non Iovialibus antiquiora, sed omnium sunt novissima*“) übergegangen.

(<sup>107</sup>) APOLLO DELPHINIOS, neptunisch laut a) seinem Symbol dem Delphin; sollte dieser Gott vielleicht auch in Knabenbildung zu denken sein, wie Palämon und Taras? b) laut der Sitte des Felsensprungs, die im Tode des Melikertes wie in den Thargelien sich ausspricht. c) Aegeus beim Delphinion wohnhaft das er gegründet hatte (Poll. VIII, 10. Leake Topogr. von Athen S. 399 f.) endete durch Felsensprung (Plut. Thes. 22); eben so endete d) durch Lykomedes später auch Theseus (Plut. Thes. 35). Dem Apollo Delphinios war auch dieser anfangs dienstbar, er weihte e) den marathonischen Stier (Plut. Thes. 14) und opferte ihm beim Auszug nach Kreta (ebd. 18), setzte aber heimgekehrt f) statt seiner den delischen Dienst ein, zugleich mit Abschaffung des Uraniadienstes —, apollinisch nicht weniger als Ion.

(<sup>108</sup>) POSEIDON UND APOLL, gleichgeltend. a) Neptunischer Lichtgott, *Sol marinus* zu Kalauria: Müller Aeg. p. 27 f. Vgl. die *Heliosrosse* zu Tánaron weidend Hom. II. Ap. 412 (233). Rofsopfer für Helios Paus. II, 1, 6. 4, 7. b) Apollo *Rofshirt*: Iamiden, vgl. Klausen Aen. 378. c) *Blutiger* Poseidonsdienst Anm. 89; vgl. Apoll in der *Kyklossage* Schol. Pind.

Ol. X, 19. Gerhard Anserl. Vasenb. II, S. 133. *d*) Poseidonsdienst an apollinischen Orten: kadmeischer in Thera und Rhodos (Anm. 59). Vgl. den Apollodienst zu Amyklä, Thera, Kyrene.

<sup>(109)</sup> Poseidon und Apollo befreundet: *a*) in *Samothrake* und *Latium*: Klausen Aen. 335 f. Als Penaten Anm. 111; *b*) in *Troja* beim Mauerbau—, Poseidon wird um die Rosse betrogen, Anm. 55; *c*) benachbart waren die Heiligthümer beider Götter zu *Athen*— C. I. Gr. no. 527: ὅρος τευμένους Ἀπολλωνος καὶ Ποσειδῶνος ἱππίου— und *d*) zu *Onchestos* (Anm. 61), Apoll orakelnd auf dem Berg *Ptoon*: Strab. IX, 2. p. 465. Vgl. Hom. H. Ap. 230.— *e*) Abstammungssagen: *Eleuther* ist Apolls Sohn von Poseidons Tochter *Aethusa* (Schol. Hes. Theog. 54. vgl. Etym. Ἐλευθερία). Von Poseidons Töchtern sind *Thoosa* (Welck. Ep. Cycl. I, 145) und *Euadne*, des Iamos Mutter (Pind. Ol. VI, 30), Geliebte Apolls; eines „Rofsmannes“ *Hippotes* Schwester *Thuro*, die von Apollo geliebt dem Gründer von Chae-  
ronea das Dasein gab (Paus. IX, 40, 3. Müll. Orch. 148 f.), erinnert an der thessalischen Stammhäupter (Anm. 40 *b*) Abkunft. *f*) Sonstige Mythen. In Lesbos war Enalos mit der Tochter des Smintheus freiwillig ins Meer gestürzt und durch einen Sabin Delphin errettet in den Poseidonstempel: Plutarch VI, 621 Rsk. = p. 163.

<sup>(110)</sup> Poseidon dem Apoll feindlich: in den Sagen *a*) von *Laomedon* (Anm. 109 *b*), *b*) *Iason* (105 *f*), *c*) *Aegeus* (107 *c*), *d*) *Theseus* (107 *d*) und in denen von der Verdrängung Poseidons durch Apoll in Kalauria (64), Tempe, Troja und Argos (55). Vgl. beide Gott-  
heiten in Prasiä (71).

<sup>(111)</sup> Apollo in Latium und Verwandtes. *a*) Apoll und Neptun als *Penaten* (Arnob. III, 40. Abb. Etrusk. Gottheiten Anm. 141); *b*) *Apollotempel* in Rom erst seit 323 a. c. (Liv. IV, 25. 29. Klausen Aen. 1098 ff.); *c*) *Vejois* (Klaus. Aen. 1088 ff.); *d*) *Soranus* (Serv. Aen. XI, 785. Klausen Aen. 1082 ff.); *e*) *Terminus* (Rundbau Ovid. Fast. II, 671; phal-  
lisch Etr. Spiegel II, 147. Ann. d. Inst. XIX, 330).

<sup>(112)</sup> CONSUS, ein Grenzgott der Circusschranken, durch unterirdische Wölbung verehrt wie Terminus durch überirdische, ward bald als Zeus Βουλαῖος bald als Rofsgott und Erd-  
erschütterer Poseidon gefalst. So Plut. Rom. 14: νόμιμαζον δὲ τὸν Ζεὺν Κῶνσον, εἴτε Βου-  
λαῖον οὐτα . . . εἴτε ἱππίον Ποσειδῶν. Dion. Hal. II, 31: Κῶντος, ἐν ἑξερμηνεύουσιν εἰς τὴν ἡμε-  
τέραν γλῶτταν Ποσειδῶνα σειτήν, ὅνα φασὶν εἶναι τινας καὶ διὰ τοῦτο ὑπογίγει τετυγῆσθαι Βω-  
μῇ λεγούσιν, ὅτι τὴν γῆν ὁ Ζεὺς οὗτος ἔχει. (Folgt die Ansicht derer, die den Consus als  
Βουλαῖος, *a* consilio, als geheimen Dämon von Poseidon, der nie unterirdischen Dienst  
habe, unterschieden).

<sup>(113)</sup> ΑΔΥΤΟΝ *a*) des *Consus*: βωμός ἀφανὴς τὸν ἄλλον γρόνον, ἐν δὲ τοῖς ἱππικαῖς ἀγῶσιν ἀνακαλυπτόμενος (Plut. l. c. Vgl. Varr. L. L. VI, 20. Hartung Rel. d. Röm. II, 87 f. Diesem  
Unterweltsgott als Ehefest verknüpft ist der Jungfrauenraub der Sabinerinnen D. Hal. II,  
30); *b*) *Palämon* im unterirdischen Heiligthum zu Korinth (Anm. 56), das nach den Mün-  
zen als Rundbau zu denken ist wie bei Terminus (Anm. 111 *c*) und vermuthlich auch bei  
Consus; *c*) Poseidon *Erechtheus* neben Hephästos in dem zu Athen (Anm. 25).

<sup>(114)</sup> SÄULE DARÜBER. *a*) *Circusmeta* über dem Consusaltar. Tertull. de spect. 5: *ara Consi*  
*in Circo defossa ad primas metas sub terra* . . . Vgl. ebd. 8. *ara honori Castorum* . . . *delphi-*  
*nos Neptuno covent*, Delphine und Meta, wie beide auch zu Apollo Delphinios (Anm. 107)  
und Agyeus passen. — *b*) Phallus über dem Grabe des *Alyattes*: Bull. d. Inst. 1843. p. 58.

Vgl. auch den phallischen Hermes im Poliastempel (Paus. I, 27, 1) über dem Grabe des Erechtheus. — c) Spitzsäulen auf *etruskischen* Gräbern: Abh. Etrusk. Gotth. Anm. 62. — d) Harpyienmonument zu *Xanthos*, ein peilerförmiges Grabmal: Fellows Asia minor p. 231. Vgl. Archäol. Zeitung 1843. S. 50. — e) *Apollo* säulengestalt über dem Grabe des Hyakinthos: Paus. III, 19, 2. Müller Handb. § 85, 2. — f) *Apollo Lykeios*, im Bildwerk des Löwenenthors zu *Mykenä* vermuthet: Gerh. Myken. Alterth. 1850. S. 10, 54. — g) *Dionysos* grab im Apollotempel zu Delphi: Müller Prolegg. 393. — Wie hier der Gedanke an die Kegeligestalt des *Apollo Agyieus* nahe liegt, ist im Allgemeinen die bei Clemens protr. p. 39 und Arnob. VI, 9 vielbezeugte Sitte, Heroengräber in Tempeln zu verehren, hieher gehörig.

(<sup>115</sup>) DIONYSOS, Gott aller Flüssigkeit als *ἄρς*: Welcker Tril. 285.

(<sup>116</sup>) DIONYSOS UND POSEIDON einander gleich: a) im *Orgiasmus* von Ino, Palämon, Melampus (Anm. 56. 62. 43); b) im attischen *Aegeus*, der Bocks- oder Wogenmann heist: Welcker Satyrspiel 204; c) als *Quelleröffner* (Poseidon mit Dreizack Apd. III, 14, 1. Dionysos mit Thyrsus Paus. IV, 36, 5); d) als *Widdergötter* (Poseidon Anm. 65; Dionysos Arch. Zeitung VII. S. 151, 6); e) als Götter in *Stiergestalt* (Poseidon Anm. 49, Dionysos als Hebon); f) *Stiergebräuche* und Stierpriester, im Dienste des Stierbacchus, leicht voraussetzen, aber auch für Poseidon durch ephesische *ταῦροι* (Ath. X, 425. Hesych.) und attische Butaden (Apd. III, 15, 1. Paus. I, 26, 6) bezeugt; g) beide von *Stieren* getragen: Gerh. Auserl. Vasenb. I, 47. S. 172 f. (Nämlich von Wasserstier und Pflugstier, nach Panofka's Unterscheidung: Poseidon und Dionysos, Berl. Akad. 1845, S. 3.)

(<sup>117</sup>) Poseidon und Dionysos, als Wasser- und Weingott gemeinhin unterschieden, auch in Vasenbildern (Panofka Pos. u. Dion. Tf. I, 1. 2. S. 5. — Mit Kora und Hephästos ebd. I, 5. S. 6 nach Mus. Greg. II, 21, 1), hie und da neben einander verehrt. Als *σύνναοι* auf Münzen von Tenos: Mionnet Suppl. IV, 325. p. 412. Panofka S. 9 f.; vgl. Beroe zwischen beiden getheilt: Nonn. XLI, 421), anderwärts, wie in der naxischen Sage (vgl. Dionysos gegen Glaukos und Triton), wo Poseidon dem Dionysos weicht (Plut. Symp. IX, 6. Panofka S. 3 ff.), einander ausschließend.

(<sup>118</sup>) HEPHÄSTOS und Dionysos in Lemnos: Paus. I, 20, 2. Hygin 166. Müller Handb. § 367, 3. Beide waren geflüchtet zu Thetis laut II. VI, 135. Od. XXIV, 75 und Quint. Smyrn. II, 438.

(<sup>119</sup>) POSEIDON dem HEPHÄSTOS verwandt als a) *Ἐπικυβόριος* (Hesych.); b) *Ἐνοστήρ* *Ἰδων* mit Bezug auf Erdbeben (vgl. Eurip. Hipp. 1191), das auch wenn Hephästos Meerstiere (Anm. 89 h) sendet nicht fehlt (Eurip. Hipp. 1191); c) als Vater hephästischer Telchinen in der rhodischen Sage von Halia-Leukothea; d) als Vater von Kerkyon und Periphetes, die auch des Hephästos Kinder heißen (Auserl. Vasenb. III, S. 34, 11).

(<sup>120</sup>) POSEIDON UND ARES: Od. VIII, 344 ff. — Als thasischer Gott darf Poseidon schon nach Analogie des dortigen Bergbaus und der ihm entstammten Telchinen (Anm. 90 e. 119 c) vorausgesetzt werden.

(<sup>121</sup>) Ares befruchtender Wärmegott als *ἀρπυιεύς* (Paus. VIII, 44, 6), *Θερμαίτας* (Paus. III, 19, 8. Welcker zu Schwenck S. 309) und Gott der Arvalen (Marini Frat. arv. XLI, p. 600 ff.).

(<sup>122</sup>) POSEIDON dem HERMES vergleichbar: a) als *Consus*, unterirdisch mit überragen-

dem Pfeiler, oben Anm. 114; *b*) als *Widdergott*: jener der Theophane (Hygin 188) nahend wie dieser der Göttermutter (Paus. II, 3, 4).

(<sup>123</sup>) Trabanten der Göttermutter, aus Phallus und Schlange entstanden: Abb. über Metroon und Göttermutter (Berl. Akad. 1849) Anm. 66. 67. 75.

(<sup>124</sup>) POSEIDONS PAARUNG: *a*) mit *Amphitrite*, mehr dichterisch Anm. 5; *b*) mit *Pallas* als Poseidon Erechtheus und in Trözen, Anm. 23. 25. 37 (vgl. Iton Anm. 52) —, Buhlschaften Poseidons mit Aethra und Medusa finden in Pallastempeln statt, Müller Pallas § 27. 29, auch hat Athenens Wesen neptunischen Ursprung und Inhalt vgl. Tritogeneia, Aithya zu Megara u. a. ebd. § 38 —, obwohl für benachbarte Ursitze beider Gottheiten, wie Alalkomenä und Onchestos (Müll. Pall. § 40, 91) kein solches Verhältniß bezeugt ist; *c*) mit *Demeter* Anm. 23; *d*) mit *Medusa* Hes. Theog. 278 ff.

(<sup>125</sup>) Erdmütter dem Poseidon gepaart sind: *a*) *Gäa*-Themis zu Delphi Anm. 64; *b*) *Rhea* in Methyrion (Klausen Aen. 363); *c*) *Kybele*, wie es scheint zu Onchestos (*Hippomenes* buhlend mit *Atalante*: Ov. Met. X, 686 ff. Tempel Echions); *d*) *Hestia* Hom. H. 31, 2. Paus. V, 26, 2. X, 5, 3 —, wie in Delphi (*a*).

(<sup>126</sup>) Rofs-göttinnen, dem Rofs-gott Poseidon Hippios ähnlich oder mit ihm gepaart, sind: *a*) *Hera* als *Hippia* bezeugt mit Poseidon an der Rennbahn zu Olympia (Paus. V, 15, 4) und sonst (Klausen Aen. 303 f.), trotz sonstigen Streites um Städtebesitz (Anm. 101 *d*) und der Verfolgung des Heradienstes durch Poseidonsdiener wie Pelias (Apd. I, 9, 9); *b*) *Pallas* (124 *b*), als *Hippia* bekannt (Paus. II, 4, 1. Müller Pallas § 65) und als Überflutherin von Pheneos mit Poseidon (Paus. VIII, 14, 4. Klausen Aen. 371); *c*) *Aphrodite*, die als *Urania* (Anm. 98), aber auch als *Venus equestris* dem Poseidon Hippios oder Neptunus *equestris* (Anm. 127) sich fügt. Endlich ist *d*) auch *Artemis* als Wasser- und Rofs-göttin (M. von Pherae: Streber numism. II, I. p. 138 ss.) bekannt.

(<sup>127</sup>) CONSUS UND GÖTTINNEN. Im römischen Circus ist neben Consus auch *a*) die Göttermutter (Gerhard Bildw. CXX, 1. Vergl. Poseidon und Kybele in Onchestos Anm. 125 *b*) und *b*) *Venus* geehrt, diese als *equestris* (Serv. Aen. I, 724. Klausen Aen. 745). Vgl. Palämon und Aphrodite zu Korinth auf dem Wiener Kamee (Anm. 56).

(<sup>128</sup>) RANGORDNUNG DES WASSERS, im Namen *Proteus* (πρωτεύς) oder *Triton* (τρίτων) wechselnd; Triton als „Dritter“ (Welcker Ann. d. Inst. XXII, 110) etwa dem Poseidon vergleichbar, der als dritter Bruder (Apd. I, 1, 5) von den Kyklopen den *Dreizack* (I, 2, 1) empfing.















SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES



3 9088 01298 8374